Второе издание

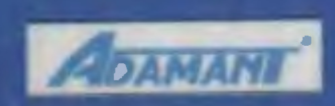
Excel для учёных, инженеров и студентов

Вильям Дж. Орвис



Исчерпывающее руководство по освоению средств Excel для выполнения научных и инженерных расчетов

Материал книги рассматривается на примерах работы в русифицированной версии Excel 97







EXCEL

FOR SCIENTISTS AND ENGINEERS

William J. Orvis

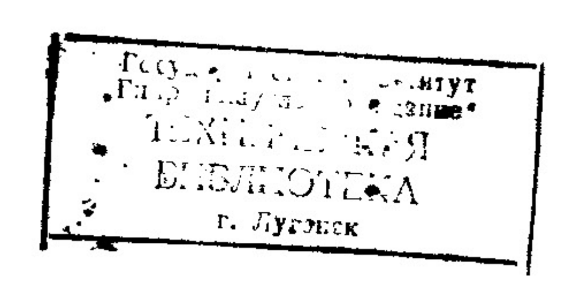


San Francisco • Paris • Düsseldorf • Soest

Вильям Орвис

EXCEL

для ученых, инженеров и студентов



Киев "ЮНИОР"
1999

ББК 32.973-01
О-63
УДК 681.3.06

Вильям Орвис
О-63 EXCEL для ученых, инженеров и студентов: Пер. с англ. — К.: Юниор, 1999. — 528 с., ил.

ISBN 966-7323-09-9

Данная книга представляет популярную программу электронных таблиц Excel с иесколько неожиданиой точки зрения — как мощное средство инженерных и научных расчетов. Для решения сложных задач, таких как численное дифференцирование или интегрирование, всегда использовались специализированные пакеты прикладиых программ. Сегодня ситуация изменилась коренным образом — программа Excel 97, хорошо известная всем бухгалтерам и менеджерам, может, оказывается, стать иезаменимым инструмеитом ученых и инжеиеров. С помощью этой книги можно узнать, как использовать Excel и VBA для аппроксимации, суммирования рядов, интегрирования и дифференцирования, а также решения систем линейных и дифференциальных уравнений.

Книга рассчитана на инжеиерно-технический состав КБ и проектных организаций, научных работников, занимающихся моделированием и числеиным анализом, а также студентов и преподавателей иижеиерных факультетов и факультетов прикладной математики высших и средних учебиых заведений.

ББК 32.973-01

ISBN 966-7323-09-9 (укр.)

ISBN 0-7821-1761-9 (англ.)

For Pat and Wib.
Your dedication, perseverance,
and honesty show in the
character of your children.
I know, I married one.

Предисловие

Несколько лет назад мною была написана книга *1-2-3 for Scientists and Engineers*, в которой я расхваливал удобство применения программы электронных таблиц Lotus 1-2-3 для проведения численного анализа. Я посвятил свою книгу Lotus 1-2-3 по причине того, что именно к ней имели в то время доступ большинство научных и инженерных работников. Однако читатели были, вероятно, несколько удивлены, когда узнали, что многие из примеров, приведенных в ходе изложения, были разработаны на Macintosh с применением новой программы электронных таблиц Excel, созданной Microsoft. С того времени Excel претерпела значительные изменения, превратившись в мощнейшую среду для проведения численного анализа, способиую функционировать как на платформе Windows, так и на Macintosh.

Спустя несколько лет я написал книгу, представляющую собой версию упомянутого выше издания, в переработке для Excel. С того момента программа также очень сильно изменилась, и наиболее значимым изменением было добавление к ней Visual Basic for Applications в качестве основного макроязыка. Для ученых и инженеров очень важным является то, что за последнее время к комплекту инструментов Excel прибавлен целый ряд научных и инженерных функций. Новая версия *Excel for Scientists and Engineers* объединяет в себе все новые инструменты и методы, созданные при разработке предыдущих версий программы до Excel 7 включительно (*см. следующий раздел "Предисловие к русскому изданию" — прим. ред.*) Так, например, пользуясь данной книгой, не будут иметь проблем ни пользователи Excel 5 (версии 6 этой программы не существует), ни пользователи Macintosh. Надеюсь, что, наблюдая в процессе применения в рабочих листах методов численного анализа за тем, как эти казавшиеся чем-то таинственным методы становятся вполне понятными, вы получите истинное удовольствие от этой книги.

Численный анализ, как правило, проводится с применением традиционных языков программирования, таких как Fortran или С. Вы вводите в программу входные данные, а она применяет к ним некое численное волшебство и выдает результат. Пользуясь такой программой, вы видите только начало и итог вычислений, но пропускаете промежуточные действия. Применяя метод численного анализа в рабочих листах, можно увидеть весь ход решения задачи. Производя итерационное решение дифференциальных уравнений, вы имеете возможность отслеживать значения на каждом этапе решения задачи и сравнивать их соответствие (или несоответствие) имеющемуся ответу. Это делает данный метод значительно более понятным, что в свою очередь способствует его дальнейшей разработке и более широкому применению.

Решение создать пересмотренный и исправленный вариант предыдущего издания, добавив к нему ряд примеров и задач, зрело во мне долго и напряженно, и я бы хотел выразить искреннюю благодариость Ричарду

Миллзу (Richard Mills) за то, что он в конечном итоге позволил мне это сделать. Мне также хочется поблагодарить Чарльза Финна (Charles Finn) из Северо-восточного университета за то, что он "подтолкнул" нас с Ричардом к этой работе; Джулию Келли (Julia Kelly) и Курта Хэмпа (Kurt Hampe) за вычитку текста и обнаружение всех моих ошибок; а также всех других сотрудников издательства Sybex, внесших свой вклад в появление этого издания. И, наконец, я хотел бы выразить особую благодарность Би-Джею, Скаю, Сиерре и Шэйн за то, что они оставили меня в покое и дали возможность выполнить эту работу, а также Джулии — за то, что она не подпускала их ко мне.

Надеюсь, вы получите удовольствие от этой книги — мне она понравилась.

Предисловие к русскому изданию

С любезного разрешения издательства Sybex, по лицензии которого публикуется русскоязычный перевод книги *Excel for Scientists and Engineers*, все примеры в книге *Excel для ученых, инженеров и студентов* преобразованы для работы в Excel 97 (пользуясь случаем, издательство "Юниор" выражает благодарность к.ф.-м.н. Бродовому В.Л., к.т.н. Куссуль Н.Н., Медведь О.И., Мурашкину С.В., к.ф.-м.н. Ракитянскому Д.Г. и Полонской Е.Л. за помощь, оказанную при подготовке книги к изданию). Самым значительным изменениям подверглась глава 4, посвященная использованию Visual Basic for Applications, в связи с изменением самой концепции этого языка в Excel 97. Кроме того, было добавлено еще одно приложение, содержащее аналоги команд русскоязычных и англоязычных версий Excel.

Пользователи англоязычной версии Excel 7 могут получить рассмотренные в книге примеры для этой версии Excel на отдельно распространяемой дискете, а также с Web-узла издательства "Юниор" по адресу **http://www.junior.ukrnet.net** или по электроиной почте, прислав сообщение по адресу **junior-mail@writeme.com**.

Если вы заметите недостатки в переводе и оформлении книги, захотите высказать свое мнение о книге либо предложить свое сотрудничество в качестве переводчика, научного, литературного, технического или художественного редактора либо распространителя наших книг, пишите нам по адресу:

Украина, 252142
г. Киев-142,
ул. Стуса, 35-37, оф. 111,
издательство "Юниор"

Кроме того, в конце книги имеется регистрационная карточка, заполнив и прислав которую, вы можете стать нашим зарегистрированным читателем. Ждем ваших писем!

Введение

Вычисления, выполняемые учеными и инженерами, могут быть как совсем простые, так и очень сложные. С несложными задачами расчета значений функций они сталкиваются практически ежедневно, в то время как для решения сложных задач, например, для численного интегрирования дифференциального уравнения, зачастую могут потребоваться целые недели напряженного труда. Таким образом, любой инструмент, способный упростить численные расчеты, значительно повышает производительность научного работника или инженера. И одним из таких инструментов является программа Excel, обеспечивающая средства для выполнения вычислений, построения графиков и диаграмм, а также возможности для программирования в едином пакете, пользоваться которым просто и удобно.

В прошлом основным инструментом для численных расчетов была логарифмическая линейка, а для наглядного отображения данных, как правило, пользовались миллиметровкой. С изобретением карманного калькулятора логарифмическая линейка очень быстро была отправлена на заслуженный отдых (куда-нибудь в дальний ящик письменного стола), но миллиметровая бумага применяется и поныне.

Пользователи, имевшие доступ к универсальным компьютерам, могли для вычислений и отображения данных применять эти машины, обладавшие огромной вычислительной мощностью. Многие такие компьютеры были также оборудованы приборами для создания графических результатов расчетов. Однако, как правило, для разработки необходимых программ и создания сложных графических выкладок, нам приходилось нанимать квалифицированного специалиста-компьютерщика (или студента университета), либо самим изучать языки программирования, например, FORTRAN или ALGOL.

Изобретение микрокомпьютеров привело к тому, что мощные вычислительные средства стали доступны практически любому ученому или инженеру, а компьютерный язык BASIC, поставлявшийся в комплекте стандартного программного обеспечения большинства таких машин, обеспечил эффективную среду для многих видов числовых расчетов. Многие микрокомпьютеры оборудованы также графопостроителями и, затратив незначительные усилия, пользователь может с их помощью получить высококачественный графический материал. Однако для того, чтобы разрабатывать и создавать графики и диаграммы на основе численных данных, в этих компьютерах тоже должны быть установлены соответствующие программы.

Даже при наличии персональных компьютеров многие научные и инженерные работники производили вычисления с применением инженерной расчетной таблицы. Она представляет собой разлинованный лист бумаги, похожий на альбомный, разграфленный также по вертикали ли-

ниями, расположенными на расстоянии около трех сантиметров друг от друга. В отдельные столбцы вводятся этапы вычисления, а в последнем столбце содержится итог. Так, например, если вы хотите вычислить функцию $y = 2x^2 + 3x$ для ряда значений x, то введете значения x в первый столбец, вычислите значения $2x^2$ во втором столбце, значения $3x$ — в третьем, а сумма данных из столбцов 2 и 3 — то есть итоговый результат — будет указана в столбце 4.

Интересно, что такие инженерные расчетные таблицы были очень похожи на те, которыми пользовались студенты бизнес-факультетов в те времена, когда я еще учился в университете (должно быть, они стащили эту идею у инженеров). Время от времени мы пропускали кружку-другую пивка в компании этих студентов, но никогда особо не интересовались их дисциплинами, поэтому это сходство между нами не дало никаких значительных результатов. Наиболее веской причиной нашего безразличия к предметам, которые изучали студенты бизнес-специальностей, было, вероятно, то, что мы оперировали понятиями синусов, косинусов и показателей степеней, а они — всего лишь действиями сложения, вычитания, умножения, деления и вычисления процентного соотношения (и в этом они действительно преуспели — вспомните только о процентных штрафах, процентных гонорарах и процентных интересах).

Много лет назад таблицы для целей бизнеса были автоматизированы с помощью микрокомпьютерной программы VisiCalc. Некоторые из специалистов, работающих в сфере научных и инженерных разработок, сразу осознали потенциальную возможность применения этой программы в качестве инструмента для своих разработок, особенно с того момента, как она "научилась" вычислять математические функции, такие как синусы, косинусы и показатели степеней. С этого времени программы электронных таблиц стали намного мощнее и разностороннее.

Одной из наиболее мощных программ электронных таблиц на сегодняшний день является Microsoft Excel, которая может работать как на PC под управлением Windows 3.x, 9x или NT, так и на Macintosh. Excel очень хорошо подходит для научных и инженерных расчетов, поскольку она объединяет в себе мощные электронные таблицы, графические средства, возможность программирования с применением языка BASIC и возможности доступа к базам данных. Добавьте ко всему этому последние разработки эффективнейших рабочих станций — и в вашем распоряжении окажутся внушительные вычислительные мощности.

О чем рассказывается в этой книге

Прочтя мою книгу, вы узнаете о наиболее эффективном использовании методов, предлагаемых Excel, для решения ваших научных и инженерных задач. Вы научитесь не только вычислять и составлять графики простых уравнений, но и производить аппроксимацию кривых; вычислять статистические данные, цифровые производные и интегралы; полу-

чать доступ к внешним базам данных; решать системы уравнений, а также одно- и двухразмерные дифференциальные уравнения. В этой книге вы также найдете объяснение того, как создаются диаграммы и графики и как следует пользоваться языком программирования Visual Basic for Applications с целью расширения возможностей рабочих листов Excel.

Версии Excel для Windows и Macintosh

Данное издание может применяться как при работе с версией Excel для Windows, так и для Macintosh. Файлы рабочих листов беспрепятственно переносятся из одной этой версии в другую. Разница в их использовании минимальна. Поскольку все графические изображения, включенные в эту книгу, иллюстрируют Excel 97, пользователи Macintosh заметят некоторую разницу между этими рисунками и тем, что они увидят на своих дисплеях, однако содержимое окон будет одним и тем же. Реализация и методы работы с рабочими листами (т.е. расположение и содержимое ячеек) в версиях Excel для Windows и для Macintosh также не отличаются. Пользователи Excel, как для платформы Windows, так и для Macintosh, не должны иметь никаких проблем при применении этих методов.

Разница между версиями Excel для Windows и Macintosh будет упоминаться в тексте непосредственно при описании самого процесса. Основная разница заключается в том, что в этих версиях для выполнения некоторых функций программы применяются разные клавиши. Так, например, на клавиатуре Macintosh имеется клавиша <Cmd> (Command), которой нет в PC. Таким образом, те функции программы, которые выполняются в Macintosh нажатием этой клавиши, в PC активизируются с помощью клавиш <Ctrl>, <Alt> и <Shift>. Например, преобразование формулы в массив выполняется в Macintosh с помощью комбинации клавиш <Cmd+Enter>, а на PC — <Ctrl+Shift+Enter>; вычисление — <Cmd+Enter> и <Ctrl+=> соответственно.

Более ранние версии Excel

Данное издание книги *Excel для ученых, инженеров и студентов* создано на основе версии Excel 97, работающей под Windows 95. Однако при работе с этой книгой читатель может пользоваться и Excel 7, а также Excel 5. С точки зрения большинства пользователей, возможности этих версий практически идентичны. Читатели этой книги, являющиеся пользователями более ранних версий Excel, при рассмотрении большинства примеров не должны столкнуться с какими-либо проблемами. Самая существенная разница между версиями 97 и 7.0, а также более ранними версиями Excel, заключается в замене прежнего языка программирования на Visual Basic for Applications, изменении области ввода данных, а также в том, что более новые версии предлагают пользователю ряд сложных функций. Однако методы, описываемые в этой книге, лишь в незначи-

тельной степени основаны на таких функциях, в их основе в большинстве случаев лежат методы работы с рабочими листами, которые применимы в большинстве версий Excel, а также в других сложных программах электронных таблиц.

Практические примеры

Данная книга написана ученым-инженером, занимающимся практическими исследованиями, для других ученых и инженеров, работающих в этой же области. Она основывается на реальном использовании электронных таблиц в качестве инженерного инструмента. Многие задачи, вошедшие в эту книгу, решались мною в ходе практической работы, либо являются адаптированными вариантами задач, решенных с применением каких-либо иных методов, то есть еще до того, как я в полной мере осознал потенциальные возможности электронных таблиц. Во многих случаях вместо того, чтобы иметь дело с упрощенными учебными задачами, вы будете решать практические задачи. Некоторые из них намного объемнее, чем задачи, которые читатель привык встречать в учебниках, поэтому для того, чтобы все же проиллюстрировать соответствующие методы, я включил в книгу сокращенные варианты таких задач.

Поскольку в основе данной книги лежит моя практическая работа в области научных и инженерных разработок, многие задачи связаны с электроникой и проблемами физики твердого тела. Кроме того, ради развлечения я добавил немного астрономической тематики. Приношу свои извинения практикам, занимающимся разработками в других отраслях науки и техники, за то, что не включил задачи, связанные с их работой, но ведь задачи в этой книге используются лишь для того, чтобы проиллюстрировать вычислительные методы. Важны именно эти методы, которые можно применить к любым отраслям, а вовсе не сами задачи.

Книга не обогатит ваших знаний в области науки и инженерии, но научит практическому применению численных методов к задачам, которые приходится решать в этих сферах. Я не слишком много внимания уделяю обсуждению теоретических основ и математическому обоснованию большинства численных методов, описанных в данном издании, но стараюсь сконцентрироваться на способах их применения при работе с электронной таблицей. Если вас заинтересовали какие-либо материалы более конкретного характера, то на тему численных методов написано немало хороших книг, способных утолить ваше любопытство. При применении большинства численных методов я главным образом основывался на книгах Кертиса Ф. Джералда (Curtis F). Gerald) *Applied Numerical Analysis* и Уильяма Х. Пресса (William H. Press) *Numerical Recipes*. Поскольку FORTRAN не сильно отличается от BASIC, что позволяет сделать процесс преобразования математического алгоритма в язык Visual Basic сравнительно простым, в практическом смысле очень удобна версия этого языка программирования, описанная во второй упомянутой

мною выше книге. Перечень других книг и ссылок на источники, связанные с приведенными мною примерами, приводится в конце каждой главы.

Примеры на дискете

Если вы не хотите сами вводить все данные примеров в таблицы, но все же хотели бы поработать с ними, вам может понадобиться отдельно распространяемая дискета, содержащая практические примеры для каждой главы, а также решения *Обзорных задач*, которые предлагаются вашему вниманию в конце глав. Обратите внимание, что решений для упражнений дискета не предлагает. Все примеры заархивированы в формате русскоязычной версии Excel 97, а также в формате англоязычной версии Excel 7, эквивалентном Excel 5. Дискета имеет формат Windows, поэтому пользователям Macintosh придется воспользоваться Apple File Exchange, PC Exchange или каким-либо иным инструментом и скопировать файлы на дискету для Macintosh. Более подробно об этом рассказывается в Приложении Б.

Кроме того, все файлы с примерами и решениями обзорных задач можно получить как в формате русскоязычной версии Excel 97, так и в формате англоязычной версии Excel 7, через Web-узел издательства "Юниор", обратившись по адресу **http://www.junior.ukrnet.net**.

Подготовка пользователя

Для того чтобы пользоваться этой книгой, необходимо обладать специальной научной либо технической подготовкой, или иметь математическое образование. Хотя она рассчитана на практических работников этих областей, студенты соответствующих факультетов не должны иметь каких-либо сложностей в ходе обсуждения задач и их решений, и смогут с пользой применять эти знания для повышения эффективности процесса обучения. В сущности, электронные версии численных методов в этой книге носят намного более интуитивно понятный характер, чем такие же методы, применяемые в Fortran или C, что превращает электронные таблицы в отличное средство обучения.

Необходимо также знать компьютер и основы Excel. Если вам не известно, как включается машина, отложите эту книгу, найдите хороший учебник и какое-то время поупражняйтесь в работе на компьютере. Когда почувствуете, что он вам более или менее понятен (например, вы можете удалить файл, не замирая при этом от страха), вернитесь к этой книге.

Если же вы не знаете, как приступить к работе с Excel, для начала рассмотрите рабочий лист, введите любые данные в некоторые ячейки, сохраните файл, загрузите один из старых файлов, почитайте учебники и справочные материалы, распространяемые вместе с программным обес-

печением. Чтобы узнать о типах функций, доступных в Excel, следует также просмотреть справочные материалы по электронным функциям. После всего этого, постигнув основы, вы сможете продолжать рассматривать задачи, описанные в этой книге.

Способ изложения материала в данной книге позволяет сначала освоиться с Excel, поэтому читатели, знакомые с этой программой, могут пропустить первый, наиболее простой пример, и начать сразу со второго. С этого момента рабочие листы начинают быстро усложняться, но, как я надеюсь, остаются вполне понятными.

Требования к аппаратным средствам

Если ваш компьютер не оборудован необходимыми аппаратными средствами, Excel либо вообще не запустится, либо вы не будете иметь возможности пользоваться некоторыми ее функциями. Для версии Excel для Windows необходимо иметь машину, на которой может быть установлена Windows 3.0, т.е., как минимум, компьютер IBM класса AT (процессор 80286) с 2 Мбайт системной памяти и монитором EGA (или лучше). Конечно, при большем объеме памяти и более мощном процессоре (80386, 80486 или Pentium) скорость работы Excel будет выше, а функциональные возможности программы — намного шире.

Excel может работать на любом компьютере Macintosh с System 6.02 или более поздними версиями, включая 128 Кбайт, если вы увеличите память машины до 1 Мбайт или более. В данном случае, опять же, работа в программе будет намного эффективнее при большем объеме памяти и при наличии более мощного процессора.

Примеры для этой книги изначально были разработаны на компьютере Today, 386SX-20, имевшем оперативную память (ОЗУ) 4 Мбайт и место на жестком диске, которого никогда не бывает достаточно. В системе были установлены DOS 5.0 и Windows 3.1. Эти же примеры были протестированы на компьютере Macintosh SE с 4 Мбайт ОЗУ и с еще большей нехваткой свободного места на жестком диске. Для настоящего издания все примеры были пересмотрены на Today 486DX2-80 с ОЗУ 16 Мбайт (места на диске все равно недостаточно), и на новом оборудовании работают намного быстрее. Если же вы намерены пользоваться Excel 97, то для эффективного соответствия компьютера этому программному обеспечению нужна как минимум система класса Pentium.

Условные обозначения, используемые в этой книге

На многих иллюстрациях данного издания рабочий лист будет изображаться не целиком, поскольку некоторые задачи заняли бы несколько страниц. В большинстве таких случаев я размещаю наиболее важные

итоги в верхнем левом углу рабочего листа, и на рисунке отображается только этот фрагмент.

Excel не реагирует на изменение регистра, поэтому функции, имена переменных и формулы можно вводить как строчными, так и прописными буквами. В описаниях задач функции электронных таблиц печатаются прописными буквами, поскольку именио в таком виде они появляются в электронной таблице; переменные показатели и назначенные имена даются в том регистре, в котором они были определены. Для элементов ввода можно пользоваться и строчными, и прописными буквами, так как Excel сама изменит их надлежащим образом.

В описании примеров все то, что предлагается вводить пользователю, выделено **полужирным шрифтом**, а символы, вводимые самой программой, напечатаны обычным шрифтом.

На полях книги часто будет встречаться изображеиие кнопок панелей инструментов (как это показано здесь). Эти кнопки соответствует тем, которые описываются в абзаце, рядом с которым находится рисунок. Например, с помощью изображеиной слева от данного абзаца кнопки запускается Мастер диаграмм. Если же на полях находится рядом две кнопки, они будут расположены в порядке, в котором описываются в абзаце.

В этой книге вы также увидите отдельные разделы, — примечания, предупреждения, экспресс-методы и врезки — которые будут выделены на фоне основного текста главы. В них содержится информация, не имеющая непосредственного отношения к данной главе, но помогающая объяснить или расширить описываемые в этом месте текста понятия.

Путь к пониманию

Теперь, когда все предварительные вопросы исчерпаны, настало время открыть рабочий лист и приступить к решению задач. Прочтя несколько последующих глав, вы увидите, как "оживают" численные методы в электронных таблицах, а также начнете понимать то, что раньше никогда до конца не понимали. Я желаю вам удачн и приятного путешествия в страну численного анализа в рабочих листах Excel.

Глава 1

Использование Excel в научных и инженерных приложениях

В этой главе...

- ✓ **Точность представления чисел и численный диапазон в Excel**
- ✓ **Ссылки на базовую ячейку и на диапазон**
- ✓ **Операторы Excel**
- ✓ **Математические функции Excel**
- ✓ **Научные и инженерные функции Excel**

Программа Microsoft Excel создавалась в качестве конкурента уже имеющимся на рынке программного обеспечения коммерческим программам для различных целей бизнеса, поэтому у читателя вполне закономерно может возникнуть вопрос: подходит ли такая программа для вычислений в области науки и техники? Может ли программа, разработанная для применения в сфере бизнеса, выполнять сложнейшие расчеты, связанные с научными и инженерными исследованиями? Соответствует ли точность и диапазон обрабатываемых чисел потребностям вычислений технического характера? Имеются ли в программе все стандартные математические функции? Можно ли в ней реализовать достаточно сложные алгоритмы?

Как вы убедитесь, Excel не только предлагает точность, вполне сравнимую с обеспечиваемой крупными компьютерными системами, но также включает в себя значительно больше математических средств и функций, чем многие языки программирования высокого уровня. Кроме того, в Excel возможно программирование с применением языка высокого уровня.

Точность представления чисел и численный диапазон в Excel

По всей вероятности, наиболее важным для пользователей-ученых является вопрос, достаточны ли точность представления чисел и численный диапазон, которые обеспечивает Excel, для научных и инженерных расчетов. При простых вычислениях точность представления чисел, как правило, не имеет большого значения. Многие научные и инженерные задачи могут быть решены с помощью простой логарифмической линейки, которая, в лучшем случае, имеет всего три разряда точности. С дру-

гой стороны, многие численные алгоритмы довольно сильно реагируют на точность представления чисел. Любой алгоритм, использующий итерацию, вернее всего будет весьма чувствителен к точности представления, поскольку погрешности вычислений будут расти с каждой итерацией и могут исказнть результат, если числа, использованные для расчетов, были недостаточно точны. Особенно важна точность представления чисел при применении алгоритмов для решения задач в области динамики нелинейных систем, поскольку решения таких задач связаны с итерацией, а используемые формулы имеют сильно нелинейный характер.

Для вычислений, связанных с механикой небесных тел, также необходимо большое количество разрядов точиости. В данной области исследований объекты зачастую привязаны ко многим тысячам орбит, расположенных вокруг основной планеты или солнца, и в случае недостаточной точности чисел суммарная ошибка округления может сместить объект совсем в другое место относительно основной планеты.

В табл. 1.1 указаны пределы точности представления чисел н численного диапазона в Excel.

Таблица 1.1. Точность представления чисел и численный диапазон в Excel

Точность	Диапазон
15 знаков	$\pm 1{,}798 \times 10^{+308}$

Точность представления чисел

Точность представления чисел в Excel соответствует и даже превышает точность представления во многих широко применяемых средствах для выполнения научно-технических расчетов. Эта программа обеспечивает внутреннюю (т.е. не выводимую на дисплей) точность числа до 15 знаков. Для сравнения скажу, что обычный калькулятор для научных расчетов отображает 10 знаков и способен с целью уменьшения погрешности округления сохранить еще один-два знака, не выводя их на дисплей; мини-компьютер VAX обеспечивает только 7 знаков для чисел с нормальной точностью и плавающей запятой, и 15 — для чисел с двойной точностью; а суперкомпьютер CRAY 1 имеет 15 разрядов точиости при нормальной точности чисел с плавающей запятой.

При выполнении вычислений Excel обеспечивает точность до 15 знаков, но при выводе их на экран округляет числа в соответствии с форматом ячейки, в котором это число отображается. Однако вы можете сохранить числа нменно в том виде, в каком видите их на экране, а не все 15 знаков. Для этого выберите команду **Сервис ➤ Пnpвыетры**, щелкните на вкладке **Вычисления** н установите флажок **Точность как нв экране**. Уменьшение точности чисел может быть удобно при работе с денежными единицами, если вы не хотите получить дробные показатели копеек, однако при выполнении вычислений, связанных с научными и инженерными исследованиями, понижать степень точности, как правило, неже-

лательно. В приведенных в этой книге примерах мы не будем использовать этот режим. Кроме того, при уменьшении точности чисел фактически несколько замедляется скорость пересчета.

Численный диапазон

Численный диапазон в общем определяет чувствительность электронной таблицы к избыточным или недостаточным погрешностям. Excel сохраняет числа от $-1{,}798\times10^{+308}$ до $1{,}798\times10^{+308}$, чем обеспечивается численный диапазон $\pm10^{+308}$. Для сравнения: обычный карманный калькулятор способен работать с диапазоном $10^{\pm99}$; мини-компьютер VAX имеет диапазон $10^{\pm38}$ при нормальной точности и $10^{\pm308}$ — при двойной; диапазон суперкомпьютера CRAY 1 достигает $10^{\pm2500}$. Хотя самое большое число, сохраняемое Excel, равно $1{,}798\times10^{+308}$, наибольшее число, которое можно ввести, составляет $9{,}999\times10^{+307}$. При вводе большего значения Excel будет трактовать его как строку.

Большинство итогов научных и технических вычислений представляют собой разумно ограниченные числа, чаще всего не выходящие за пределы от 10^{-40} до 10^{+40} (я имею в виду, что они представляются разумными ученым и инженерам). Но при использовании таких чисел в уравнениях промежуточные результаты могут оказаться довольно большими. Если промежуточный результат превышает диапазон компьютера, вычисление "захлебывается" и возвращает ошибку. Рассмотрите, например, это простое выражение из квантовой механики:

$$\frac{2m}{h^2},$$

где h — постоянная Планка, деленная на 2π ($1{,}0546\times10^{-34}$), а m — масса покоя электрона ($9{,}11\times10^{-31}$ кг.). В результате этого расчета мы получим число $1{,}64\times10^{+38}$, которое является разумно ограниченным. Однако промежуточный итог, полученный в результате возведения в квадрат и обращения константы Планка, составил $8{,}99\times10^{+67}$, что на 29 разрядов превышает конечный итог. Возведение в куб единицы, деленной на постоянную Планка, является слишком объемным действием для любого карманного калькулятора и далеко выходит за пределы возможностей обработки чисел с нормальной точностью на компьютере VAX.

Избыточные размеры чисел зачастую свидетельствуют об ошибке в самой постановке задачи. В противном случае избыточный показатель промежуточного значения легко можно исправить, перестроив формулу или разделив ее на две отдельные части, что позволит ограничить размер промежуточного значения. Так, например, в случае с приведенным выше уравнением, вы можете настроить операции таким образом, чтобы сначала масса электрона делилась на постоянную Планка, а затем полученный результат — еще раз на постоянную Планка. Полученный результат будет таким же, но промежуточное значение — намного меньше.

Имея диапазон $10^{\pm 308}$, Excel вряд ли будет иметь проблемы с избыточными показателями. Если же вам действительно удалось получить такое число, программа сохраняет ошибочное значение #ЧИСЛО!, с помощью которого помечает данную ячейку, а также все связанные с нею ячейки, как некорректные. Если же число оказывается слишком маленьким (т.е. меньше $2{,}225 \times 10^{-308}$), Excel сохраняет это значение как нулевое. Если такое число оказывается в делителе дроби, то программа возвращает ошибочное значение #ДЕЛ/0!, в результате чего любая ячейка, содержимое которой зависит от данного значения, помечается как некорректная.

Ошибочные числа

Кроме стандартных действительных чисел в Excel существует семь ошибочных значений, трактуемых ею как числа:

#ДЕЛ/0! — деление на 0;

#ИМЯ? — не определено имя переменной в формуле;

#Н/Д! — нет доступных значений;

#ПУСТО! — итога не существует, либо используется пересечение диапазонов, которые на самом деле не пересекаются;

#ЧИСЛО! — избыточное число, либо неверное использование числа, например, КОРЕНЬ(-1);

#ССЫЛКА! — неверная ссылка; ячейки, на которую она сделана, в рабочем листе не существует;

#ЗНАЧ! — неправильный тип аргумента; например, использование текста там, где необходимо число.

Если в формуле использовано одно из этих ошибочных значений, результат формулы также будет ошибочным. Ошибочные значения распространяются по всему рабочему листу, помечая все значения, зависящие от них, как некорректные. Это позволяет гарантировать, что пользователь не будет применять числа, полученные на основе некорректных данных.

✓ Совет

Если вы хотите воспользоваться ошибочными значениями для проверки формул, обрабатывающих ошибки в рабочих листах, можете ввести эти значения прямо в ячейку рабочего листа.

Основные сведения о ячейках и ссылках

Ячейки в Excel могут содержать текст, числа, указание даты и времени и формулы. Программа следит за тем, что вы вводите, и преобразует содержание ячеек надлежащим образом. Если в ячейке содержится число, Excel сохраняет его как числовое значение, и вы сможете воспользоваться им для своих вычислений. Если ячейка включает как текст, так и числа, Excel сохраняет ее как текст; а если содержание ячейки начинается со знака равенства (=), оно сохраняется как формула. Если содержа-

ние ячейки выглядит похожим на один из форматов, применяемых в Excel для указания даты и времени, оно сохраняется программой как порядковый номер даты с точкой отсчета 1.1.1990 (или 1.1.1904, если на вкладке **Вычисления** диалогового окна **Параметры**, которая выводится на экран командой **Сервис ➤ Параметры**, установлен соответствующий флажок), а время указывается в виде доли дня.

С каждой ячейкой Excel связано две ее характеристики: *содержание* и *значение*. Содержание — это то, что вводится пользователем в ячейку, а значение — то, что видно на экране. Форматирование ячейки не изменяет ее значения, но изменяет вид, в котором оно выводится на монитор. Для текста и чисел содержание и значение ячейки одинаковы. Что же касается формул, содержание представляет собой формулу, введенную вами, а значение — итог вычислений, произведенных с применением данной формулы.

Ссылки на ячейки

Тип диапазона или ячейки	Пример
Строка	Число
Столбец	Буква
Относительная ссылка	B5
Абсолютная ссылка	$B$5
Смешанная ссылка	$B5 B$5
Внешняя ссылка	'D:\STATS\CARS.XLS'!B5
Ссылка на диапазон	B5:B7

Значение какой-либо другой ячейки вводится в формулу с помощью *ссылки на ячейку*. Эта ссылка состоит из комбинации буквы и цифры, где буква соответствует определенному столбцу, в котором расположена ячейка, на которую делается ссылка, а число — строке, содержащей эту ячейку. Так, например, ссылка C5 будет соответствовать значению в ячейке, которая располагается на пересечении столбца C и строки 5, как это изображено на левом рисунке ниже. Этот тип ссылки на ячейку известен как стиль A1. Ссылка на ячейку также может иметь вид пары указателя строки и столбца, например, R5C3, как показано на рисунке справа. Ссылка в данном случае сделана на ту же ячейку, что в первом примере, но в стиле ссылки R1C1.

В стиле A1 столбцы помечены буквами.

В стиле R1C1 столбцы пронумерованы.

Чтобы назначить или изменить стиль ссылки с A1 на R1C1, выберите команду **Сервис ➤ Параметры**, щелкните на корешке вкладки **Общие** и

установите флажок Стиль ссылок R1C1. Если вы создали рабочий лист, применяя для этого один стиль, а затем изменили его, все ссылки будут автоматически преобразованы в другой стиль.

Внешние ссылки на ячейки

Ссылаясь на ячейку, расположенную в другом рабочем листе (т.е. не в том рабочем листе, в который вводится формула), вы должны включить в ссылку имя рабочего листа, чтобы Excel знала, где ей искать нужную ячейку. Такая ссылка известна под названием *внешней*. Чтобы получить доступ к содержанию одной из ячеек какого-либо рабочего листа, содержащего внешнюю ссылку, его не надо открывать. Для создания внешней ссылки введите имя рабочего листа, затем восклицательный знак, а затем — ссылку на ячейку. Если рабочий лист расположен в каталоге, отличном от каталога по умолчанию, включите в ссылку также путь к нему.

Например, если вам надо сделать ссылку на ячейку H7, расположенную в рабочем листе CARS.XLS, который находится в каталоге по умолчанию, введите следующую ссылку:

CARS.XLS!H7

Чтобы сослаться на эту же ячейку в таком же рабочем листе, но находящемся в каталоге D:\STATS, который не является каталогом по умолчанию, используйте такую форму:

'D:\STATS\CARS.XLS'!H7

✔ Совет

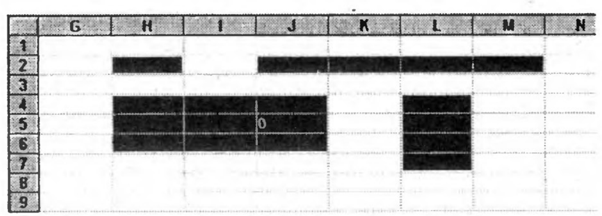
Самый надежный способ обеспечения правильного указания адреса ячейки, особенно если она находится в другом листе, заключается в том, чтобы заставить саму программу создать ссылку. Откройте рабочий лист, содержащий ячейку, на которую вы собираетесь сослаться, перейдите на исходный рабочий лист и начните вводить формулу. Достигнув места, в которое вы бы хотели поместить ссылку на ячейку, перейдите снова на лист, в котором находится нужная вам ячейка, и щелкните на ней мышью, в результате чего Excel впишет в формулу правильную ссылку.

Для ссылки, которая не является значимым именем Excel, как, например, имя, включающее в себя путь к каталогу, требуются одинарные кавычки.

Ссылки на диапазон

Можно также делать ссылки и на группы ячеек, т.е. на *диапазон*. Диапазон ячеек представляет собой прямоугольную зону в рабочем листе. Все ячейки, входящие в этот прямоугольник, включаются в данный диапазон (без каких-либо пропусков). Ссылка на диапазон представляет собой ссылку на ячейку, расположенную в левом верхнем углу прямоуголь-

ника, и на ячейку, находящуюся в правом нижнем углу прямоугольной зоны, отделенные друг от друга двоеточием. Например, ссылка H4:J6 указывает на все ячейки, расположенные в прямоугольнике, в левом верхнем углу которого находится ячейка H4, а в правом нижнем — ячейка J6 (т.е. ячейки H4, H5, H6, I4, I5, I6, J4, J5 и J6). Ссылка может быть сделана и на очень маленький диапазон, состоящий, например, всего из одной ячейки (H2:H2); а также на диапазон, включающий одну строку (J2:M2) или один столбец (L2:L17).



Экспресс-метод

Ссылки на диапазон быстро создаются с помощью мыши. Достигнув места в формуле, в которое вы намерены вставить ссылку, щелкните на ячейке, расположенной в одном углу ссылки, которую надо выделить, и протяните по диагонали в противоположный угол диапазона. В результате этого в вашу формулу будет вставлена ссылка на диапазон. Данный способ также годится для большинства диалоговых окон, в которых требуется делать ссылки на ячейки или на диапазоны ячеек.

Разделив диапазоны запятыми, можно также объединить несколько диапазонов в одной ссылке. Например, ссылка на четыре выделенных диапазона ячеек, изображенных на рисунке выше, может быть представлена следующим образом: H2:H2,H4:J6,J2:M2,L4:L7. В эту ссылку входят все ячейки, составляющие выделенные зоны (H2, H4, H5, H6, I4, I5, I6, J4, J5, J6, J2, K2, L2, M2, L4, L5, L6 и L7).

Если при отделении двух диапазонов друг от друга воспользоваться вместо запятой пробелом, то ссылка будет относиться не к объединению этих диапазонов, а к зоне их пересечения. Например, изображенная на рисунке ссылка на два диапазона B3:D4 D2:E6 является ссылкой только на ячейки D3 и D4, поскольку именно эти две ячейки содержатся в обеих выделенных прямоугольных зонах.

 **Совет**

> Чтобы выделить с помощью мыши зоны с несколькими диапазонами, выделите первую зону, нажмите <Ctrl> (для Macintosh – <Cmd>) и, удерживая эту клавишу в нажатом состоянии, выделите остальные диапазоны.

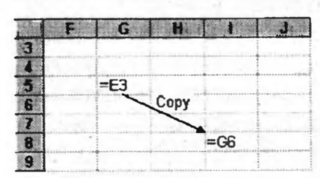
Относительные и абсолютные ссылки

Ссылки на ячейки бывают *относительными*, *абсолютными* или *смешанными*. Относительная ссылка на ячейки указывает на ячейки, связанные с той, в которую введена данная ссылка. Абсолютная ссылка всегда указывает на конкретную ячейку. Смешанная ссылка объединяет абсолютную ссылку на столбец и относительную ссылку на строку, либо наоборот, абсолютную ссылку на строку и относительную ссылку на столбец.

Относительные ссылки на ячейки

Все ссылки, упоминаемые нами до сих пор, были относительными. Они определяются относительно ячейки, в которой содержится введенная пользователем ссылка.

Представим, например, что формула, находящаяся в ячейке G5, содержит ссылку на ячейку E3. E3 фактически не ссылается на содержание ячейки, расположенной в столбце E строки 3, она просто указывает на ячейку, находящуюся на два столбца левее и на две строки выше от ячейки G5, которая в данном случае и есть E3. Это различие становится очевидным при копировании ячеек. Если вы скопируете содержание ячейки G5 в ячейку I8, ссылка на ячейку изменится на G6, которая находится на два столбца левее и на две строки выше ячейки I8.



При стиле ссылок R1C1 номер строки и столбца заключается в квадратные скобки, что делает их начальными номерами строк и столбцов. В этой системе ссылок исходным является верхний левый угол рабочего листа, поэтому положительным считается направление вниз и вправо. Например, R[-2]C[2] представляет собой относительную ссылку на ячейку, расположенную на две строки выше и на два столбца правее ячейки, содержащей данную ссылку.

Относительные ссылки на ячейки очень удобны, если вы хотите применить формулу к списку значений. Вместо того чтобы вводить формулу для каждого значения, входящего в этот список, вы набираете ее с использованием относительных ссылок и копируете по всему перечню. На

пример, если вам понадобилось вычислить формулу для 50 значений в одном столбце рабочего листа, введение ее 50 раз будет довольно утомительной и скучной работой. Вместо этого можно ввести формулу только один раз в столбец, смежный с содержащим данные, а после этого скопировать ее в 49 ячеек, расположенных под первой ячейкой. Excel откорректирует все относительные ссылки с тем, чтобы каждая ссылка указывала на соответствующее ей значение данных. Вы лучше поймете, как это получается, поупражнявшись с рабочими листами, как описывается в следующих главах.

Абсолютные ссылки на ячейки

Абсолютная ссылка при копировании формулы остается неизменной. Такая ссылка всегда указывает на конкретную ячейку независимо от того, в каком месте рабочего листа она расположена. Чтобы сделать ссылку абсолютной, следует перед координатами строки и столбца поставить знак доллара. Например, $G$5 представляет собой абсолютную ссылку на ячейку G5.

При использовании стиля R1C1 ссылка будет абсолютной, если вы не воспользуетесь квадратными скобками, в обратном случае ссылка считается относительной. Например, R5C7 указывает на конкретную ячейку, расположенную на пересечении строки 5 и столбца 7.

Абсолютные ссылки удобны для указания констант в формулах, которые вы собираетесь копировать в большое количество ячеек. Очень эффективный подход к написанию формул заключается в указании независимых переменных в формулах с применением для этого относительных ссылок на соседние ячейки, оформляя при этом постоянные элементы формул как абсолютные ссылки. При копировании такой формулы ниже, в другие ячейки столбца, относительные ячейки изменяются и становятся ссылками на соседние ячейки, но абсолютные ссылки всегда указывают на константы и не корректируются. В этом случае вам достаточно будет иметь в рабочем листе только один комплект констант. Вы сможете изменить значение одной из констант, чтобы увидеть, что произойдет в этом случае, и во всех местах, куда скопирована формула, будет отображен результат этого изменения.

Смешанные ссылки не ячейки

Смешанные ссылки содержат абсолютную ссылку либо на столбец, либо на строку, и абсолютную — на вторую координату. Для создания такой ссылки поместите перед координатой, которую вы намерены сделать абсолютной ссылкой, знак доллара.

Например, ссылка $G5 фиксирует конкретный столбец, но координата строки является относительной и изменится, если ячейка, на которую делается ссылка, будет скопирована в другую строку. В ссылке G$5, наоборот, абсолютной является координата строки, а относительной — координата столбца.

В стиле R1C1 ссылка R1C[4] является абсолютной ссылкой на строку 1 и относительной ссылкой на столбец, находящийся на четыре столбца правее от столбца, содержащего данную ссылку.

Имена диапазонов и ссылок

Вместо того чтобы пользоваться в формулах и командах ссылками на ячейку, можно присвоить имя ячейке или диапазону и использовать его с этой целью. Чтобы назначить имя отдельной ячейке или диапазону ячеек, выделите ячейку или диапазон, а затем в меню Вставка выберите команду Имя ➤ Присвоить. Введите в открывшемся диалоговом окне имя ячейки или диапазона и щелкните на кнопке ОК. Теперь ячейка или диапазон имеет имя, которое можно использовать в формуле.

Чтобы присвоить имя списку ячеек в строке (или столбце), введите имена в соседиюю с ней (ним) строку (столбец), затем выделите ячейки, для которых собираетесь назначить имя, а также ячейки, содержащие эти имена. В меню Вствка выберите команду Имя ➤ Создвть, установите флажок для указания места расположения имен и щелкните на кнопке ОК. Все ячейки будут поименованы с применением имен, введенных в соседние с ними ячейки.

Экспресс-метод

Чтобы присвоить имя отдельной ячейке или дивпвзону ячеек, выделите эту ячейку или дивпвзон, введите имя в поле имен, рвсположенное слевв от строки формул, и нажмите <Enter>. Не звбыввйте нажимвть <Enter>, поскольку в противном случве имя ячейке не будет присвоено.

При нахождении численного значеиия формулы, в которую включены имена, каждое имя заменяется Excel его определением, и затем вычисляется итог. Именованные диапазоны являются абсолютными ссылками, поэтому, когда вы копируете ячейки, содержащие их, они остаются неизменными.

Использование имен является эффективным методом, если делается многократная ссылка на одну и ту же ячейку или диапазон. Кроме того, имена делают ваши формулы более понятными. Например, если в ячейке C5 содержится значение массы, ее можно назвать Мвсса. Формулы, ссылающиеся на эту ячейку, будут содержать слово Мвсса, которое, несомненно, носит намного более описательный характер, чем C5.

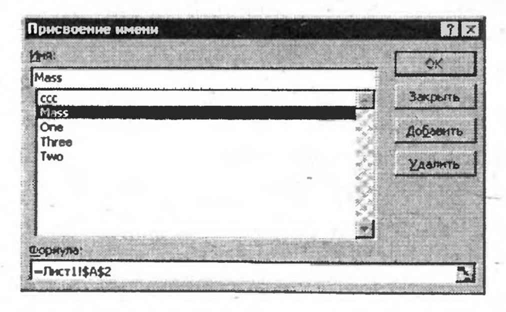
При вводе имени диапазона в формулу, для которой требуется только одно значение, Excel использует одну ячейку из этого диапазона. Выбор ячейки зависит от относительного места расположения ячейки, содержащей ссылку, и диапазона, на который делается ссылка. Если ссылка сделана на столбец ячеек справа или слева от ячейки, в которой находится ссылка, то используется ячейка, расположенная в той же самой строке, в которой содержится ячейка со ссылкой. Точно так же при ссылке

на строку, находящуюся под или над содержащей ссылку ячейкой, берется одна из ячеек, расположенная в том же столбце, в котором находится ячейка со ссылкой. Если у вас имеется не одна (один), а большее количество строк (столбцов) в ссылке в той же строке (столбце), в которой содержится ячейка со ссылкой, программа возвратит вам ошибочное значение #ЗНАЧ! . Такой же результат будет и в том случае, если ни одна ячейка в ссылке не располагается в той же самой строке или столбце, в которой находится ячейка со ссылкой.

Предупреждение

Если вы используете имя диапазона в функции, способной принимать множественные аргументы (например, функция И( )), в ней будет задействован весь именованный диапазон, а не отдельное значение, содержащееся в той же самой строке или столбце, где находится формула. Будьте внимательны, иначе можно получить самые неожиданные результаты.

Фактически, существует возможность присвоить имя практически любому значению, включая числа или текст, не содержащиеся ни в одной из ячеек, с помощью команды Вставка ➤ Имя ➤ Присвоить. При этом следует трактовать список именованных диапазонов и значений как простую таблицу подстановок, в которой значение имени вставляется в формулу перед тем, как вычисляется ее значение. Эта же команда также применяется для редактирования или удаления имен и ссылок. Выделите любую ячейку и выберите команду Вставка ➤ Имя ➤ Присвоить. После этого в появившемся диалоговом окне Присвоение имени выберите одно из готовых имен в списке Имя и просмотрите значение этого имени, которое появится в поле Формула.



Копирование и перемещение ссылок на ячейки

Как я уже объяснял выше, при *копировании* формулы из одной ячейки в другую абсолютные ссылки остаются неизменными, а относительные изменяются в зависимости от того, куда копируется данная формула. На приведенном рисунке формула была введена в ячейку B3, а затем скопирована в ячейки B4:B6. Обратите внимание на то, что в каждой формуле

изменились только относительные ссылки на ячейки, содержащиеся в столбце A, а абсолютная ссылка на ячейку B2 осталась без изменений.

	A	B	C	
1				
2		3		
3	1	=$B$2*A3		
4	2	=$B$2*A4		
5	3	=$B$2*A5		
6	4	=$B$2*A6		
7				
8				

Экспресс-метод

Для копирования формул в другие ячейки также можно воспользоваться командами **Копировать** и **Вставить**. Если ячейка, которую вы собираетесь вставлять, расположена рядом с ячейкой, из которой она копируется, выделите обе эти ячейки, выберите команду **Правка ➤ Заполнить** и выберите из подменю направление заполнения (**Вверх**, **Вниз**, **Влево**, **Вправо**). Еще более быстрым способом является применение *маркера заполнения* (он представляет собой маленький черный квадрат в нижнем правом углу выделенной ячейки или диапазона). Выделите ячейку, которую хотите скопировать, щелкните на этом квадратике и перетащите указатель в конец диапазона, который намерены заполнить. При этом содержание первой ячейки будет скопировано в весь выделенный диапазон.

При *перемещении* содержания ячейки Excel предполагает, что вы хотите изменить только макет своего рабочего листа, но не математическую логику. В этом аспекте ссылки в перемещенных ячейках, указывающие на ячейки за пределами этих ячеек, остаются неизменными: после перемещения они указывают на те же ячейки. Любые ячейки, ссылающиеся на перемещенные, корректируются таким образом, чтобы они указывали на новые ячейки, которые имеют такое же содержание, какое имели те ячейки, на которые они ссылались первоначально. Перемещение не должно повлечь за собой каких-либо изменений итогов формул, если только вы не удалите данные в ячейках, поместив в них новые данные. Если ячейку B3, изображенную на рисунке, переместить в ячейку C7, то получится результат, отображенный на иллюстрации. Как видите, в формуле ничего не изменилось.

	A	B	C	
1				
2		3		
3	1			
4	2	=$B$2*A4		
5	3	=$B$2*A5		
6	4	=$B$2*A6		
7			=$B$2*A3	
8				

Экспресс-метод

Ячейки можно перемещать с помощью команд Правка ➤ Копировать и Правка ➤ Вставить. Существует и еще один способ перемещения: выделите ячейку, щелкните на ее границе и перетяните в новое место.

Использование операторов в вычислениях

Операторы являются базовыми структурными элементами математических формул. Их действие определяет, каким образом объединяются числа (или строки текста) для получения численного итога. Excel предлагает три вида операторов: математические, текстовые и логические. Текстовый оператор существует только один — конкатенация (&). Он служит для объединения даух строк текста в одну. В табл. 1.2 вашему вниманию предлагается перечень всех операторов, имеющихся в Excel.

Математические операторы

Математические операторы включают стандартный комплект, который можно найти в любом компьютерном языке высокого уровня или инженерном калькуляторе.

Процент и отрицание являются унарными (одноместными) операторами. Оператор процента делит число, расположенное слева от него, на 100 (/100). Если число с оператором процента является единственным значением в ячейке, формат этой ячейки также изменяется на процент. Положительного унарного оператора в Excel не существует; положительное значение принимается по умолчанию при отсутствии какого-либо унарного оператора. На практике, если поставить перед значением или формулой "+", то Excel удалит этот знак (за исключением случаев, когда он является показателем степени числа в экспоненциальном представлении).

Группа математических операторов включает сложение, вычитание, умножение, деление и возведение в степень. Все они работают как обычно.

Логические операторы

Логические операторы (в учебниках их называют операторами сравнения) применяются для сравнения двух численных значений или строк. Результатом действия этих операций является либо значение **Истинв**, либо значение **Ложь**. При использовании логических результатов в математических формулах **Истина** имеет значение 1, а **Ложь** — значение 0.

Когда Excel сравнивает с применением логических операторов строки, регистр символов (прописные или строчные) программой игнорируется. Однако с помощью функции Excel **СОВПАД** вы можете сравнить строки текста с учетом регистра символов.

Приоритет операторов

Приоритетом операторов определяется порядок, в котором выполняется вычисление численного значения формулы. В табл. 1.2 справа от каждого оператора указано его место в этом порядке. При любых вычислениях действия операторов, имеющие приоритет 1, будут выполняться в первую очередь, после этого будут выполняться действия операторов с приоритетом 2 и т.д. При наличии в формуле двух операторов с одинаковым приоритетом вычисления будут выполняться справа налево.

Если вы не уверены, в каком порядке будет вычисляться формула, можно дополнительно указать правильный порядок вычислений, воспользовавшись круглыми скобками, которые всегда имеют преимущество по сравнению с приоритетом, указанным в табл. 1.2.

Таблица 1.2. Операторы Excel и приоритет их выполнения

Оператор	Описание	Порядок при вычислениях
	Унарные операторы	
-	Отрицание (относится к значению справа от него)	1
%	Процент (относится к значению слева от него)	2
	Математические операторы	
^	Возведение в степень	3
*	Умножение	4
/	Деление	4
+	Сложение	5
-	Вычитание	5
	Текстовые операторы	
&	Конкатенация	6
	Логические операторы	
=	Равно	7
<	Меньше	7
>	Больше	7
<=	Меньше или раено	7
>=	Больше или равно	7
<>	Не равно	7

Предупреждение

Порядок выполнения операторов в формуле рабочего листа несколько отличается от того, который применяется в Visual Basic for Applications (он описан в главе 4). В рабочем листе отрицание выполняется перед возведением в степень, а в Visual Basic for Applications — наоборот. Например, формула в рабочем листе –1^2 возвратит значение 1, а в Visual Basic for Applications — значение –1. Поэтому, чтобы получить желаемый результат, эту формулу надо записать в следующем виде: (–1)^2.

Использование функций рабочего листа

Весьма важным фактором при планировании использования Excel для научных и инженерных вычислений является то, что в программе доступны все наиболее часто применяемые математические функции. Без этих функций даже относительно простые вычисления могут стать довольно утомительным процессом. Например, пробовали ли вы когда-нибудь рассчитать синус угла с помощью калькулятора, самым сложным действием которого является извлечение квадратного корня? Задача, конечно, выполнимая, но занимает много времени и при этом довольно легко в итоге получить ошибочный результат.

Excel обеспечивает 10 разных видов функций: математические/тригонометрические, инженерные, логические, текстовые, статистические, функции категории дата/время, функции для работы с базами данных/списками, финансовые, информационные функции и функции категории ссылки/массивы. Кроме того, вы сможете пользоваться большим количеством надстроечных функций, которые применяются для создания компьютерных программ в Excel (принципы программирования на Visual Basic for Applications описаны в главе 4). Если же для ваших целей окажется недостаточно внутренних и надстроечных функций и программ Visual Basic for Applications, можно создать свои собственные в компилируемом языке, например, в C или в FORTRAN, и потом вызывать их в Excel (подробная информация об объявлении и использовании внешних модулей предлагается в приложении Г).

В этой главе вы найдете описание функций, представляющий особый интерес для ученых и инженеров. Полное описание всех этих функций и операторов, а также их синтаксиса, можно получить в электронной справке Excel.

Ввод функций

Функции Excel применяются в основном так же, как функции в большинстве компьютерных программ. Чтобы использовать в формуле функцию, введите ее имя, поставьте левую круглую скобку, затем напечатайте аргументы, отделенные друг от друга запятыми, и закройте круглую скобку. Аргументами в данном случае могут быть числа, строки, ссылки на ячейки или другие функции (до семи уровней). Если аргумент функции выходит за пределы аргументов, принимаемых этой функцией, то она возвращает ошибочное значение #ЧИСЛО!. Если тип аргумента не соответствует данной функции, ею возвращается ошибочное значение #ЗНАЧ!.

В этой книге все имена функций даются прописными буквами, но вы можете вводить их в любом регистре — Excel на изменение регистра не реагирует.

Совет

Для того чтобы вставить функцию непосредственно в формулу, пользуйтесь **Мастером функций**. Начните вводить формулу и, достигнув точки, в которую вы хотели бы вставить функцию, щелкните на кнопке **Вставка функций**, расположенной на панели инструментов, в результате чего на экране появится диалоговое окно **Мастер функций**. В нем вы увидите перечень функций. Выберите в нем нужную вам функцию, щелкните на кнопке **Готово**, и функция с ее аргументами будет вставлена в формулу. Либо, щелкнув на кнопке **Далее**, откройте второе диалоговое окно, которое поможет вам ввести аргументы.

Функции массива

Обычная функция возвращает одно значение, однако, некоторые из функций Excel возвращают массив значений. Например, функция МОБР (*матрица*) вычисляет обратную матрицу и возвращает матрицу значений такого же порядка (по высоте и ширине), как матрица аргумента.

Функцию массива необходимо вводить в диапазон ячеек, который должен быть достаточно велик для того, чтобы в нем поместились все элементы данного массива. Например, если вы пользуетесь функцией МОБР для обращения массива 3×3, то в итоге получите также массив 3×3, поэтому эту функцию надо вставлять в диапазон ячеек 3×3.

Чтобы вставить функцию массива в диапазон ячеек, выделите эти ячейки и введите функцию массива и ее аргументы в верхнюю левую ячейку этого диапазона. После этого нажмите комбинацию клавиш <Ctrl+Shift> и, удерживая их в нажатом состоянии, нажмите <Enter> (в Macintosh — <Cmd+Enter>) либо щелкните на кнопке ввода (эта кнопка с изображением зеленой галочки появится в строке формулы сразу после того, как вы начнете набирать формулу). В результате этого в каждой ячейке диапазона появится функция массива, заключенная в фигурные скобки ({}). Вам не придется вводить эти скобки — Excel вставит их сама, чтобы пометить введенные данные как функцию массива.

Таким образом к массиву значений можно применить любую формулу. Например, приведенная ниже формула вычисляет сумму квадратов набора значений и возвращает одно значение:

=СУММ((A7:A15-$B$1)^2)

Если вы введете эту формулу и, удерживая нажатыми клавиши <Ctrl+Shift>, нажмете <Enter> (или щелкните на кнопке ввода), Excel сначала вычтет значение B1 из всех значений в ячейках с A7 по A15, возведет показатели разностей в квадраты, а затем сложит их. Если же ввести эту формулу, не нажимая при этом клавиши <Ctrl+Shift>, Excel использу-

ет только одно из значений в диапазоне A7:A15 (то, которое находится в той же самой строке, в которой расположена ячейка с формулой).

Функции массивов могут быть очень полезны и эффективны, ведь с их помощью можно выполнять сложнейшие расчеты в одной ячейке. Однако с ними следует быть очень внимательным, поскольку иногда бывает трудно проверить их правильность и отладить их работу. Например, приведенная ниже формула, введенная как функция массива, рассчитает стандартное отклонение содержания ячеек A1:A10:

=КОРЕНЬ((СУММ((A1:A10-СРЗНАЧ(A1:A10))^2))/(СЧЕТ(A1:A10)-1))

Математические функции

Математические функции используют числовые данные как аргументы, каким-либо способом трансформируют их и выдают результат в виде численного значения. Математические функции делятся на четыре общих типа: основные математические, логарифмические, тригонометрические и матричные. В табл. 1.3 перечислены математические функции Excel.

Таблица 1.3. Математические функции Excel

Функция	Возвращает
	Основные математические функции
ABS( )	Абсолютное значение числа
ОКРВВЕРХ( )	Число, округленное до ближайшего целого или до ближайшего кратного указанного значения
ЧИСЛКОМБ( )	Количество комбинаций для заданного числа объектов
COUNTBLANK( )	Количество пустых ячеек в диапазоне
СЧЕТЕСЛИ( )	Количество ячеек, удовлетворяющих заданному критерию
ЧЕТН( )	Число, округленное с избытком до ближайшего четного целого
ФАКТР( )	Факториал числа
ОКРВНИЗ( )	Число, округленное до ближайшего меньшего по модулю целого
НОД( )*	Наибольший общий делитель списка чисел
НОК( )*	Наименьшее общее кратное списка чисел
ЦЕЛОЕ( )	Число, округленное до ближайшего меньшего целого
ОСТАТ( )	Модуль (остаток двух чисел).
ОКРУГЛТ( )*	Число, округленное до числа, кратного заданному
МУЛЬТИНОМ( )	Мультиномиал списка чисел
НЕЧЕТ( )	Число, округленное с избытком до ближайшего нечетного целого
СТЕПЕНЬ( )	Результат возведения в степень
ПРОИЗВЕД( )	Произведение аргументов чисел в списке
ЧАСТНОЕ( )	Частное от деления нацело
СЛЧИС( )	Случайное число между 0 и 1
СЛУЧМЕЖДУ( )*	Случайное число между двумя заданными числами
РИМСКОЕ( )	Число, преобразованное из арабского в римское
ОКРУГЛ( )*	Число, округленное до указанного количества разрядов

Функция	Возврвщает
ОКРУГЛВНИЗ( )	Число, округленное от 0 с недостатком до следующего целого
ОКРУГЛВВЕРХ( )	Число, округленное от 0 с избытком до следующего целого
РЯД.СУММ( )	Сумму степенного ряда
ЗНАК( )	Значение 1 со знаком числа
КОРЕНЬ( )	Квадратный корень из числа
КОРЕНЬПИ( )*	Квадратный корень из числа, умноженного на π
ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ.ИТОГИ( )	Промежуточные итоги по списку или базе данных
СУММА( )	Сумму чисел в списке
СУММЕСЛИ( )	Сумму значений в ячейках, соответствующих заданному критерию
СУММПРОИЗВ( )	Сумму произведений элементов матрицы
СУММКВ( )	Сумму квадратов чисел в списке
СУММРАЗНКВ( )	Сумму разностей квадратов элементов в двух массивах
СУММСУММКВ( )	Сумму сумм квадратов элементов в двух массивах
СУММКВРАЗН( )	Сумму квадратов разностей значений в двух массивах
ОТБР( )	Число, усеченное до указанного количества знаков
	Логарифмические функции
EXP( )	Число **e**, возведенное в степень (показатель степени числа **e**)
EXP1( )	Значение **e** (2,7182818284590)
LN( )	Натуральный логарифм числа (основание **e**)
LOG( )	Логарифм числа по заданному основанию
LOG10( )	Общий логарифм числа (основание 10)
	Тригонометрические функции
COS( )	Косинус числа
SIN( )	Синус числа
TAN( )	Тангенс числа
	Обратные тригонометрические функции
ACOS( )	Арккосинус числа
ASIN( )	Арксинус числа
ATAN( )	Арктангенс числа (от $-\pi/2$ до $\pi/2$)
ATAN2( )	Арктангенс двух чисел (от $-\pi$ до π)
	Гиперболические функции
COSH( )	Гиперболический косинус числа
SINH( )	Гиперболический синус числа
TANH( )	Гиперболический тангенс числа
	Обратные гиперболические функции
ACOSH( )	Гиперболический арккосинус числа
ASINH( )	Гиперболический арксинус числа
ATANH( )	Гиперболический арктангенс числа
ПИ( )	Значение π (3,1415926535898)
	Функции преобразоаания угла
ГРАДУСЫ( )	Показатель величины угла в градусах
РАДИАНЫ( )	Показатель величины угла в радианах

Функция	Возвращает
	Матричные функции
МОПРЕД( )	Определитель матрицы
МОБР( )	Матрицу, обратную заданной
МУМНОЖ( )	Произведение двух матриц
См. также ТРАНСП( ) в табл. 1.14	

* Функции, помеченные звездочкой, входят в надстройку **Пакет анализа.**

Основные математические функции

С помощью основных математических функций выполняются общие вычисления. Например, функция ABS(x) возвращает абсолютное значение числа x.

Функции ОКРВВЕРХ(x,знач), ЧЕТН(x), ОКРВНИЗ(x,знач), ЦЕЛОЕ(x), ОКРУГЛТ(x,знач), ОКРУГЛ(x,знач), ОКРУГЛВВЕРХ(x,знач), ОКРУГЛВНИЗ (x,знач), НЕЧЕТ(x) и ОТБР(x,знач) преобразуют x в целое, используя для этого различные логические основания. Аргумент знач представляет собой значимость разряда, которая является значением, кратное которого вы хотите округлить. В табл. 1.4 показаны результаты применения некоторых из этих функций.

Таблица 1.4. Округление чисел

x	n	ОКРВВЕРХ (x,n)	ЧЕТН (x)	ОКРВНИЗ (x,n)	ЦЕЛОЕ (x)	ОКРУГЛТ (x,n)	ОКРУГЛ (x,n)	ОТБР (x,n)	ОКРУГЛВНИЗ (x,n)	ОКРУГЛВВЕРХ (x,n)
1,5263	0	0	2	#DIV/0!	1	0	2	1	1	2
-1,5263	0	0	-2	#DIV/0!	-2	0	-2	-1	-1	-2
2,48554	0	0	4	#DIV/0!	2	0	2	2	2	3
2,61756	0	0	4	#DIV/0!	2	0	3	2	2	3
-2,48554	0	0	-4	#DIV/0!	-3	0	-2	-2	-2	-3
-2,61765	0	0	-4	#DIV/0!	-3	0	-3	-2	-2	-3
1,5263	2	2	2	0	1	2	1,53	1,52	1,52	1,53
-1,5263	-2	-2	-2	0	-2	-2	0	0	0	-100
132,4855	2	134	134	132	132	132	132,49	132,48	132,48	133,49
642,6176	2	644	644	642	642	642	642,62	642,61	642,61	642,62
-132,486	-2	-134	-134	-132	-133	-132	-100	-100	-100	-200
-642,618	-2	-644	-644	-642	-643	-642	-600	-600	-600	-700
1,5263	0,01	1,53	1,53	1,52	1	1,53	2	1	1	2
-1,5263	-0,01	-1,53	-1,53	-1,52	-2	-1,53	-2	-1	-1	-2
2,48554	0,01	2,49	2,49	2,48	2	2,49	2	2	2	3
2,61756	0,01	2,62	2,62	2,61	2	2,62	3	2	2	3
-2,48554	-0,01	-2,49	-2,49	-2,48	-3	-2,49	-2	-2	-2	-3
-2,61765	-0,01	-2,62	-2,62	-2,61	-3	-2,62	3	-2	-2	-3

Функция ЗНАК(x) возвращает значение 1,0 с тем же знаком, какой имеет x, либо 0, если x является 0. Функция ОСТАТ(x1,x2) возвращает

модуль или остаток от частного x1/x2. Она чаще всего используется для преобразования большого угла (x1>2π) обратно в единицу окружности (0<x1<2π), как, например, в следующем примере:

ОСТАТ(2,703×ПИ( ),2×ПИ( ))= ,703π.

Функция ОСТАТ также часто применяется в качестве части логической формулы для определения, в каком случае значение является четным кратным некоего определенного числа, как, например, в следующей формуле:

(ОСТАТ(X,10)=0)=ИСТИНА для X =... , -10, 0, 10, 20,...

Функция КОРЕНЬ(x) возвращает значение квадратного корня из x. КОРЕНЬПИ(x) возвращает квадратный корень из xπ.

Функции СУММ(список), ПРОИЗВЕД(список), ЧАСТНОЕ(x1,x2), РЯД.СУММ(x,n,m,коэфф), СУММПРОИЗВ(матрица1,матрица2), СУММКВ (список), СУММРАЗНКВ(матрица1,матрица2), СУММКВРАЗН(матрица1, матрица2), СУММСУММКВ(матрица1,матрица2) выполняют разные виды суммирования списков членов. Функции СЛЧИС( ) и СЛУЧМЕЖДУ(ниже, аыше) возвращают случайные числа.

Функция ЧИСЛКОМБ(n,отобран) вычисляет келичество способов, которыми могут быть скомбинированы отобранные из совокупности n объекты. Функции ФАКТР(n) и ДВФАКТР(n) вычисляют факториал числа (n!=1×2×3×...n) и двойной факториал числа (n!!). Функции НОД и НОК вычисляют наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное списка чисел.

Логарифмические функции

Логарифмические функции вычисляют натуральные и общие логарифмы чисел. LN(x) и EXP(x) вычисляют натуральный логарифм x и показатель степени x (e^x) соответственно. Теоретически значение x в экспоненциальной функции может принимать любое значение; однако значение x более 709 приводнт к численному переполнению и в этом случае функция возвращает ошибочное значение #ЧИСЛО!.

Функция EXP(1) возвращает основание e натурального логарифма (2,71828182845904). LOG10(x) возвращает общий логарифм (основание 10) x. LOG(x,b) возвращает логарифм x для любого основания b.

Тригонометрические функции

Тригонометрические функции SIN(x), COS(x) и TAN(x) возвращают синус, косинус и тангенс угла x соответственно. Угол x должен быть в радианах, поэтому следует преобразовать показатель величины угла в градусах в показатель в радианах, для чего можно воспользоваться функцией РАДИАНЫ( ), либо сделать это путем умножения на π/180. Например, если y выражен в градусах, формула для получения синуса y будст следующей:

SIN(РАДИАНЫ(Y))=SIN(Y×ПИ( )/180)

Для обратного процесса и преобразования показателя угла в радианах в градусы воспользуйтесь функцией ГРАДУСЫ( ) или умножьте на 180/π. Вот, например, формула для получения арксинуса z в градусах:

ГРАДУСЫ(ASIN(Z))=ASIN(Z)×180/ПИ( )

Точность значений тригонометрических функций, близких к нулю

Вследствие точности чисел Excel, синус или косинус π, 2π, ..., или косинус $\pi/2$, $3\pi/2$,... не являются абсолютно нулевыми значениями, поэтому следует быть очень внимательным и не составлять уравнений, зависящих от итогов этих функций, принимая их равными нулю, как, например, следующие:

SIN(ПИ( ))=$1{,}22\times10^{-16}$

SIN(2*ПИ( ))=$-2{,}45\times10^{-16}$

COS(ПИ( )/2)=$6{,}12\times10^{-17}$

TAN(2*ПИ( ))=$-2{,}45\times10^{-16}$

В большинстве случаев эти значения достаточно близки к нулю, однако в иекоторых формулах это может стать причиной проблем.

Тригонометрические функции для вычисления секансов, косекансов и котангенсов в Excel не доступны. Однако для получения этих показателей можно воспользоваться другими функциями программы:

- для вычисления секанса угла x, SEC(x), примените формулу 1/COS(x);
- для вычисления косеканса угла x, CSC(x), примените формулу 1/SIN(x);
- для вычисления котангенса угла x, COT(x), примените формулу 1/TAN(x).

Обратные тригонометрические функции

Обратные тригонометрические функции ASIN(x) и ACOS(x) возвращают арксинус и арккосинус соответственно в радианах x. Поскольку арктангенс является многозначной функцией, Excel обеспечивает две разные ее версии. Первая версия, ATAN(x), не несет в себе достаточного количества информации для определения, в каком квадранте должен находнться итог, поэтому она возвращает значение в виде диапазона от $-\pi/2$ до $+\pi/2$. Вторая версия, ATAN2(x,y), обладает достаточной информацией для определения правильного квадранта и возвращает значение в диапазоне от $-\pi$ до $+\pi$. Функция ПИ возвращает значение π (3,14159265358979).

Вычислить тригонометрические функции, отсутствующие в Excel, можно следующим образом:

- для вычисления арксеканса x для x>0, ASEC(x), воспользуйтесь формулой:

  ATAN(КОРЕНЬ(x^2-1));

- для вычисления арксеканса x для x<0, ASEC(x), воспользуйтесь формулой:

  ATAN(КОРЕНЬ(x^2-1))-ПИ( );
- для вычисления арккосеканса x для x>0, ACSC(x), воспользуйтесь формулой:

  ATAN(1/КОРЕНЬ(x^2-1));
- для вычисления арккосеканса x для x<0, ACSC(x), воспользуйтесь формулой:

  ATAN(1/КОРЕНЬ(x^2-1)-ПИ( );
- для вычисления арккотангенса x, ACOT(x), воспользуйтесь формулой:

  ПИ( )/2-ATAN(x).

Гиперболические функции

В Excel имеется три гиперболические функции: SINH(x), COSH(x) и TANH(x). Эти функции вычисляют гиперболический синус, косинус и тангенс x соответственно. Остальные гиперболические функции могут быть вычислены на основе этих трех функций следующим способом:

- для вычисления гиперболического секанса x, SECH(x), воспользуйтесь формулой:

  1/COSH(x);
- для вычисления гиперболического косеканса x, CSCH(x), воспользуйтесь формулой:

  1/SINH(x);
- для вычисления гиперболического котангенса x, COTH(x), воспользуйтесь формулой:

  1/TANH(x).

Обратные гиперболические функции

Обратными гиперболическими функциями в Excel являются ASINH(x), ACOSH(x) и ATANH(x). На основе этих функций вычисляются обратный гиперболический синус, косинус и тангенс соответственно. Другие обратные гиперболические функции могут быть вычислены следующим способом:

- для вычисления обратного гиперболического секанса x (двузначного), ASECH(x), воспользуйтесь формулой:

  LN((±КОРЕНЬ(1-x^2))/x);
- для вычисления обратного гиперболического косеканса x (двузначного), ACSCH(x), воспользуйтесь формулой:

  LN((±КОРЕНЬ(1+x^2))/x);
- для вычисления обратного гиперболического котангенса x, ACOTH(x), воспользуйтесь формулой:

  0,5×LN((x+1)/(x-1)).

Матричные функции

Excel предлагает пользователям четыре матричные функции. Три из них являются элементами множества математических функций: МОПРЕД(матрица), МОБР(матрица) и МУМНОЖ(матрица1,матрица2). Четвертая матричная функция ТРАНСП(массив) относится к функциям поиска по таблице и вектору (категории ссылки/массивы). Функция МОПРЕД вычисляет определитель матрицы; МОБР рассчитывает матрицу, обратную хранящейся в массиве; МУМНОЖ возвращает матричное произведение двух матриц. Матричные функции главным образом применяются для решения матричных уравнений, особенно тех, которые получаются в результате решения систем линейных уравнений.

МОБР и МУМНОЖ являются векторными функциями: они возвращают не единичное значение, а массив значений. Чтобы ввести эти функции не в одну ячейку, а в массив, надо при их вводе удерживать нажатыми клавиши <Ctrl> и <Shift> (в Macintosh <Cmd+Enter>), как я уже объяснял в разделе *Функции массива* выше в этой главе.

Функция ТРАНСП выполняет транспонирование аргументов матрицы, т.е. заменяет строки столбцами и наоборот. Эта функция удобна для замены горизонтальных векторов вертикальными и вертикальных горизонтальными.

Инженерные функции

Известны следующие типы инженерных функций Excel:

- функции Бесселя;
- функции преобразования основания;
- функции преобразования углов;
- функции ошибок;
- функции числового сравнения;
- комплексные арифметические функции.

В табл. 1.5 перечислены инженерные функции Excel. Более полное описание предлагается вашему вниманию в приложении В.

 **Примечание**

Комплексные числа сохраняются как строки в форме *x+yj*, где *x* представляет собой действительную часть, а *y* — мнимую.

Логические функции

Логическими называются функции, которые возвращают или оперируют логическими значениями ИСТИНА и ЛОЖЬ. Кроме того, многие функции информационной категории, перечисленные в табл. 1.13, также

возвращают логические значения в виде итогов тестов. Логические функции Excel предлагаются вашему вниманию в табл. 1.6.

Логические значения ИСТИНА и ЛОЖЬ являются эквивалентами численных значений 1 и 0 соответственно. Это означает, что для всех значений x, ИСТИНА×x=x, а ЛОЖЬ×x=0. Функции, принимающие логический аргумент, интерпретируют все ненулевые значения как ИСТИНУ, а все нулевые — как ЛОЖЬ.

Таблица 1.5. Инженерные функции Excel

Функция	Возвращает
	Функции Бесселя
БЕССЕЛЬ.J( )*	Функцию Бесселя Jn(x)
БЕССЕЛЬ.I( )*	Модифицированную функцию Бесселя In(x)
БЕССЕЛЬ.K( )*	Модифицированную функцию Бесселя Kn(x)
БЕССЕЛЬ.Y( )*	Функцию Бесселя (Вебера) Yn(x)
	Функции преобразования основания
ДВ.В.ДЕС( )*	Двоичное число, преобразованное в десятичное число
ДВ.В.ШЕСТН( )*	Двоичное число, преобразованное в шестнадцатеричную строку
ДВ.В.ВОСЬМ( )*	Двоичное число, преобразованное в восьмеричную строку
ПРЕОБР( )*	Число, преобразованное из одной системы единиц в другую
ДЕС.В.ДВ( )*	Десятичное число, преобразованное в двоичную строку
ДЕС.В.ВОСЬМ( )*	Десятичное целое, преобразованное в восьмеричную строку
ДЕС.В.ШЕСТН( )*	Десятичное целое, преобразованное в шестнадцатеричную строку
FACTDOUBLE( )*	Двойной факториал
ШЕСТН.В.ДВ( )*	Шестнадцатеричное число, преобразованное в двоичную строку
ШЕСТН.В.ДЕС( )*	Шестнадцатеричное число, преобразованное в десятичное число
ШЕСТН.В.ВОСЬМ( )*	Шестнадцатеричное число, преобразованное в восьмеричную строку
ВОСЬМ.В.ДВ( )*	Восьмеричное число, преобразованное в двоичную строку
ВОСЬМ.В.ДЕС( )*	Восьмеричное число, преобразованное в десятичное число
ВОСЬМ.В.ШЕСТН( )*	Восьмеричное число, преобразованное в шестнадцатеричную строку
	Функции ошибок
ФОШ( )*	Функция ошибок
ДФОШ( )*	Дополнительная функция ошибок
	Функции числового сравнения
ДЕЛЬТА( )*	Дельта-функция; возвращает 1, если два числа равны и 0 если они разные

Функция	Возвращает
ПОРОГ( )*	Ступенчатая функция; возвращает 1, если число больше порогового значения и 0 — если оно меньше или равно пороговому значению
	Комплексные арифметические функции
КОМПЛЕКСН( )*	Действительный и мнимый коэффициенты, преобразованные в комплексное число в строке "x+yj"
МНИМ.ABS( )*	Абсолютное значение комплексного числа в строке
МНИМ.ЧАСТЬ( )*	Мнимый коэффициент комплексного числа в строке
МНИМ.АРГУМЕНТ( )*	Угол, выраженный в радианах, в комплексной плоскости комплексного числа в строке
МНИМ.СОПРЯЖ( )*	Комплексное сопряжение комплексного числа в строке
МНИМ.COS( )*	Косинус комплексного числа в строке
МНИМ.ДЕЛ( )*	Частное двух комплексных числе в строке
МНИМ.EXP( )*	Экспоненту комплексного числа в строке
МНИМ.LN( )*	Натуральный логарифм комплексного числа в строке
МНИМ.LOG2( )*	Логарифм по основанию 2 комплексного числа в строке
МНИМ.LOG10( )*	Общий логарифм (основание 10) комплексного числа в строке
МНИМ.СТЕПЕНЬ( )*	Комплексное число в строке, возведенное в целую степень
МНИМ.ПРОИЗВЕД( )*	Произведение двух комплексных чисел, сохраненных в строке
МНИМ.ВЕЩ( )*	Действительный коэффициент комплексного числа в строке
МНИМ.SIN( )*	Синус комплексного числа в строке
МНИМ.КОРЕНЬ( )*	Квадратный корень комплексного числа, сохраненного в строке
МНИМ.РАЗН( )*	Разность двух комплексных чисел, сохраненных в строке
МНИМ.СУММ( )*	Сумму двух или более комплексных чисел, сохраненных в строке

Функции, помеченные звездочкой (*), входят в надстройку **Пакет анализа**.

Функция ЕСЛИ(логический,x,y) тестирует логические значения, но не обязательно возвращает логический результат. Если аргумент логический, как это бывает в логических формулах, является ИСТИНОЙ или ненулевым значением, функция возвращает значение x. Если же элемент логический — ЛОЖЬ или ноль, то возвращается значение y.

Чаще всего функция ЕСЛИ применяется для отслеживания неправильных вычислений (таких как деление на ноль) и выбора альтернативного пути расчета. Если x или y являются формулами, они вычисляются только в том случае, если в них есть необходимость. Например, для вычисления значения SIN(x)/x для всех значений x можно воспользоваться следующей формулой:

ЕСЛИ(x=0,1,SIN(x)/x).

При x равном 0, функция возвращает правильное значение −1; в противном случае она вычисляет и возвращает значение SIN(x)/x. Если не

воспользоваться функцией ЕСЛИ, то при x равном 0 вы получите ошибочное значение #ДЕЛ/0!, даже, несмотря на то, что SIN(0)/0 равно 1.

В группу логических функций включены также три булева оператора: И(А,В), ИЛИ(А,В) и НЕТ(А,В). Они комбинируют логические значения в соответствии с правилами булевой алгебры с целью получения логического результата. Булевы операторы обычно используются как двоичные операторы, но Excel предлагает их как функции.

Таблица 1.6. Логические функции Excel

Функция	Возвращает
	Функции логических значений
ИСТИНА( )	ИСТИНА или 1
ЛОЖЬ( )	ЛОЖЬ или 0
	Логические функции проаерки
ЕСЛИ( )	Выбирает одно из трех значений, в зависимости от выполнения условия
	Булеаы функции (операторы)
И( )	Логическое умножение логических значений
НЕТ( )	Логическое значение ИСТИНА при аргументе ЛОЖЬ и ЛОЖЬ — при аргументе ИСТИНА
ИЛИ( )	Логическое сложение логических значений

Полный комплект булевых операторов или функций должен также включать XOR (исключающее ИЛИ), EQV (логическая равносильность) и IMP (логическое предположение). Их можно вычислить на основе трех функций, доступных в Excel:

- для вычисления функции XOR используйте формулу:
  =ИЛИ(И(А,НЕТ(В)),И(В,НЕТ(А)));
- для вычисления функции EQV используйте формулу:
  =ИЛИ(И(НЕТ(А),НЕТ(В)),И(А,В));
- Для вычисления функции IMP используйте формулу:
  =ИЛИ(НЕТ(ИЛИ(А,В)),В).

Табл. 1.7 представляет собой таблицу истинности для шести булевых операторов.

Таблица 1.7. Таблица истинности для булевых функций

A	B	И(А,В)	ИЛИ(А,В)	НЕТ(А)	XOR(A,B)	EQV(A,B)	IMP(A,B)
И	И	И	И	Л	Л	И	И
И	Л	Л	И	Л	И	Л	Л
Л	И	Л	И	И	И	Л	И
Л	Л	Л	Л	И	Л	И	И

Текстовые функции

Строкой называется упорядоченная последовательность текстовых символов, например, слово или предложение. Текстовые функции применяются для создания и обработки строк. Список текстовых функций, которые имеются в Excel, предлагается вашему вниманию в табл. 1.8.

Таблица 1.8. Текстовые функции Excel

Функция	Результат
	Функции преобразоавания чисел а текст
РУБЛЬ( )	Число как текст в денежном формате
ФИКСИРОВАННЫЙ( )	Число как текст, округленное до указанного числа десятичных разрядов
Т( )	Значение, преобразованное в текст
ТЕКСТ( )	Число, преобразованное в строку с использованием указанного формата строки
ЗНАЧЕН( )	Текстовый аргумент, преобразованный в число
	Функции обработки текста
ПЕЧСИМВ( )	Удаляет непечатаемые символы из текста.
СЦЕПИТЬ( )	Объединение двух или более строк
НАЙТИ( )	Определяет место нахождения подстроки в строке (с учетом регистра)
ЛЕВСИМВ( )	Выделяет символы слева
ДЛСТР( )	Количество символов в строке
СТРОЧН( )	Текст, преобразованный в строчные символы
ПСТР( )	Выделяет подстроку
ПРОПНАЧ( )	Делает прописной пераую букву в каждом слове в строке
ЗАМЕНИТЬ( )	Заменяет подстроку
ПРАВСИМВ( )	Выделяет символы справа
ПОИСК( )	Определяет место нахождения подстроки в строке (без учета регистра)
ПОДСТАВИТЬ( )	Заменяет подстроки
СЖПРОБЕЛЫ( )	Удаляет пробелы в конце и а начале текстовой строки
ПРОПИСН( )	Преобразует текст в символы верхнего регистра
	Функции создания строк
СИМВОЛ( )	Символ, указанный кодом ASCII
КОДСИМВ( )	Код ASCII символа
ПОВТОР( )	Повторяет строку
	Функции сравнения строк
СОВПАД( )	Сравнивает текстовые строки с учетом регистра

Функции РУБЛЬ(число,разряд) и ФИКСИРОВАННЫЙ(число,разряд,без-запятой) округляют число до количества десятичных разрядов, а после этого преобразуют его в строку символов. Если аргумент без-запятой является истиной, функция ФИКСИРОВАННЫЙ не вставляет в итоговую строку запятую. Разница между этими двумя функциями заключается в

том, что функция РУБЛЬ выдает число в денежном формате. Также, как в функции ОКРУГЛ, отрицательные значения разрядов округляются в левую сторону десятичной дроби.

Функция ДЛСТР(текст) определяет длину текстовой строки текст. Функции ПСТР(текст,начало,число), ЛЕВСИМВ(текст,число) и ПРАВСИМВ (текст,число) выделяют символы в строке или в ее конце. Символы нумеруются следующим образом: первый символ — 1, второй — 2 и так далее. Функции ПОДСТАВИТЬ(текст,старый,новый,число) и ЗАМЕНИТЬ (текст, начало,число,новый) замещают подстроки в составе текстовой строки. Поиск, который выполняет функция ПОИСК, не реагирует на изменение регистра; при поиске функции НАЙТИ регистр символов учитывается.

Функции категории даты и времени

Функции даты и времени выполняют вычисления и трансформации дат и времени, а также комбинирование этих элементов. В Excel такие вычисления производятся путем преобразования дат в *порядковый номер даты*. Порядковый номер даты — это номер дня при точке отсчета 1 января 1900 года (на Macintosh — 1904 года) . Все даты, независимо от того, введены ли они пользователем или возвращены формулой, хранятся именно в виде порядкового номера даты. Для того чтобы увидеть фактическую дату, представленную таким номером, надо отформатировать ячейку, в которой содержится номер, как дату.

Значение времени также сохраняется как порядковый номер даты. Excel вычисляет время как дробную долю дня, при этом полночь обозначается 0, полдень — 0,5, и так далее. Все показатели времени хранятся в виде таких дробей. Чтобы отобразить на экране реальное время, выраженное дробными числами, следует соответственно отформатировать ячейку.

Поскольку и даты, и время выражаются в днях, вы можете объединять их посредством простого сложения. Для определения разницы между любыми двумя датами или показателями времени, вычтите одно число даты-времени из другого, и получите результат, выраженный в днях и дробных долях дней.

В табл. 1.9 представлен перечень функций категории даты и времени Excel. Функции СЕГОДНЯ и ТДАТА возвращают текущую дату и время, либо текущую дату в виде порядкового номера даты.

Функции категории даты

Функция ДАТА(год,месяц,день) преобразует конкретную дату в порядковый номер. Пользуйтесь этой функцией для создания номера даты/времени на основе показателей года, месяца и дня.

Функция ДАТАЗНАЧ(текст) преобразует дату в текстовом выражении в порядковый номер.

Таблица 1.9. Функции категории даты/времени

Функция	Возвращает
	Функции текущей даты
ТДАТА( )	Порядковый номер текущей даты и текущего времени
СЕГОДНЯ( )	Порядковый номер даты для текущей даты
	Функции даты
ДАТА( )	Порядковый номер даты для года, месяца и дня
ДАТАЗНАЧ( )	Преобразует данные в текстовом формате в порядковы номер даты
ДЕНЬ( )	День месяца в соответствии с порядковым номером даты
ДНЕЙ360( )	Количество дней между двумя датами, считая, что в год 360 дней
ДАТАМЕС( )*	Порядковый номер даты, отстоящей от конкретной даты н определенное количество месяцев
КОНМЕСЯЦА( )*	Порядковый номер даты последнего дня месяца, отстояще го на указанное количество месяцев от конкретной даты
МЕСЯЦ( )	Месяц года в соответствии с порядковым номером даты
ЧИСТРАБДНИ( )*	Количество рабочих дней между двумя датами
ДЕНЬНЕД( )	День недели в соответствии с порядковым номером даты суббота — 1, воскресенье — 7
НОМНЕДЕЛИ( )*	Номер недели в году
РАБДЕНЬ( )*	Порядковый номер даты, отстоящей на заданное количеств рабочих дней вперед или назад от начальной даты
ГОД( )	Год в соответствии с порядковым номером
ДОЛЯГОДА( )*	Долю года, представляющую собой общее количество дне между двумя датами
	Функции времени
ЧАС( )	Час дня в соответствии с порядковым номером даты
МИНУТА( )	Минуту в часу в соответствии с порядковым номером даты
СЕКУНДЫ( )	Секунду в минуте в соответствии с порядковым номеро даты
ВРЕМЯ( )	Порядковый номер даты для часа, минуты и секунды
ВРЕМЯЗНАЧ( )	Преобразует время в текстовом формате в порядковый но мер даты

Функции, помеченные звездочкой (*), входят в надстройку **Пакет анализа**.

Excel также преобразует в порядковый номер приведенные ниже две строки при условии, что они заключены в кавычки:

- "*месяц/день/год*", где *месяц*, *день* и *год* выражены числами;
- "*день-месяц-год*", где *день* и *год* указаны числами, а *месяц* — полным или сокращенным названием месяца в виде текста.

Функцию ДАТАЗНАЧ или текстовую строку можно приспособить к конкретной ситуации.

Функции ГОД(число), МЕСЯЦ(число) и ДЕНЬ(число) возвращают численное значение года, месяца в году и дня в месяце даты, указанной числом, т.е. выполняют функции, обратные функции ДАТА. Функция

ДЕНЬНЕД(число) преобразует дату в числовом формате в номер дня недели. В этой функции субботе соответствует число 1, а воскресенью — 7.

Функции времени

Функции времени очень похожи на функции даты, за исключением того, что они оперируют временем дня, а не датой. Функция ВРЕМЯ(час,минута,секунда) возвращает время в виде дробной доли дня. Обратите внимание, что аргументы должны быть целыми числами. Любые дробные доли этих аргументов программой игнорируются. Таким образом, наименьшей единицей времени, которой можно воспользоваться для этой функции, является секунда.

Функция ВРЕМЗНАЧ(текст) преобразует время, сохраненное в виде строки, в порядковый номер. Можно также использовать следующие строки, заключив их в кавычки:

- "час:минута:секунда" — для 24-часового времени, где *год*, *минута* и *секунда* выражены целыми числами.
- "час:минута:секунда PM" — для 12-часового времени, где *год*, *минута* и *секунда* выражены целыми числами.

Функции ЧАС(число), МИНУТА(число) и СЕКУНДА(число) являются обратными функции ВРЕМЯ. Они преобразуют порядковый номер в часы, минуты и секунды соответственно. Excel округляет все числа до ближайших секунд.

Статистические функции

Статистические функции, как правило, применяются к наборам чисел и возвращают специальные статистические значения. Такие значения включают не только суммы и отклонения, но также ряд простых линейных и экспоненциальных аппроксимаций кривой. Некоторые из этих функций возвращают в итоге массив. Статистические функции Excel перечислены в табл. 1.10.

Таблица 1.10. Статистические функции Excel

Функция	Возвращвет
	Базоаые статистические функции
СРЗНАЧ( )	Средний показатель списка значений
СЧЕТ( )	Количество значений в списке
СЧЕТЗ( )	Количество незаполненных ячеек в списке
КВАДРОТКЛ( )	Сумму квадратов отклонений значений в списке от среднего значения
СРГЕОМ( )	Среднее геометрическое чисел в списке
СРГАРМ( )	Среднее гармоническое чисел в списке
МАКС( )	Мвксимальное значение в списке
МЕДИАНА( )	Медиану для заданных чисел
МИН( )	Минимальное значение в списке

Функция	Возвращает
СТАНДОТКЛОН( )	Стандартное отклонение значений в списке
СТАНДОТКЛОНП( )	Стандартное отклонение значений в списке, считая, что данный список является генеральной совокупностью
ДИСП( )	Дисперсию чисел в списке
ДИСПР( )	Дисперсию чисел в списке, считая, что данный список является генеральной совокупностью
	Сложные статистические функции
СРОТКЛ( )	Среднее значение абсолютных величин отклонений точек данных от среднего
КОРРЕЛ( )	Коэффициент корреляции между двумя наборами данных
ДОВЕРИТ( )	Доверительный интервал генервльной совокупности
КОВАР( )	Ковариацию, т.е. среднее произведений отклонений для каждой пары точек данных
ФИШЕР( )	Преобразование Фишера числа
ФИШЕРОБР( )	Обратную функцию к преобрезованию Фишере числа
ЧАСТОТА( )	Частоту распределения значений в списке
ЭКСЦЕСС( )	Эксцесс значений в списке
НАИБОЛЬШИЙ( )	n-ное наибольшее значение в списке
МОДА( )	Наиболее часто встречающееся значение в списке
ПИРСОН( )	Коэффициент корреляции Пироона двух массивов
ПЕРСЕНТИЛЬ( )	Значение из n-ой пероентили в списке
ПРОЦЕНТРАНГ( )	Процентное содержание конкретного значения в списке
ПЕРЕСТ( )	Количество перестановок значений, выбранных на определенный момент из указанного числа значений
ВЕРОЯТНОСТЬ( )	Вероятность того, что значения в списке находятся между наименьшим и наибольшим числами
КВАРТИЛЬ( )	Квартиль списка чисел
РАНГ( )	Ранг числа в списке чисел
НАИМЕНЬШИЙ( )	n-ое меньшее значение в списке
НОРМАЛИЗАЦИЯ( )	Число, нормализованное средним значением и стандартным отклонением
УРЕЗСРЕДНЕЕ( )	Среднее списка с указанными процентными точками, удаленными от концов распределения
	Функции аппроксимации криаой
ПРЕДСКАЗ( )	Экстреполирует значение с применением линейной аппроксимации
РОСТ( )	Экстраполирует значение с применением экспоненциальной аппроксимации
ОТРЕЗОК( )	y-отрезок на линии линейной регрессии
ЛИНЕЙН( )	Параметры линейного приближения по методу наименьших квадратов
ЛГРФПРИБЛ( )	Пареметры экспоненциальной аппроксимации кривой
КВПИРСОН( )	Точность аппроксимации; значение r2 для линии линейной регрессии
НАКЛОН( )	Наклон линии линейной регрессии
СТОШYX( )	Стандартную ошибку предсказанного значения y для каждого значения x в линии линейной регрессии
ТЕНДЕНЦИЯ( )	Список предсказанных значений из линейной аппроксимации кривой

Функция	Возвращает
	Функции распределений
БЕТАРАСП( )	Интегральную функцию плотности бета-вероятности
БЕТАОБР( )	Функцию, обратную интегральной функции плотности бета-вероятности
БИНОМРАСП( )	Отдельное значение биноминального распределения
ХИ2РАСП( )	Одностороннюю вероятность для хи-квадрат (χ^2) распределения
ХИ2ОБР( )	Обратную функцию к односторонней вероятности для хи-квадрат (χ^2) распределения
ЭКСПРАСП( )	Экспоненциальное распределение
FРАСП( )	F-распределение вероятности
FРАСПОБР( )	Обратную функцию F-распределения вероятности
ГАММАРАСП( )	Гамма-распределение
ГАММАОБР( )	Обратное гамма-распределение
ГАММАНЛОГ( )	Натуральный логарифм гамма-функции
ГИПЕРГЕОМЕТ( )	Гипергеометрическое распределение
ЛОГНОРМОБР( )	Обратную функцию логарифмического нормального распределения
ЛОГНОРМРАСП( )	Логарифмическое нормальное распределение
ОТРБИНОМРАСП( )	Отрицательное биноминальное распределение
НОРМРАСП( )	Нормальное кумулятивное респределение
НОРМОБР( )	Обратная функция нормального кумулятивного распределения
НОРМСТРАСП( )	Стандартное нормальное кумулятивное распределение
НОРМСТОБР( )	Обратная функция стандартного нормального кумулятивного распределения
ПУАССОН( )	Распределение Пуассона
СКОС( )	Асимметрию распределения, представленную числами в списке
СТЬЮДРАСП( )	t-респределение Стьюдента
СТЬЮДРАСПОБР( )	Обретную функцию t-распределения Стьюдента
ВЕЙБУЛЛ( )	Распределение Вейбулла
	Функции проаерки значимости
ХИ2ТЕСТ( )	хи-квадрат (χ^2) тест на независимость двух распределений
КРИТБИНОМ( )	Наименьшее значение, для котсрого кумулятивное биноминальное распределение меньше или равно заданному критерию
ФТЕСТ( )	F-тест для даух распределений
TТЕСТ( )	t-тест Стьюдента для значимости коэффициента
ZТЕСТ( )	Двустороннее Р-значение z-теста

Базоааяя статистика

Функции СРЗНАЧ(список чисел) и СЧЕТ(список чисел) оперируют списками значений и возвращают среднее значение и количество значений в списке чисел соответственно. Функции МИН(список чисел) и МАКС(список чисел) просто указывают место нахождения и возвращают минимальное

и максимальное значение в списке чисел. Ячейки, содержащие текстовые и логические значения, а также незаполненные ячейки игнорируются.

Кроме среднего значения можно с помощью функции СРГЕОМ(список чисел) вычислить среднее геометрическое списка, а с помощью функции СРГАРМ(список чисел) — среднее гармоническое. Значение медианы распределения возвращается функцией МЕДИАНА(список чисел).

Функция СТАНДОТКЛОН(список чисел) вычисляет стандартное отклонение по выборке в списке чисел. Это означает, что функция выдает наиболее точный показатель стандартного отклонення в совокупности для конкретной выборки в списке чисел. Это значение вычисляется с применением следующего уравнения:

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{N - 1}},$$

где x является средним показателем n-ного количества значений x_i.

Если список чисел представляет собой всю совокупность, а не выборку нз нее, следует воспользоваться функцией СТАНДОТКЛОНП. Это значение можно рассчитать следующим уравнением:

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{N}}.$$

Функция ДИСП(список чисел) представляет собой квадрат стандартного отклонения. Таким образом, она оценивает дисперсию выборки конкретной совокупности. Чтобы получить значение дисперсии совокупности при условии, что список чисел равен всей совокупности, воспользуйтесь функцией ДИСПР(список чисел), которая является квадратным корнем значения стандартного отклонения совокупности.

Сложные статистическиа функции

Статистические функцин Excel включают ряд более сложных функций, предназначенных для тестирования соотношения между списками чисел. Так, например, функция КОРРЕЛ(список1,список2) вычисляет коэффициент корреляции между двумя списками чисел, а функция КОВАР(список1,список2) возвращает ковариацию, т.е. среднее попарных произведений отклонений.

Некоторые из сложных статистических функций Excel работают с классифицированными списками значений. Напрнмер, функции НАИБОЛЬШИЙ(список чисел, k) и НАИМЕНЬШИЙ (список чисел, k) выбирают k-ое наибольшее и k-ое наименьшее значенне в списке чисел соот-

ветственно. Функция ПРОЦЕНТРАНГ(список чисел,число,знач) возвращает процентное содержание нового значения в списке чисел.

Функции аппроксимации криаой

Excel обеспечивает два типа аппроксимации кривой: линейную и экспоненциальную. Функции ЛИНЕЙН(умассив,хмассив), ТЕНДЕНЦИЯ (умассив, хмассив,хсписок) и ПРЕДСКАЗ(х,умассив,хмассив) вычисляют методом наименьших квадратов линейную аппроксиманту кривой для данных х и у в хмассивах и умассивах.

Функция ЛИНЕЙН возвращает состоящий из двух элементов горизонтальный массив, содержащий угол наклона (m) и у-отрезок (b) прямой: y=mx + b. Функции ТЕНДЕНЦИЯ и ПРЕДСКАЗ возвращают значения у, полученные методом подставки значений х из хсписка (или из хмассива, если хсписок отсутствует) в приведенное выше уравнение прямой. Функция ТЕНДЕНЦИЯ возвращает массив значений у; ПРЕДСКАЗ возвращает только одно значение. В обеих этих функциях, если хмассив отсутствует, принимается, что он соответствует списку значений: 1, 2, 3.... Так же, как в других функциях, возвращающих массивы значений, для того, чтобы поместить данную функцию в список итоговых ячеек, а не в одну ячейку, необходимо нажать и удерживать в нажатом состоянии клавиши <Ctrl> и <Shift>.

Экспоненциальная аппроксиманта кривых вычисляется с помощью функций ЛГРФПРИБЛ(умассив,хмассив) и РОСТ(умассив,хмассив,хсписок). Эти функции действуют почти также, как функции линейной аппроксимации кривой, за исключением того, что они вычисляют не лииейную аппроксиманту кривой, а экспоненциальную: $y=bm^x$.

Рост коэффициентов кривых вычисляется следующим образом: берется натуральный логарифм данных умассива, применяется функция ЛИНЕЙН, а затем берется экспоненциальный показатель итога коэффициентов m и b:

ЕХР(ЛИНЕЙН(LN(умассив),умассив))

Данную формулу необходимо вставить в две ячейки как функцию массива. Она выдает такой же итог, как функция РОСТ.

Однако, если диапазон значений умассива велик (с отклонением между наименьшим и наибольшим значениями), то аппроксиманта кривой будет иметь перекос. Меньшие значения будут иметь больший вес (их аппроксимация более точна), чем большие. Причиной этому служит то, что аппроксимируется логарифм данных-у, а не сами данные у.

Метод наименьших квадратов минимизирует остаточную погрешность (разницу между данными и аппроксимантой кривой). В данном случае формула предельно уменьшает разницу логарифмов данных у, а не самих данных у. Поскольку логарифм является нелинейной функцией, остаточная погрешность будет больше у больших значений данных у. С другой стороны, относительная погрешность будет приблизительно постоянной величиной для всех значений данных у.

Функции распределения и тестироаания значимости

Функции распределения Excel генерируют значения для наиболее распространенных видов распределения, которые применяются для тестирования значимости значений, а также для прогнозирования срока службы или частоты повреждений какой-либо продукции. Различают следующие типы распределений: биномиальные (БИНОМРАСП), хи-квадрат распределения (ХИ2РАСП), F-распределения, гамма-распределения (ГАММАРАСП), гипергеометрические (ГИПЕРГЕОМЕТ), нормальные (НОРМРАСП), распределения Пуассона (ПУАССОН), T-распределения и распределения Вейбулла (ВЕЙБУЛЛ).

Кроме функций распределения на распределениях хи-квадрат, F и T также основываются функции для тестирования значимости. Тестирование, осуществляемое с помощью таких функций, позволяет проверять значимость значений, коэффициенты регрессий и зависимость либо независимость разных типов распределения значений.

Функции для работы с базами данных

Вычисления функций, предназначенных для работы с базами данных, практически не отличаются от вычислений базовых статистических функций, однако первые применяются к значениям, отобранным из какой-либо базы данных на основе определенного критерия отбора. База двнных представляет собой прямоугольную область ячеек в рабочем листе. Каждая строка базы данных при этом является **записью**, а каждый столбец — **полвм**.

В табл. 1.11 перечислены функции Excel для работы с базами данных.

Все они имеют три одинаковых аргумента: имя базы данных, имя поля или номер столбца поля, с которым производатся действия, и критерий. Функциями, предназначенными для работы с базами данных, обрабатываются только те записи, которые соответствуют заданному критерию.

Таблица 1.11. Функции Excel для работы с базами данных

Функция	Возвращает
ДСРЗНАЧ( )	Среднее значение елементов базы данных, соответствующих заданному критерию
БСЧЕТ( )	Количество записей в базе данных, соответствующих заданному критерию
БСЧЕТА( )	Количество записей в базе данных, соответствующих заданному критерию и содержащих значения в полях, исключая незаполненные ячейки
БИЗВЛЕЧЬ( )	Извлекает единичную запись, соотаетствующую заданному критерию
ДМАКС( )	Максимальное значение записей, соответствующих критерию, заданному в поле
ДМИН( )	Минимальное значение записей, соответствующих критерию, заданному в поле

Функция	Возвращает
БДПРОИЗВЕД( )	Перамножает значения записей, соответствующих зв-данному критерию
ДСТАНДОТКЛОН( )	Стандартное отклонение выборки значений записей, соответствующих критерию, заданному в поле
ДСТАНДОТКЛОНП( )	Ствндартное отклонение генеральной совокупности значений записей, соответствующих критерию, заданному в поле
БДСУМ( )	Суммв значений записвй, соответствующих критерию, заданному в поле
БДДИСП( )	Дисперсия выборки значений записей, соответстаующих критерию, заданному в поле

Excel может обеспечить доступ не только к базам данных своих рабочих листов, но и к внешним базам, что достигается с помощью специального средства JET, позволяющего запросить базы данных всех наиболее распространенных форматов.

Финансовые функции

Финансовые функции очеиь удобны для отслеживания инвестированных сумм или вычисления стоимости пролонгирования кредитов. Подробное описание этих функций можно найти в любой хорошей книге, посвященной бухгалтерскому учету или теории менеджмеита. Методы вычислеиий с их применением также описываются в специальной литературе. Финансовые функции Excel перечисляются в табл. 1.12.

Таблица 1.12. Финансовые функции Excel

Функция	Возвращает
	Функции для работы с вкладами
ОБЩПЛАТ( )	Общий процент, выплаченный между указанными начальным и конечным периодами
ОБЩДОХОД( )	Общую основную выплату по займу, произведенную между указанными начальным и конечным периодами
БЗ( )	Будущее значение вклада на основе периодических постоянных платежей и постоянной процентной ставки
БЗРАСПИС( )	Будущее знвчение основного капиталв после начисления сложных процентов
ПЛПРОЦ( )	Платежи по процентам за данный период на основе периодических постоянных выплат и постоянной процентной ставки
КПЕР( )	Общее количество периодов выплаты для данного вклада на основе периодических постоянных выплвт и постоянной процантной ставки
ППЛАТ( )	Величину выплаты за один период годовой ренты нв основе периодических постоянных выплат и постоянной процентной ставки

Функция	Возвращает
ОСНПЛАТ( )	Величину выплаты на данный период на основе периодических постоянных выплат и постоянной процентной ставки
ПЗ( )	Текущий объем вклада
НОРМА( )	Процентную ставку для полностью инвестированных процентных бумаг
Функции, связанные с инвестированием	
НАКОПДОХОД( )	Накопленный доход по ценным бумагам с периодической выплатой процентов
АМОРУМ( )	Величину амортизации для каждого периода
АМОРУВ( )	Величину амортизации для каждого периода (разница между АМОРУВ и АМОРУМ указана в справочной системе Excel)
НАКОПДОХОДПОГАШ( )	Накопленный процент по ценным бумагам, процент по которым выплачивается в срок вступления в силу
ДНЕЙКУПОНДО( )	Количество дней от начала действия купона до даты соглашения
ДНЕЙКУПОН( )	Количество дней в периоде действия купона, содержащем дату соглашения
ДНЕЙКУПОНПОСЛЕ( )	Количество дней от даты соглашения до срока следующего купона
ДАТАКУПОНПОСЛЕ( )	Следующую дату купона после даты соглашения
ЧИСЛОКУПОН( )	Округленное до ближайшего целого количество купонов, которые могут быть оплачены между датой соглашения и сроком вступления в силу
ДАТАКУПОНДО( )	Предыдущую дату купона перед датой соглашения
СКИДКА( )	Норму скидки для ценных бумаг
ДЛИТ( )	Ежегодную продолжительность действия ценных бумаг с периодическими выплатами по процентам
ЭФФЕКТ( )	Действующие ежегодные процентные ставки, если заданы номинальная годовая процентная ставка и количество периодов, составляющих год
ИНОРМА( )	Процентную ставку для полностью инвестированных ценных бумаг
МДЛИТ( )	Модифицированную длительность Макалея для ценных бумаг с предполагаемой нарицательной стоимостью 100 руб
НОМИНАЛ( )	Номинальную годовую процентную ставку, если известна фактическая ставка и количество периодов, составляющих год
ЦЕНАПЕРВНЕРЕГ( )	Цену за 100 руб. нарицательной стоимости ценных бумаг для нерегулярного (короткого или длинного) первого периода
ДОХОДПЕРВНЕРЕГ( )	Доход по ценным бумагам с нерегулярным (коротким или длинным) первым периодом
ЦЕНАПОСЛНЕРЕГ( )	Цену за 100 руб. нарицательной стоимости ценных бумаг для нерегулярного (короткого или длинного) последнего периода купона
ДОХОДПОСЛНЕРЕГ( )	Доход по ценным бумагам с нерегулярным (коротким или длинным) последним периодом

Функция	Возвращает
ЦЕНА( )	Цену за 100 руб. нарицательной стоимости ценных бумаг для казначейского чека
ЦЕНАСКИДКА( )	Цену за 100 руб. нарицательной стоимости ценных бумаг, на которые сделана скидка
ЦЕНАПОГАШ( )	Цену за 100 руб. нарицательной стоимости ценных бумаг, по которым доход выплачивается в срок вступления в силу
ПОЛУЧЕНО( )	Сумму, полученную в срок вступления в силу полностью обеспеченных ценных бумаг
РАВНОЧЕК( )	Эквивалентный облигации доход по казначейскому чеку
ЦЕНАЧЕК( )	Цену за 100 руб. нарицательной стоимости для казначейского чека
ДОХОДЧЕК( )	Доход по казначейскому чеку
ДОХОД( )	Доход от цанных бумаг, состааляющий периодические процентные выплаты
ДОХОДСКИДКА( )	Годовой доход по ценным бумагам, на которые оделана скидка
ДОХОДПОГАШ( )	Годовой доход от цанных бумаг, который составляет доход в срок вступления в силу
Функции для начисления амортизации	
ДОБ( )	Величину амортизации имущества на заданный период, используя метод постоянного учета амортизации
ДДОБ( )	Величину амортизации имущества для указанного периода, используя метод двукратного учета амортизации или иной явно указанный метод
АМР( )	Величину непосредственной амортизации имущества за один период
АМГД( )	Годовую амортизацию для указанного периода
ПДОБ( )	Величину амортизации имущества за данный период, включая конкретные периоды, используя метод двойного процента со снижающегося остатка или иной явно указанный метод
Другие функции, связанные с деловыми операцивми	
РУБЛЬ.ДЕС( )	Преобразует цену в рублях, выраженную в виде дроби, в цену в рублях, выраженную дасятичным числом
РУБЛЬ.ДРОБЬ( )	Преобразует цану в рублях, выраженную десятичным числом, в цену в рублях, выраженную в виде дроби
ВНДОХ( )	Внутреннюю скорость оборота для ряда последовательных операций с наличными, предстааленными числовыми значениями
МВСД( )	Модифицированную внутреннюю скорость оборота средств для ряда последовательных периодических операций с наличными
НПЗ( )	Чистый текущий объем вклада, вычисляемый на основе ряде последовательных поступлений наличных и нормы амортизации
ЧИСТВНДОХ( )	Внутреннюю ставку обороте для рвсписаиия денежных поступлений

Функция	Возвращавт
ЧИСТНЗ( )	Чистую текущую стоимость инвестиции, вычисляемую на основе периодических поступлений наличных

Функции информационной категории

Функции информационной категории можно использовать в совокупности с логическими функциями с целью исследования содержания ячейки, проверки ее типа или определения места нахождения ячейки или ссылок на нее. Функции информациониой категории Excel перечислены в табл. 1.13.

Таблица 1.13. Функции информационной категории Excel

Функция	Возвращвет
ЯЧЕЙКА( )	Информацию о содержании, форматировании или месте расположения ячейки
ТИП.ОШИБКИ( )	Номер, соответствующий типу ошибочного значения данной ошибки
ИНФОРМ( )	Информацию об операционной среде
ЕПУСТО( )	Логическое значение ИСТИНА, если аргумент яаляется ссылкой на незаполненную ячейку
ЕОШ( )	Логическое значение ИСТИНА, если аргумент является любым из ошибочных значений Excel, за исключением #Н/Д!
ЕОШИБКА( )	Логическое значение ИСТИНА, если аргумент является любым из ошибочных значений Excel (#Н/Д!, #ДЕЛ/0!, #ЗНАЧ!, #ИМЯ!, #ПУСТО!, #ССЫЛКА! Или #ЧИСЛО!)
ЕЧЕТН( )	Логическое значение ИСТИНА, если аргумент яаляется четным числом
ЕЛОГИЧ( )	Логическое значение ИСТИНА, если аргумент является логическим значением
ЕНД( )	Логическое значение ИСТИНА, если аргумент является ошибочным значением #Н/Д!
ЕНЕТЕКСТ( )	Логическое значение ИСТИНА, если аргумент не является текстовой строкой
ЕЧИСЛО( )	Логическое значение ИСТИНА, если аргумент является числом
ЕНЕЧЕТ( )	Логическое значение ИСТИНА, если аргумент яаляется нечетным числом
ЕССЫЛКА( )	Логическое значение ИСТИНА, если аргумент является ссылкой на ячейку
ЕТЕКСТ( )	Логическое значение ИСТИНА, если аргумент яаляется текстовой строкой
Ч( )	Значения, преобразованные в числа
НД( )	Ошибочное значение #Н/Д!
ТИП( )	Информацию о типе числа, хранящегося в значении

Функции, помеченные звеадочкой (*), входят в надстройку **Пакет анализа**.

Функция ТИП(значение) возвращает тип значения: 1 — для числа, 2 — для текста, 4 — для логического значения, 16 — для ошибочного значения и 64 — для массива. Вы можете воспользоваться функцией ТИП для того, чтобы перед выполнением операций со значениями удостовериться в том, что они нужного вам типа.

Другие функции логического тестирования — ЕПУСТО, ЕОШ, ЕОШИБКА и так далее — применяются для тестирования содержания значений конкретного типа. Они возвращают логическое значение ИСТИНА, если данное значение соответствует указанному типу, и ЛОЖЬ — если не соответствует.

Функции категории Ссылки/массиаы

Функции категории Ссылки/массивы позволяют управлять областями рабочего листа или исследовать их. Эти функции перечислены в табл. 1.14.

Таблица 1.14. Функции Excel категории Ссылки/массивы

Функция	Возвращает
Функции просмотра по таблице и по направлению	
ВЫБОР( )	Отбирает значение из набора значений, основываясь на значении индекса
ГПР( )	Осуществляет поиск значения в горизонтальном массиве
ИНДЕКС( )	Отбирает значение из указанной строки, столбца или области
ПРОСМОТР( )	Определяет место расположения значения в массиве
ПОИСКПОЗ( )	Определяет место расположения значения в одномерном массиве
ТРАНСП( )	Массив, транспонированный а матрицу
ВПР( )	Осуществляет поиск значения в вертикальном массиве
Функции характеристики ссылок	
АДРЕС( )	Ссылку в виде текста на ячейку, расположенную на пересечении указанных строки и столбца
ОБЛАСТИ( )	Количество областей в ссылке на ячейку
СТОЛБЕЦ( )	Номер столбца, на который указывает ссылка, по одному на каждый столбец в ссылке
ЧИСЛСТОЛБ( )	Количество столбцов в массиве
ДВССЫЛ( )	Содержание ссылки на ссылку
СМЕЩ( )	Ссылку, смещенную относительно указанной ссылки
СТРОКА( )	Номер строки, на которую указывает ссылка, по одному на каждый столбец в ссылке
ЧСТРОК( )	Количество строк в ссылке

Функции просмотра по таблице и направлению

Функция ВЫБОР(индекс,значение1,значение2,...) использует значение индекс для того, чтобы выбрать значение из списка значение1, значение2,.... При индексе 1 возвращается значение1, при индексе 2 —

значение2 и так далее. При индексе менее 1 или более количества значений, функция возвращает #ЗНАЧ!.

Функциями просмотра по таблице являются ГПР, ВПР и ПРОСМОТР. Пользуйтесь ими для поиска табличной функции или таблиц данных конкретных значений. Если просмотр_диапазона является ИСТИНОЙ или отсутствует, функции ГПР(значение,массив,указатель,просмотр_диапазона) и ВПР(значение,массив,указатель,просмотр_диапазона) ищут первую строку или столбец в массиве для наибольшего значения, которое меньше или равно значению. После этого они перемещают эту строки или столбец вниз на количество ячеек, равное индексу, и возвращают значение в этой ячейке. Значение может быть численным значением, текстовой строкой или логическим значением. ГПР просматривает слева направо, поэтому значения в первом ряду массива должны быть расположены в порядке возрастания. ВПР осуществляет поиск сверху вниз, и значения в первом столбце массива должны располагаться в столбце сверху вниз по возрастающей. В порядке возрастания первыми будут идти числа, затем текст, затем логические значения ЛОЖЬ, а затем — логические значения ИСТИНА. Если просмотр_диапазона является Ложью, значения могут располагаться в любом порядке, и эти функции возвращают значение, только если находят точное соответствие, а во всех остальных случаях они возвращают #Н/Д.

Если просмотр_диапазона является истиной или отсутствует, функция ПРОСМОТР(значение,вектор1,вектор2,просмотр_диапазона) просматривает вектор1 с целью нахождения наибольшего значения, которое было бы меньше или равно значению, и возвращает соответствующее значение из вектора2. Также как в ГПР и ВПР, значения в векторе1 должны располагаться в порядке возрастания, если только просмотр_диапазона не является Ложью; в этом случае значения могут быть расположены в любом порядке, и ПРОСМОТР возвращает значение #Н/Д.

С целью обеспечения совместимости Excel с Microsoft Multiplan в эту группу также включена дополнительная версия функции ПРОСМОТР. Эта функция ПРОСМОТР(значение, массив) просматривает первую строку или столбец массива с целью нахождения наибольшего значения, которое было бы меньше или равно значению, и возвращает соответствующее значение в последней строке или столбце массива. Поиск осуществляется с более длинной стороны массива. Если в массиве больше столбцов, чем строк, то просматриваться будет его первая строка. Если в массив имеет квадратную форму, поиск осуществляется вдоль первого столбца.

Функция ПОИСКПОЗ(значение,вектор,тип) очень похожа на функцию ПОИСК, за исключением того, что она возвращает индекс найденного значения. Аргумент тип указывает, каким образом значение сравнивается со значением в векторе с целью определения их соответствия. При типе 1 определяется место нахождения наибольшего значения, меньшего или равного значению; а при типе 0 — значения, равного значению. Помечайте текстовую строку, содержащую конкретную подстроку, с помощью

подстановочных знаков × и ?. Функция определяет соответствия только в первый раз, когда оно встречается в строке или подстроке.

Одной из наиболее полезных функций просмотра является ИНДЕКС(ссыл,строка,столбец), возвращающая значение на пересечении строки и столбца ссылки. Пользуйтесь этой функцией для отбора значений в массиве в соответствии с индексами строки и столбца. Если аргумент ссыл. содержит несколько областей, добавьте четвертый аргумент область, который применяется для определения, какая именно область ссылки должна быть использована. Если ссыл. представляет собой простой вектор, понадобится только один индекс. Все индексы имеют одно основание, поэтому первая строка имеет номер 1, вторая — номер 2 и так далее. Если строка или столбец, на которые сделан запрос, отрицательные, функция возвращает #ЗНАЧ!. Если номер запрошенной строки или столбца слишком велик, ИНДЕКС возвращает ошибочное значение #Н/Д!.

Функции характаристики ссылок

Функция ОБЛАСТИ(ссыл) возвращает количество областей в ссыл. Областью называется единая прямоугольная зона рабочего листа.

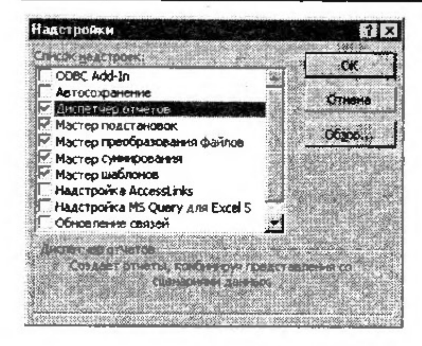
Функции СТОЛБЕЦ(ссыл), ЧИСЛСТОЛБ(массив), СТРОКА(ссыл) и ЧСТРОК(массив) возвращают информацию о строках и столбцах в ссылке на ячейку. СТОЛБЕЦ возвращает вектор, содержащий ссылки на каждый столбец в ссыл. СТРОКА возвращает вектор, содержащий ссылки на каждую строку в ссыл. ЧИСЛСТОЛБ и ЧСТРОК возвращают количество столбцов и строк в массиве.

Функции Visual Basic for Applications

Язык программирования Visual Basic for Applications встроен в программу Excel. С его помощью можно разработать практически любую числовую функцию и сделать ее доступной для ячейки в рабочем листе Excel. Visual Basic for Applications обсуждается в главе 4.

Надстроечные функции и инструменты

Обратите внимание на то, что в последней версии Excel большее количество инструментов доступно в качестве надстроек, которые перед применением должны быть подключены к программе. Чтобы это сделать воспользуйтесь командой Сервис ➤ Надстройки, в результате чего на экране появится диалоговое окно Надстройки, изображенное ниже. Установите флажок нужного вам файла надстройки и выберите ОК. После подключения файлов надстройки вы сможете пользоваться подключаемыми функциями и инструментами. Наибольший интерес для ученых и инженеров представляет надстройка Пакет анализа, в который входят все инженерные функции плюс некоторые функции из других таблиц, включенных в Пакет, и который добавляет к Excel ряд дополнительных статистических функций (табл. 1.15).



Внешние функции

Кроме внутренних функций и функций, закодированных в макролистах, Excel может обеспечивать доступ к подпрограммам, хранящимся во внешних библиотеках динамической компоновки, или динамически связываемых библиотеках (Dynamic Link Libraries — DLL). Она также способна с помощью методов динамического обмена данными (Dynamic Data Exchange — DDE), Visual Basic for Applications и связывания и внедрения объектов (Object Linking and Embedding — OLE) передавать значения из программ в программы. Применяя эти возможности, вы можете создавать дополнительные функции в других программах и после этого получать доступ к ним из Excel.

Таблица 1.15. Программы-надстройки, входящие в Пакет анализа Excel

Программа	Описание
Однофакторный дисперсионный анализ	Выполняет однофакторный дисперсионный анализ
Двухфакторный дисперсионный анализ с повторением	Выполняет двухфакторный дисперсионный анализ с повторением
Двухфакторный дисперсионный анализ без повторения	Выполняет двухфакторный дисперсионный анализ без повторения
Корреляция	Вычисляет коэффициенты корреляции
Ковариация	Вычисляет ковариацию
Описательная статистика	Генерирует статистические данные по выборке
Экспоненциальное сглаживание	Осуществляет прогнозирование с применением анализа ошибок
Двухвыборочный F-тест для дисперсии	Проводит двухвыборочный F-тест
Анализ Фурье	Анализ трансформант Фурье
Гистограмма	Вычисляет данные для гистограмм
Скользящее среднее	Вычисляет скользящее среднее выборки
Генерация случайных чисел	Генерирует случайные числа по выбранным распределениям
Ранг и персентиль	Создает классификационную таблицу наборов данных

Программа	Описание
Регрессия	Определяет множественную линейную регрессию
Выборка	Производит выборку данных
Парный двухвыборочный t-тест для средних	Проводит двухвыборочный t-тест Стьюдента для средних
Двухвыборочный t-тест с одинаковой дисперсией	Проводит двухвыборочный t-тест Стьюдвнта для одинаковых дисперсий
Двухвыборочный t-тест с различными дисперсиями	Проводит двухвыборочный t-тест Стьюдента для различных дисперсий
Двухвыборочный Z-тест для средних	Проводит двухвыборочный Z-тест для средних и известных переменных

Для того, чтобы воспользоваться внешней функцией, объявите ее в модуле Visual Basic for Applications или воспользуйтесь функцией ЗАПРОС(файл,функция,тип,арг), где файл — имя файла DLL, функция — название функции в файле DLL, тип — тип данных возвращаемого значения, а арг — аргументы, которые должны быть переданы функции.



Примечание

В Macintosh для получения доступа к внешней функции надо получить доступ к содержимому ресурса CODE.

Чтобы сделать запрос и воспользоваться внешней функцией, следует знать, как эта функция работает. В сущности, необходимо протестировать значения, которые вы собираетесь передавать, чтобы убедиться в том, что они правильные и соответствующего типа. При использовании некорректных аргументов программа может зависнуть во внешней библиотеке и испортить всю вашу систему. Преимуществом внешних функций является то, что они работают намного быстрее функций, внедренных с помощью Visual Basic for Applications.

Solver

Программа Solver представляет собой инструмент для нахождения точек экстремума функций с применением метода последовательного спуска. Будьте внимательны при составлении формул — и сможете воспользоваться этой программой для решения уравнений.

Резюме

В этой главе мы кратко обсудили возможности применения Excel в качестве вычислительного средства для решения научных и инженерных задач. Как вы могли убедиться, Excel очень хорошо оснащена для использования этой программы с целью выполнения вычислений в области науки, техники, математики и статистики. Численная точность и диапа-

зон этой программы сравнимы с показателями других вычислительных средств, применяемых для научных и инженерных расчетов.

Кроме чисто вычнслительных возможностей любая программа, предназначенная для выполнения научных и технических вычислений должна предлагать пользователям минимальный набор встроенных функций, позволяющих ускорять процесс этих вычислений. Excel обладает всеми стандартными математическими функциями, доступными в компьютерных языках высокого уровня, плюс ряд дополнительных функций, которые обычно можно найти только в библиотеках дорогостоящих инженерных подпрограмм. Более подробную информацию о функциях Excel и их аргументах можно получить в электронной справочной системе Excel.

✓ Совет

Если вы не уверены в том, как рвботавт функция, поэкспериментируйте с ней в рвбочем листе: попробуйте подстввить в качестве вргументов рвзные знвчения и посмотреть, каковы будут результвты. А еще лучше делвть это двже в том случве, если вы вбсолютно уверены в том, что знаете, квк рвбответ функция, поскольку в любой документвции могут быть ошибки. Квк в любом нвучном или техническом исследоввнии, окончвтельным доказательством в двнном случве является эксперимент.

Дополнительная литература

Матаматические формулы

S.M. Selby, CRC Standard Math Tables, (Cleveland, OH: Chemical Rubber Co., 1970).

Статистичаскиа формулы

C. Lipson and N.J. Sheth, Statistical Design and Analysis of Engineering Experiments (New York: McGraw-Hill, 1973).

R.M. Bethea, B.S. Duran, and T.L. Boullion, Statistical Methods for Scientists and Engineers (New York: Marcel Dekker, 1975).

Обзорные задачи

1. Ячейка G5, содержащая ссылку на ячейку H2, копируется в ячейку J7.
   a. Каким образом будет откорректирована эта ссылка при копировании ячейки G5 в другую ячейку?
   b. Как должна быть написана ссылка на ячейку H2, чтобы в результате ее копирования она никак не изменялась?
   c. Как должна быть написана ссылка на ячейку H2, чтобы корректировался только номер строки, а номер столбца оставался неизменным?

   d. Как должна быть написана ссылка на ячейку H2, чтобы корректировался только номер столбца, но не строки?
   e. Как изменяется ссылка на ячейку при перемещении, а не при копировании содержимого ячейки?
2. С какого символа должна начинаться формула?
3. Если ячейка G5 содержит формулу со ссылкой на ячейку H2, и вы копируете ее в ячейку B25, на какую ячейку будет указывать данная ссылка?
4. На какие ячейки делается ссылка при указании диапазона B4:C8?
5. При A1=Истина и B1=Ложь, каковы будут итоги следующих формул:

   = И(ИЛИ(И(A1,A1),A1)B1),

   = ИЛИ(И(A1,A1),И(A1B1)) ?
6. Напишите строчную формулу, объединяющую строки "Меня зовут" и "Билл".
7. Напишите формулу, вычисляющую общий логарифм (основание 10) значения в ячейке A7.
8. Напишите формулу, вычисляющую секанс угла 10 градусов.
9. Напишите две разные формулы, чтобы обе они добавляли содержание ячеек B1, B2, B3, B4 и B5.
10. При условии, что ячейка A1 содержит строку "Excel для ученых и инженеров":
    a. Напишите формулу, извлекающую из ячейки A1 строку "Excel".
    b. Напишите формулу, извлекающую из ячейки A1 строку "для инженеров"
    c. Напишите формулу, извлекающую из ячейки A1 строку "ученых"
    d. Напишите формулу, заменяющую строку "ученых" строкой "собак", а строку "для инженеров" — "для лошадей".

Упражнения

1. В ячейке R34 содержится формула:

   =P34*3+$R$7*N34
   a. Как изменится эта формула, если скопировать данную ячейку в ячейку F40?
   b. Как изменится эта формула, если данная ячейка будет вырезана и вставлена в ячейку F40?
2. В ячейке D3 содержится формула:

   =4*$C3+3*B$2
   a. Какая формула будет в каждой из ячеек диапазона D4:D6, если данная ячейка будет скопирована в эти ячейки?
   b. Какая формула будет в каждой из этих ячеек, если скопировать данную ячейку в ячейки E3:G3,?
   c. Какая формула будет находиться в этой ячейке, если скопировать данную ячейку в ячейку G6,?

3. Если у меня в ячейке B3 содержится формула, и я намерен скопировать ее в ячейки B4:B15, как это можно сделать с помощью мыши?
4. Напишите формулу Excel для вычисления тангенса 37 градусов.
5. Напишите формулу Excel для вычисления арксеканса 8,5 радиан.
6. Ячейки A1:A4 имеют следующее содержание:
   A1: "Excel";
   A2: "для";
   A3: "ученых";
   A4: "инженеров".

   Напишите формулу ячейки, находящую численное значение названия этой книги, используя для этого значения в ячейках A1:A4.
7. Напишите формулу для вычисления стандартного отклонения для диапазона незаполненных ячеек. Проигнорируйте незаполненные ячейки. Сравните полученный результат с итогом, вычисленным с применением функции СТОТКЛОН( ).
8. Опишите два способа присвоения имен единичным ячейкам. Опишите, каким образом присваивается имя всем ячейкам в группе, если имена для ячеек расположены слева от них.
9. Напишите формулу для следующего уравнения:
   Ax^2+By^2

   Напишите формулу таким образом, чтобы ее можно было скопировать в прямоугольную область, расположив значения x в верхней строке этого прямоугольника, значения y — сверху вниз в его левом крайнем столбце, а два коэффициента A и B — в двух ячейках вне этого прямоугольника. Напишите формулу таким образом, чтобы ее можно было скопировать в любое место в данной прямоугольной области, и чтобы она всегда ссылалась иа правильные ячейки, составляющих таблицу значений x и y адоль границ.
10. Что происходит при вводе данных в формулу в виде строки? Например, каков будет результата следующей формулы:
    ="1/1/95"+5 ?

    Каков будет результат, если ячейка, содержащая данную формулу, будет отформатирована как дата?

Глава 2

Инженерные расчеты

В этой главе...

- ✓ **Элементы управления Excel**
- ✓ **Однократный расчет**
- ✓ **Вычисление списка значений**
- ✓ **Вычисление таблиц с копируемыми формулами**
- ✓ **Вычисление таблиц с помощью подстановки**
- ✓ **Вычисление функций**

Первая глава была посвящена описанию потенциальных возможностей Excel, делающих программу незаурядным средством для инженерных расчетов. В этой главе вы познакомитесь с реализацией этих возможностей. Начав с вычисления простых аналитических выражений, мы перейдем затем к более сложным инженерным таблицам. С каждым примером арсенал методов моделирования будет расширяться, позволяя полнее использовать мощные средства Excel.

Инженерам и ученым часто приходится вычислять аналитические выражения, подставляя в них числа. Справиться с этой задачей нетрудно, достаточно воспользоваться обычным калькулятором. Вряд ли стоит приобретать дорогую программу обработки электронных таблиц, чтобы время от времени вычислять значение какого-нибудь выражения. Обычно в таких случаях не успевает компьютер загрузиться, а карманный калькулятор уже выдает результат. Однако если нужно подставить в одну и ту же формулу много различных наборов параметров, а полученные результаты занести в таблицу, идея использовать калькулятор выглядит не столь привлекательной. Напротив, электронные таблицы предназначены специально для этих целей и выполняют подобные задачи быстрее, проще и точнее.

Элементы управления Excel

Чтобы начать новый расчет, откройте чистый лист в новой рабочей книге. Запустите Excel или, если это уже сделано, закройте текущую рабочую книгу с помощью команды **Файл ➤ Закрыть** или кнопки закрытия окна, расположенной в верхнем правом углу окна рабочей книги. Если последнее развернуто на весь экран, кнопка закрытия расположена в правом конце строки меню (пользователям Macintosh следует

воспользоваться стандартной кнопкой закрытия окна). Если в рабочей книге содержится полезная информация, сначала сохраните ее с помощью команды **Файл ➤ Сохранить**, и только потом закройте соответствующее окно. Чтобы открыть новую рабочую книгу, воспользуйтесь командой **Файл ➤ Создать**, выберите элемент **Книга** и щелкните на кнопке **OK** (рис. 2.1).

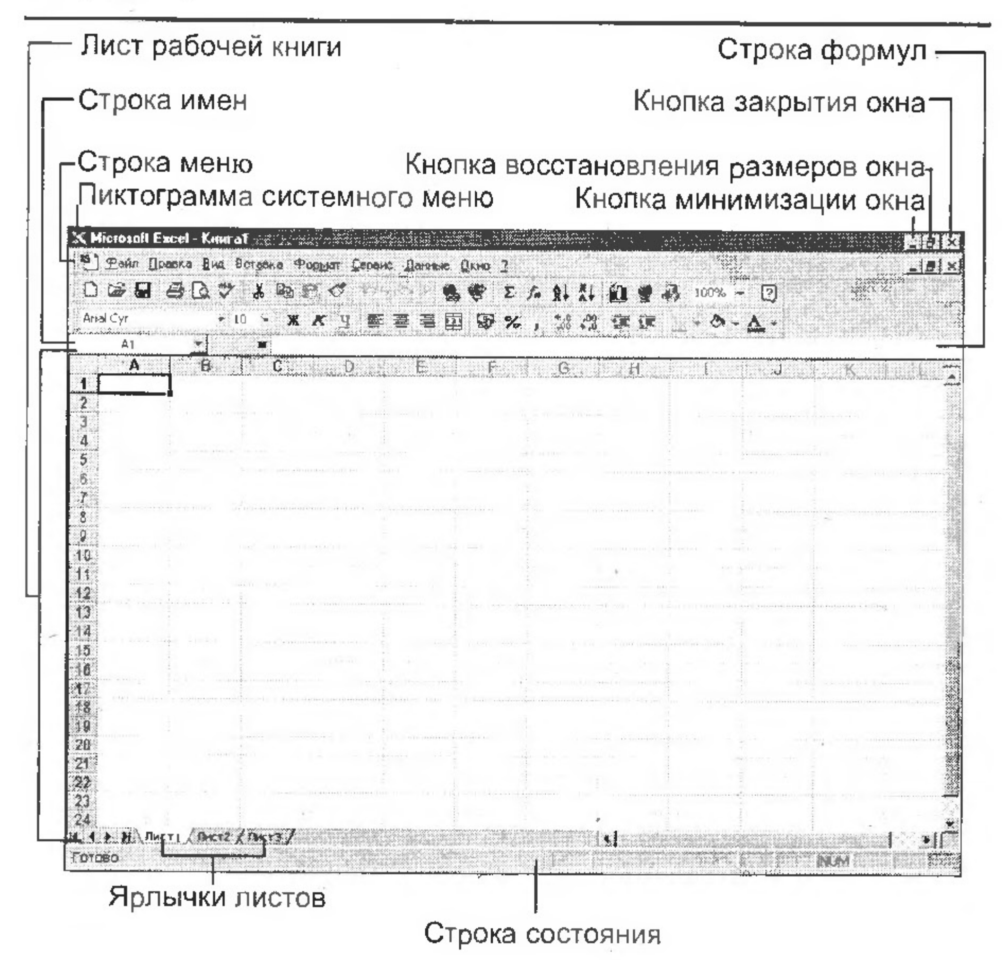
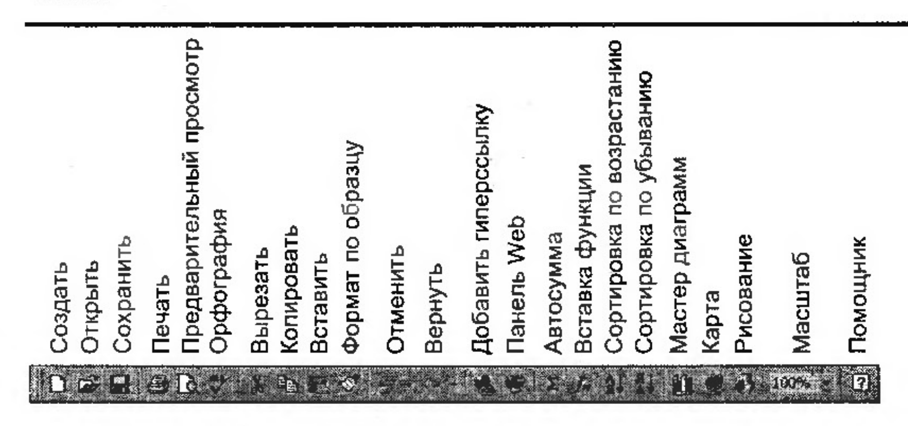


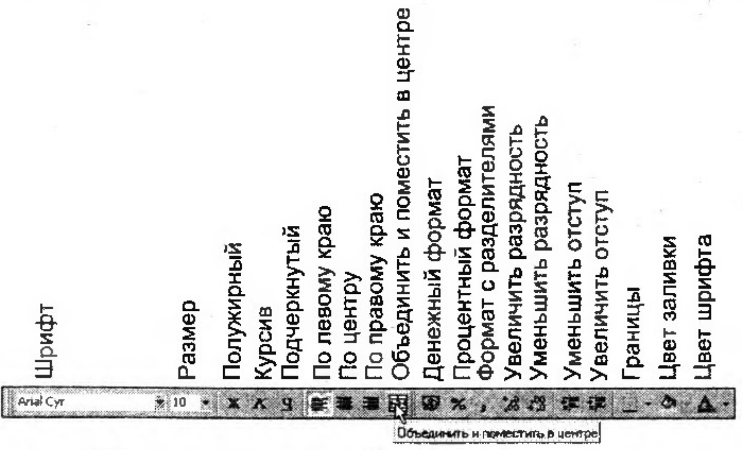
Рис. 2.1. Чистый лист Excel

В верхней части экрана под строкой заголовка расположена панель меню, а еще ниже — панель инструментов **Стандартная**. Каждая кнопка панели инструментов соответствует команде меню или одного из диалоговых окон. С помощью кнопок панели инструментов **Стандартная** (рис. 2.2) можно открывать и закрывать рабочие книги, вырезать, копировать и вставлять объекты, отменять выполненные действия, выполнять проце-

дуры настройки и изменять масштаб отображения текущей книги. Чтобы узнать о назначении конкретного инструмента, поместите на него указатель мыши. На экране появится краткое описание соответствующей функции. Более подробная информация выводится в строке состояния, расположенной вдоль нижнего края окна Excel (над панелью задач Windows 95). Чтобы выполнить команду, достаточно щелкнуть на соответствующей кнопке панели инструментов. Под панелью инструментов **Стандартная** расположена панель инструментов **Форматирование**. С помощью ее кнопок можно настраивать параметры отображения текста и чисел.



Панель инструментов **Стандартная**



Панель инструментов **Форматирование**

Рис. 2.2. Встроенные панели инструментов Excel 97

Рабочие книги и рабочие листы

Пользователи ранних версий Excel, наверное, уже обратили внимание на перенос основного акцента с рабочих листов на рабочие книги. В версиях, предшествующих Excel 5, основным объектом считался рабочий лист, которому соответствовал отдельный файл. При желании можно было создать рабочую книгу и вставить в нее листы. Начиная с версии 5 на передний план выдвигается рабочая книга. Рабочая книга, создаваемая по умолчанию, состоит из 3 листов. Чтобы открыть лист, необходимо щелкнуть на его ярлыке в нижней части окна. Все листы рабочей книги сохраняются в одном файле.

Всего в Excel насчитывается 22 встроенных панели инструментов (рис. 2.3). В основном они соответствуют определенным типам листов и появляются на экране только когда активен лист данного типа. Например, панель инструментов Visual Basic по умолчанию отображается в том случае, если активизируется лист модуля. Однако с помощью команды **Вид ➤ Панели инструментов** можно открыть любую панель в любой момент. Кроме того, можно создавать дополнительные панели инструментов с кнопками, соответствующими как стандартным командам, так и новым, написанным на макроязыке Visual Basic for Application.

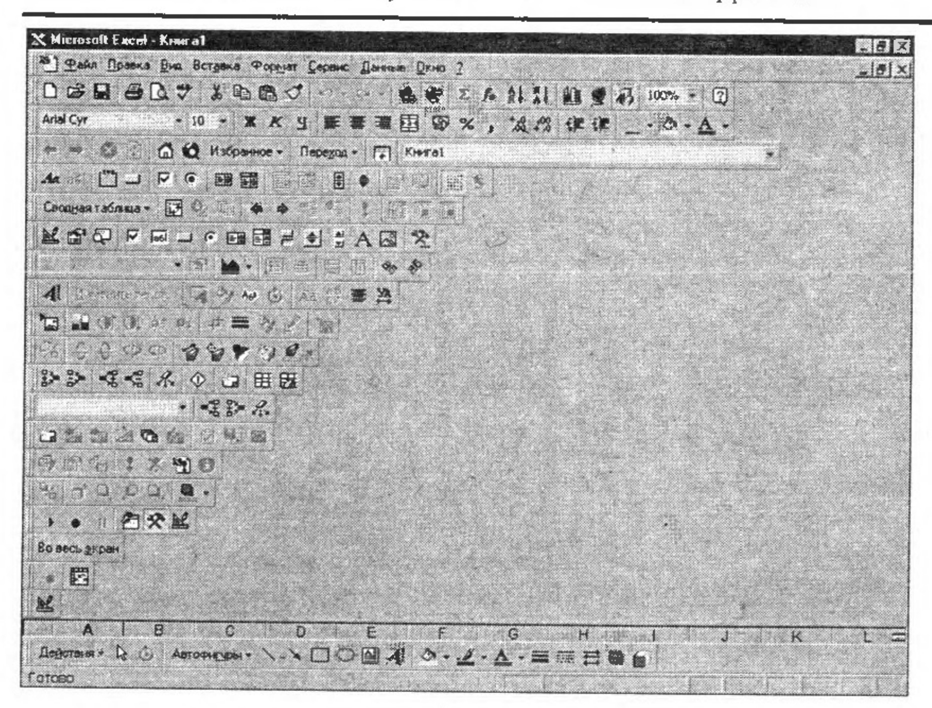
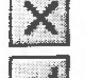


Рис. 2.3. Встроенные панели инструментов Excel

Под панелями инструментов располагается строка формул (рис. 2.1), в которой выводится содержимое выделенной в настоящий момент (*активной*) ячейки. В этой строке можно вводить и редактировать числа и формулы. Все, что содержится в строке формул, вставляется в активную ячейку листа.




При редактировании выражений в левой части строки формул появляются три кнопки. С помощью кнопки с крестиком можно отменить внесенные изменения и вернуться к первоначальному варианту содержимого ячейки. Если щелкнуть на кнопке с "птичкой", то внесенные изменения будут учтены, и содержимое строки формул перепишется в активную ячейку. К такому же результату приводит нажатие клавиши <Enter>. Третья кнопка запускает мастер функций, в окне которого выводится список имеющихся функций и их аргументы. Если щелкнуть на кнопке OK, выбранная функция будет вставлена в формулу.

В начале строки формул расположено поле Имя. В нем выбирается имя текущего выделенного фрагмента, а если таковой отсутствует — номер активной ячейки. Чтобы ввести в этом поле имя выделенного фрагмента, выделите одну или несколько ячеек, введите их название в поле Имя и нажмите клавишу <Enter>.



Внимание

Если после ввода информации в поле Имя не нажать <Enter>, а щелкнуть на другой ячейке, то имя будет потеряно.



Экспресс-метод

Чтобы перейти к именованной ячейке или группе ячеек, выберите нужное имя из раскрывающегося списка в поле имен. Ячейки с этим именем сразу выделятся.

Решение простого аналитического уравнения

Зависимость теплопроводности кремния от температуры в интервале от 200 до 700 K описывается следующей формулой:

$$K(T) = \frac{K_0}{(T - T_0)},$$

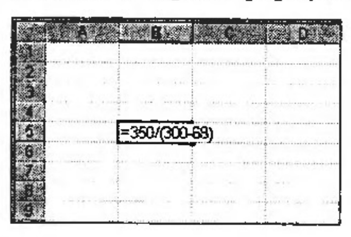
где K_0=350 Вт/см, а T_0=68 K.

Эта формула достаточно проста для карманного калькулятора, однако многократные расчеты для разных температур потребовали бы много времени и вызвали бы ошибки. На этом примере мы рассмотрим различные методы вычисления аналитических выражений в Excel.

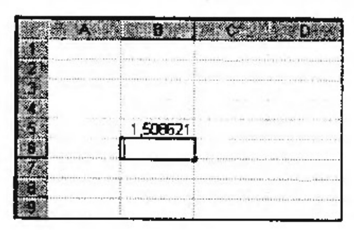
Однократный расчет

Вначале вычислим одно значение теплопроводности при комнатной температуре. Для этого выполните следующие операции.

1. Откройте чистый лист.
2. С помощью мыши или клавиш управления курсором сделайте активной ячейку B5.
3. Введите в строке формул следующее выражение: =350/(300-68)



4. Нажмите клавишу <Enter>.



В ячейке B5 сразу появится число 1,508621 — теплопроводность кремния при комнатной температуре. Можете проверить результат с помощью калькулятора (или логарифмической линейки, если она у вас есть).

Использование в формулах ссылок на другие ячейки

В формулу теплопроводности можно подставить и другие значения температуры. Для этого нужно выделить ячейку B5, изменить значение температуры в строке формул и нажать клавишу <Enter>. Excel вычислит формулу для нового значения аргумента. Этот метод расчета может показаться несколько громоздким. Чтобы упростить подстановку, переместите значение температуры из формулы в смежную ячейку, а в формулу вставьте ссылку на эту ячейку:

✓ Совет

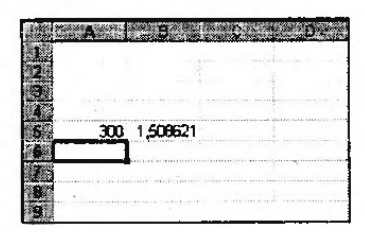
Если не нажимать клавишу <Enter>, а щелкнуть в строке формул на кнопке с "птичкой", ячейка, расположенная под текущей, не станет активной.

1. Выделите ячейку B5.

2. Замените в формуле число 300 на ссылку A5. Формула в ячейке B5 должна принять следующий вид:

   =350/(A5-68)

3. Выделите ячейку A5.
4. Введите число 300 и нажмите клавишу <Enter>.



Экспресс-метод

Чтобы быстро вставить в ячейку B5 ссылку на параметр 300, выделите в ней число 300 и щелкните на ячейке A5. В формулу будет вставлена ссылка на ячейку A5.

В ячейке B5 по-прежнему содержится число 1,508621. Однако теперь можно легко подставить другое значение температуры. Стоит ввести нужную величину в ячейку A5, и она тут же заносится в формулу. Использовать ссылки на ячейки гораздо удобнее, чем редактировать формулу каждый раз, когда нужно изменить значение аргумента. Такой тип формул является основным при построении в Excel инженерных таблиц.

Вычисление списка значений

Допустим, что необходимо рассчитать значение теплопроводности для ряда температур. Можно последовательно вводить значения температуры в ячейку A5 и записывать результаты каждого вычисления, однако на то и существуют электронные таблицы, чтобы обрабатывать списки данных.

Давайте рассчитаем с помощью Excel теплопроводность кремния в интервале от 200 до 700 К с шагом 50 градусов. Вначале необходимо создать список значений температуры, которые будут подставляться в формулу. Для этого выполните следующие операции.

1. Выделите ячейку A5.
2. Введите число 200 и нажмите клавишу <Enter>.
3. Выделите ячейку A6, введите число 250 и снова нажмите <Enter>.

Чтобы не вводить остальные значения, заполните нижележащие ячейки нужными величинами с помощью маркера заполнения (черный квадратик в нижнем правом углу активной области).

4. Выделите ячейку A5. Нажмите комбинацию клавиш <Shift+↓>.

	A	B	C
5	200	2,651515	
6	250		

5. Выделите маркер заполнения и перетащите его вниз до ячейки A15.

Пустые ячейки заполнятся числами, каждое из которых будет больше предыдущего на величину разности значений в ячейках A5 и A6. Таким образом, в выделенном диапазоне образуется последовательность чисел от 200 до 700 с шагом 50. Скопируйте формулу из ячейки B5 в ячейки, смежные с теми, в которых содержатся значения температуры.

	A	B	C
5	200	2,651515	
6	250		
7	300		
8	350		
9	400		
10	450		
11	500		
12	550		
13	600		
14	650		
15	700		

6. Выделите ячейку B5 и перетащите маркер заполнения вниз до ячейки B15.

	A	B	C
5	200	2,651515	
6	250	1,923077	
7	300	1,508621	
8	350	1,241135	
9	400	1,054217	
10	450	0,91623	
11	500	0,810185	
12	550	0,726141	
13	600	0,657895	
14	650	0,601375	
15	700	0,553797	

Формула из ячейки B5 будет скопирована во все ячейки диапазона B5:B15, после чего будут выполнены соответствующие вычисления. При этом использованная относительная ссылка в каждом случае изменится

таким образом, чтобы указывать на ячейку, прилегающую слева к той, что содержит формулу.

Выделение коэффициентов

Предположим, что нужно проверить, как повлияет на теплопроводность изменение коэффициентов формулы. Конечно, можно изменить их в ячейке B5 и скопировать новую формулу в остальные ячейки (копирование в ячейку с данными приводит к их замене новыми данными). Однако этот метод неудобен, если необходимо проверить несколько различных значений коэффициентов. Лучше вынести коэффициенты за пределы формулы и заменить их абсолютными ссылками.

Экспресс-метод

Чтобы быстро заменить в формуле число 350 на абсолютную ссылку, выделите это число и щелкните на ячейке B2. В формулу будет вставлена относительная ссылка. Чтобы сделать ссылку на B2 абсолютной ($B$2), нажмите клавишу <F4>. Если нажать <F4>, когда точка вставки находится в ссылке, то ей будет последовательно присваиваться один из четырех возможных типов.

1. В ячейку B5 введите формулу =$B$2/(A5-$B$3) и нажмите клавишу <Enter>.
2. В ячейку B2 введите число 350 и снова нажмите <Enter>.
3. В ячейку B3 введите число 68 и нажмите <Enter>.

   Теперь, когда коэффициенты заменены абсолютными ссылками на ячейки с соответствующими числами, можно просто скопировать формулу в ячейки диапазона B6:B15. Абсолютные ссылки будут перенесены без изменений, по-прежнему указывая на коэффициенты в ячейках B2 и B3.
4. Выделите ячейку B5 и перетащите маркер заполнения вниз до ячейки B15.

   Полученная таблица изображена на рис. 2.4. В ячейках B2 и B3 можно ввести другие значения параметров K_0 и T_0, которые сразу будут подставлены в формулы ячеек диапазона B5:B15.

Оформление рабочего листа

К сожалению, никто, кроме нас самих, не поймет смысла таблицы, изображенной на рис. 2.4, а через месяц-другой и мы не сможем вспомнить, о чем шла речь. Чтобы любой пользователь, включая автора, знал, что же вычисляется на этом листе, необходимо добавить несколько заголовков и меток.

Вы уже знаете, что для завершения ввода данных в ячейку и выполнения команд необходимо нажать клавишу <Enter> или одну из клавиш

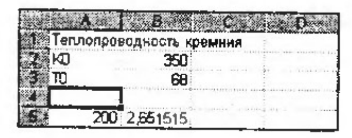
управления курсором или же щелкнуть на расположенной в строке формул кнопке с "птичкой". В дальнейшем изложении инструкция нажать клавишу <Enter> будет присутствовать только в тех случаях, где это не очевидно.

	A	B	C	D
1				
2		350		
3		68		
4				
5	200	2,651515		
6	250	1,923077		
7	300	1,508621		
8	350	1,241135		
9	400	1,054217		
10	450	0,91623		
11	500	0,810185		
12	550	0,726141		
13	600	0,657895		
14	650	0,601375		
15	700	0,553797		
16				

Рис. 2.4. Подстановка набора данных в формулу теплопроводности с переменными коэффициентами

Ввод меток. Начнем с ввода информационных меток.

1. В ячейку A1 введите следующий заголовок: Теплопроводность кремния.
2. В ячейку A2 введите K0.
3. В ячейку A3 введите T0.



	A	B	C	D
1	Теплопроводность кремния			
2	K0	350		
3	T0	68		
4				
5	200	2,651515		

Выравнивание меток. Заголовки в ячейках A2 и A3 необходимо выровнять по правому краю. Параметры форматирования ячеек, такие как шрифт, размер шрифта и цвет определяются в диалоговом окне Формат ячеек, открываемом с помощью команды Формат ➤ Ячейки. Для большинства типичных атрибутов форматирования на панели инструментов Форматирование есть соответствующие кнопки (рис. 2.2).

1. Выделите ячейки A2 и A3.
2. Щелкните на кнопке По правому краю на панели инструментов или выберите команду Формат ➤ Ячейки, перейдите на вкладку Выравнивание, из списка по горизонтали выберите элемент По правому краю и щелкните на кнопке OK.

	A	B	C	D
1	Теплопроводность кремния			
2	K0	350		
3	T0	68		
4				
5	200	2,651515		

Центрирование заголовков. Теперь необходимо ввести и выровнять по центру заголовки двух столбцов данных.

1. В ячейку А4 введите Т(К).



Примечание

В Excel для Windows 95 появилась новая функция — **Автозаполнение**. В этом режиме ввод данных в ячейках завершается автоматически на основании значений, введенных ранее в том же столбце. В данном случае после ввода **Т** программа добавит **0**, поскольку в этом столбце уже есть ячейка со значением **Т0**. Продолжайте ввод, не обращая внимания на автоматическое заполнение. Если такое поведение программы действует вам на нервы, выберите команду **Сервис ➤ Параметры**, в появившемся диалоговом окне перейдите на вкладку **Правка** и отключите режим **Автозаполнение значений ячеек**.

2. В ячейку В4 введите К(Вт/(см*К))
3. Выделите ячейки А4 и В4.
4. Щелкните на кнопке По центру на панели инструментов Форматирование.

	A	B	C	D
1	Теплопроводность кремния			
2	K0	350		
3	T0	68		
4	T (K)	< (Вт/см-К)		
5	200	2,651515		

Расширение столбцов и округление их содержимого. Содержимое ячейки В4 не помещается в ней целиком, а у чисел в столбце В чересчур много знаков после запятой. Необходимо увеличить ширину столбца и отформатировать числа так, чтобы в них было меньше десятичных знаков.

1. Поместите указатель мыши на линию, разделяющую заголовки столбцов В и С. Он примет вид вертикальной черты с двумя горизонтальными стрелками, указывающими в разные стороны.

	A	B	C	D
1	Теплопроводность кремния			
2	K0	350		
3	T0	68		
4	T (K)	< (Вт/см-К)		
5	200	2,651515		

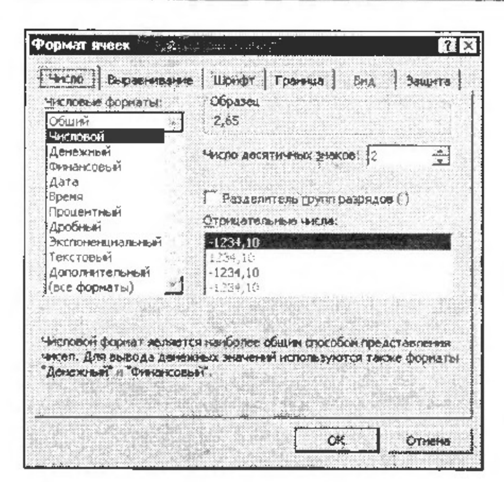
2. Удерживая нажатой левую кнопку мыши, перетащите правую границу заголовка столбца В примерно на 1 см. Во время этой операции значение ширины столбца будет выводиться в левой части строки формул. Сделайте ширину столбца такой, чтобы в нем был виден весь текст.

	A	B	C	D
1	Теплопроводность кремния			
2	K0	350		
3	T0	68		
4	T (K)	K (Вт/см-К)		
5	200	2,651515152		

3. Выделите группу ячеек B5:B15. Выберите команду Формат ➤ Ячейки и перейдите на вкладку Число.
4. Из списка Числовые форматы выберите элемент Числовой. В строке Число десятичных знаков введите значение 2 и щелкните на кнопке OK.

Экспресс-метод

Чтобы быстро изменить количество десятичных разрядов числа, выделите содержащую его ячейку и щелкайте на кнопке **Увеличить разрядность** или **Уменьшить разрядность** до тех пор, пока не достигнете нужной точности.



Обрамление и отключение сетки. Чтобы улучшить внешний вид таблицы, добавьте обрамление некоторых ячеек и погасите линии сетки рабочего листа.

1. Выделите ячейки A4 и B4.



2. Щелкните на стрелке вниз рядом с кнопкой Границы на панели инструментов Форматирование и выберите из появившейся палитры элемент внешнего обрамления.
3. Выделите группу ячеек A5:B15 и щелкните на кнопке Границы. Поскольку активным типом рамки является обрамление, этот элемент отображается на кнопке Границы.
4. Выделите диапазон ячеек B4:B15 и щелкните на кнопке Границы.

5. Чтобы скрыть линии сетки, выберите команду **Сервис ➤ Параметры**, перейдите на вкладку **Вид** и отключите режим **сетка**, после чего щелкните на кнопке OK.

	A	B	C	D
1	Теплопроводность кремния			
2	K0	350		
3	T0	68		
4	T (K)	K (Вт/см-K)		
5	200	2,65		
6	250	1,92		
7	300	1,51		
8	350	1,24		
9	400	1,05		
10	450	0,92		
11	500	0,81		
12	550	0,73		
13	600	0,66		
14	650	0,60		
15	700	0,55		
16				

Рис. 2.5. Готовый рабочий лист для простого уравнения теплопроводности

Готовый рабочий лист должен выглядеть так, как показано на рис. 2.5. Все ячейки данных помечены и взяты в рамку. Смысл такой таблицы понятен любому. Еще можно было бы вставить формулу в качестве заголовка (ввести формулу с одиночной кавычкой перед знаком равенства), чтобы пользователь мог видеть, что именно вычисляется, не заглядывая в ячейки, содержащие формулы. А теперь, если хотите сохранить рабочий лист, выберите команду **Файл ➤ Сохранить** или щелкните на кнопке **Сохранить** на панели инструментов **Стандартная**.

На рис. 2.6 показано содержимое всех ячеек листа. Чтобы вывести в таблице формулы вместо их значений, выберите команду **Сервис ➤ Параметры**, перейдите на вкладку **Вид**, включите режим **формулы** и щелкните на кнопке OK.

	A	B	C	D
1	Теплопроводность кремния			
2	K0	350		
3	T0	68		
4	T (K)	K (Вт/см-K)		
5	200	=$B$2/(A5-$B$3)		
6	250	=$B$2/(A6-$B$3)		
7	300	=$B$2/(A7-$B$3)		
8	350	=$B$2/(A8-$B$3)		
9	400	=$B$2/(A9-$B$3)		
10	450	=$B$2/(A10-$B$3)		
11	500	=$B$2/(A11-$B$3)		
12	550	=$B$2/(A12-$B$3)		
13	600	=$B$2/(A13-$B$3)		
14	650	=$B$2/(A14-$B$3)		
15	700	=$B$2/(A15-$B$3)		
16				

Рис. 2.6. Содержимое ячеек на листе Теплопроводность

Экспресс-метод

Для быстрого переключения между формулами и значениями используйте комбинацию клавиш <Ctrl+`> (символ ударения, расположенный над клавишей <Tab>).

Создание таблиц путем копирования формул

Предыдущий раздел был посвящен созданию инженерной таблицы значений теплопроводности кремния. Создание подобных таблиц является, видимо, второй по популярности вычислительной задачей среди ученых и инженеров (на первом месте стоит вычисление отдельных значений функции с помощью калькулятора). Существует два способа создать таблицу в Excel: путем копирования формулы или с помощью команды Данные ➤ Таблица подстановки. Для уравнения теплопроводности мы воспользовались первым из них. Это, наверное, наиболее универсальный способ создания таблиц значений на листе. В последующих разделах описан ряд инженерных таблиц, созданных подобным образом. Использование команды Данные ➤ Таблица подстановки обсуждается позже.

Построение таблиц с одним аргументом

Начнем с создания таблицы с одним аргументом. Такие таблицы образованы одной или несколькими формулами, каждая из которых имеет один переменный параметр и возвращает один результат.

Прецессия северного полюса мира

В астрономии для определения положения небесных тел принято использовать две системы координат: экваториальную и эклиптическую (рис. 2.7).

Экваториальная система координат основана на ориентации оси вращения Земли. Представьте себе глобус с нанесенными на него линиями широты и долготы, но без материков, и с такой же ориентацией, как у Земли. Если увеличить размер глобуса до бесконечности, получим небесную сферу в экваториальной системе координат.

Плоскость земного экватора также является плоскостью экватора небесной системы координат, и называется небесным экватором. Если продолжить ось вращения Земли сквозь северный и южный полюсы за пределы небесной сферы, они образуют полюса мира. Северный полюс мира находится вблизи Полярной звезды, которая веками использовалась в качестве навигационного ориентира.

Положение светила (точка P на рис. 2.7) в экваториальной системе определяется так же, как и точки на поверхности Земли — координатами широты и долготы. Подобно широте, склонение небесного тела — это

величина дуги от положения тела до небесного экватора к северу или к югу (дуга от В до Р на рис. 2.7). Экватор лежит на нулевом градусе, а северный и южный полюса мира — на 90 градусах северного и южного склонения.

Вторая координата подобна долготе и называется прямым восхождением. Прямое восхождение тела измеряется в часах, минутах и секундах от точки весеннего равноденствия (точка А, в созвездии Овна, рис. 2.7) к востоку до меридиана, проходящего через светило (дуга из А в В на рис. 2.7). Меридианом называется линия, соединяющая небесный экватор и полюс мира, подобно меридиану на поверхности Земли.

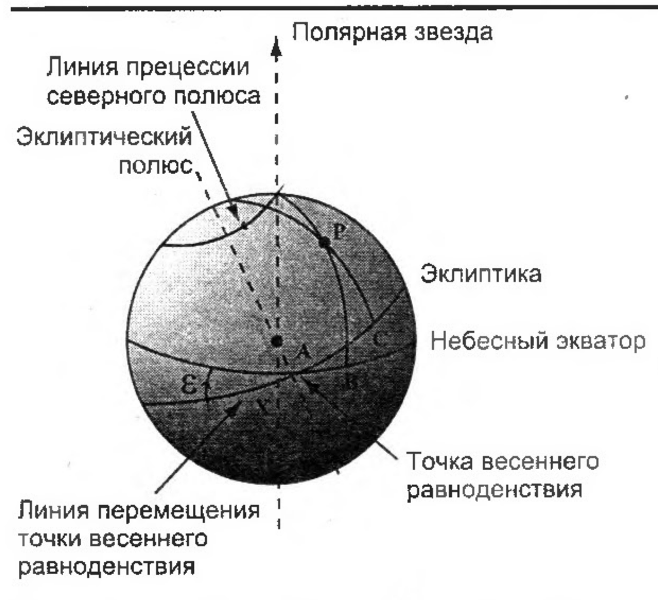


Рис. 2.7. Ориентация экваториальной и эклиптической систем небесных координат. Перемещение экваториальной системы вследствие прецессии оси вращения Земли

Эклиптическая система координат подобна экваториальной, но базируется не на плоскости земного экватора, а на плоскости орбиты Земли вокруг Солнца. Если спроецировать орбиту Земли на небесную сферу, она образует большой круг, называемый эклиптикой. На девяносто градусов выше или ниже эклиптики находятся эклиптические полюса. Координатами являются эклиптические долгота и широта (дуги АС и СР, соответственно, см. рис. 2.7). Эта система координат также подобна долготе и широте на земной поверхности, но ориентирована относительно эклиптики, а не экватора.

Большие круги, образуемые эклиптикой и небесным экватором, пересекаются в точках весеннего и осеннего равноденствия под углом около 23 градусов. Это хорошо известный 23-градусный наклон Земли по от-

ношению к плоскости ее орбиты, называемый наклоном эклиптики к экватору.

Экваториальная система координат полезна при астрономических наблюдениях с Земли, а эклиптическая — при расчетах небесной механики относительно Солнца. Эти системы взаимозаменяемы, достаточно учесть простой 23-градусный поворот. К сожалению, на самом деле не все так просто. Зависимость между двумя системами не постоянна, а изменяется во времени.

Воздействия Солнца и Луны вызывают отклонения во вращении Земли. Так бывает, если подтолкнуть сбоку вращающийся волчок. Эти колебания называются прецессией, в результате которой северный полюс Земли, а значит и северный полюс мира, перемещается по небольшой окружности с радиусом в 23° вокруг северного эклиптического полюса. Поскольку плоскость эклиптики постоянна, то изменяется положение точки весеннего равноденствия, которая является точкой отсчета прямого восхождения и эклиптической долготы.

Воздействие планет также вызывает прецессию в эклиптике, в результате чего эклиптический полюс также перемещается. Если вы не астроном, то эти системы координат, колеблющиеся вокруг вселенной, могут показаться вам воистину ужасными. Но период колебаний составляет приблизительно 26 000 лет, так что эти смещения вполне терпимы. Следующие две формулы позволяют вычислить годовое изменение эклиптической долготы (X) и значение наклона эклиптики к экватору (ε)

$$X = 50.2564'' + 0.00222''t$$

$$\varepsilon = 23^0 27' 8.26'' - 0.4684''t,$$

где t — количество лет, прошедших после 1900-го годв. Эти изменения не сильно влияют на координаты светил, но их необходимо учитывать в каждой обсерватории, находящейся на Земле, поскольку она фиксирована относительно блуждающей системы координат планеты.

Сейчас мы создадим таблицу годовых изменений эклиптической долготы и наклона эклиптики к экватору для каждого десятилетия, прошедшего между 1900-м и 2000-м годом.

Настройка рабочего листа. Начнем с выбора ширины столбцов и вводв заголовков. Обычно ширину столбцов подбирают после вводв данных, однако в данном случае будет проще сделать это в начале.

1. Откройте новую рабочую книгу или чистый лист существующей книги. Дважды щелкните на ярлыке текущего листа, измените его имя на рис. 2.8 и нажмите клавишу <Enter>. Можно также щелкнуть на ярлыке правой кнопкой мыши и воспользоваться командой **Переименовать**.
2. Измените ширину стодбцов A-P в соответствии со следующим списком:

Столбец	Ширина	Столбец	Ширина	Столбец	Ширина
A	3	G	1	M	7
B	5	H	7	N	2
C	8,43	I	1	O	8,43
D	9,57	J	5,43	P	4,57
E	3	K	2		
F	3	L	1		

3. В ячейку A1 введите текст Прецессия северного полюса мира.
4. В ячейку C3 введите текст Годовая прецессия.
5. В ячейку C4 введите текст по долготе.
6. В ячейку E3 введите текст Отклонение.
7. В ячейку E4 введите текст эклиптики.
8. В ячейку B4 введите текст Дата и выровняйте текст по правому краю.
9. В ячейку J3 введите текст Годовая прецессия по долготе.
10. В ячейку J6 введите текст Отклонение эклиптики.
11. В ячейку M9 введите текст За t лет, начиная с 1900г.

Ввод уравнений. Чтобы любой, взглянув на рабочий лист, мог понять, что здесь вычисляется, необходимо ввести формулы в виде текста. При этом коэффициенты в текстовом представлении выражений должны быть реальными величинами, на которые ссылаются формулы рабочего листа.

1. В ячейку J4 введите текст X= (без пробелов).
2. В ячейку M4 введите число 50,2564.
3. В ячейку N4 введите текст "+ (без пробелов).
4. В ячейку O4 введите число 0,000222.
5. В ячейку P4 введите текст "*t (без пробелов).

В следующую ячейку необходимо ввести символ градуса (°) из расширенного набора DOS. На большинстве компьютеров для вводв подобного символа необходимо набрать на цифровой панели его код ASCII (в данном случае 0176), удерживая нажатой клавишу <Alt>. В Windows 95 можно вставить символ градуса с помощью утилиты Таблица символов. Для этого щелкните на кнопке Пуск и выберите из меню Программы команду Стандартные ➤ Таблица символов. Дважды щелкните на символе °, затем на кнопке Копировать, перейдите в Excel, выделите нужную ячейку и вставьте в нее этот символ с помощью комбинации клавиш <Ctrl+V>.

6. В ячейку J7 введите текст e=23° (без пробелов).
7. В ячейку K7 введите число 27.

   В ячейку L7 введите два символа ' (одинарные кавычки). Первая из них используется в Excel как символ выравнивания (для совместимости с Lotus 1-2-3), а вторая свидетельствует о том, что величина в ячейке K7 измеряется в минутах.
8. В ячейку L7 введите два символа ' (одинарные кавычки).
9. В ячейку M7 введите число 8,26.
10. В ячейку N7 введите символ " (двойные кавычки).
11. В ячейку O7 введите число -0,4684.
12. В ячейку P7 введите текст "*t (без пробелов, двойные кавычки).

Ввод значений. Далее необходимо ввести даты, которые будут подставляться в формулы.

1. В ячейку B5 введите число 1900.
2. В ячейку B6 введите число 1910.
3. Выделите ячейки B5:B6.
4. С помощью мыши перетащите маркер заполнения вниз до ячейки B15.

Все ячейки диапазона B5:B15 будут заполнены последовательностью чисел от 1900 до 2000 с шагом 10. Шаг определяется разностью чисел в первых двух ячейках.

Ввод формул прецессии и отклонения. Введем теперь формулу годовой прецессии по долготе.

1. В ячейку C5 введите формулу =$M$4+$O$4*(B5-1900).
2. В ячейку D5 введите символ " (двойные кавычки).

После этого нужно ввести формулу отклонения эклиптики. За такой короткий промежуток времени число градусов этой величины не изменится, и поэтому лучше ввести его один раз, чем постоянно вычислять.

3. В ячейку E5 введите число 23°.

   Поскольку число минут должно измениться, необходимо вычислить количество секунд и разделить его на 60. Искомое число минут равно целой части от полученного результата.
4. В ячейку F5 введите формулу
   =($K$7)+ЦЕЛОЕ(($M$7+$O$7*(B5-1900)/60)).
5. В ячейку G5 введите два символа ' (одинарные кавычки).
   Число секунд равно остатку от деления общего количества секунд на 60, поскольку частное переходит в столбец минут.
6. В ячейку H5 введите формулу =ОСТАТ($M$7+$O$7*(B5-1900)+60,60).
7. В ячейку I5 введите символ " (двойные кавычки).
   Осталось скопировать содержимое заполненных ячеек в нижние ячейки таблицы. Для этого выделите верхнюю строку чисел и перетащите вниз маркер заполнения.
8. Выделите группу ячеек C5:I5.
9. Перетащите маркер заполнения, расположенный в нижнем правом углу выделенной области, вниз до ячейки I15, и отпустите кнопку мыши. Формулы и числа будут скопированы в оставшуюся часть таблицы.

Форматирование рабочего листа. Теперь нужно определить числовой формат ячеек с четырьмя десятичными знаками, разграфить таблицу и отключить сетку.

1. Выделите ячейки H5:H15 и, удерживая нажатой клавишу <Ctrl>, выделите ячейки C5:C15.
2. Выберите команду **Формат ➤ Ячейки**. В открывшемся диалоговом окне перейдите на вкладку Число. Выберите из списка форматов элемент Числовой и установите количество десятичных знаков после запятой равным четырем. Щелкните на кнопке OK.
3. Выделите ячейки C5:I15. Удерживая нажатой клавишу <Ctrl>, выделите ячейки B3:B15, B3:I4 и J3:P9.



Примечание

Чтобы единообразно отформатировать несколько несмежных ячеек, нужно выделить эту несвязную группу, удерживая нажатой клавишу <Ctrl> и щелкая последовательно на каждой из ячеек, а затем выбрать нужный формат. Можно поступить и по-другому: выделить и отформатировать одну ячейку, затем выделить следующую ячейку или их группу и воспользоваться командой **Правка ➤ Повторить форматирование ячеек** или комбинацией клавиш <Ctrl+Y>.

4. На панели инструментов **Форматирование** раскройте палитру **Линии рамки** и щелкните на кнопке внешней границы. Вокруг выделенных групп ячеек появятся рамки.
5. Выделите группы ячеек C3:D4 и E3:I4 (поскольку диапазоны не связные, используйте клавишу <Ctrl>).
6. Щелкните иа кнопке **Центрировать по столбцам** на панели инструментов Форматирование.
7. Выберите команду **Сервис ➤ Параметры**. В появившемся диалоговом окне перейдите на вкладку **Вид** и отключите режим **сетка**. Щелкните на кнопке **OK**.
8. Сохраните рабочую книгу на диске, щелкнув на кнопке **Сохранить**.

Полученный рабочий лист изображен на рис. 2.8.

Прецессия северного полюса мира

Дата	Годовая прецессия по долготе	Отклонение эклиптики		
1900	50,2564 "	23°	35 '	8,2600 "
1910	50,2586 "	23°	35 '	3,5760 "
1920	50,2608 "	23°	35 '	58,8920 "
1930	50,2631 "	23°	35 '	54,2080 "
1940	50,2653 "	23°	34 '	49,5240 "
1950	50,2675 "	23°	34 '	44,8400 "
1960	50,2697 "	23°	34 '	40,1560 "
1970	50,2719 "	23°	34 '	35,4720 "
1980	50,2742 "	23°	34 '	30,7880 "
1990	50,2764 "	23°	34 '	26,1040 "
2000	50,2786 "	23°	34 '	21,4200 "

Годовая прецессия по долготе
X = 50,2564 + 0,000222 "*t

Отклонение эклиптики
e=23° 27 ' 8,26 " -0,4684 "*t

За t лет, начиная с 1900г

Титульный / рис. 2.4 / рис. 2.5 / рис. 2.6 / рис. 2.8 / рис.

Рис. 2.8. Таблицы годовой прецессии небесной долготы и отклонения эклиптики в период с 1900 по 2000гг.

Зависимость концентрации собственных носителей заряда в кремнии от температуры

Концентрацией собственных носителей заряда в полупроводнике называют концеитрацию электронов или дырок в собственном полупроводнике, находящемся в состоянии термодинамического равновесия.

Этот параметр играет важную роль при математическом моделировании полупроводниковых приборов. Собственным называют полупроводник, концентрация электронов в котором равна концентрации дырок, когда он находится в состоянии равновесия. Такая ситуация соответствует очень чистому кремнию при комнатной температуре или менее чистому — при более высокой. Дыркой называют незанятое электроном "свободное место" в атомной структуре полупроводника. Дырку представляют в виде элементарной частицы с положительным зарядом, равным по модулю заряду электрона.

Следующая формула описывает зависимость концентрации собственных носителей заряда в кремнии (n_i) от температуры.

$$n_i = \left(4M_c\left(\frac{2\pi m_0 k}{h^2}\right)^3\right)^{1/2}\left(\frac{m_e^* m_h^*}{m_0}\right)^{3/4} T^{3/2} e^{-E_g/2kT}$$

Ее коэффициенты имеют следующие значения.

Коэффициент	**Значеине**	**Описание**
M_c	6	Количество эквивалентных электронных долин в кремнии
m_0	$0{,}91095\times10^{-30}$ кг	Масса покоя электрона
k	$1{,}38066\times10^{-23}$ Дж/К	Постоянная Больцмана
h	$6{,}62618\times10^{-34}$ Дж·с	Постоянная Планка
m_e^*	$0{,}33\ m_0$	Эффективная масса электрона
m_h^*	$0{,}56\ m_0$	Эффективная масса дырки

Температурная зависимость ширины запрещенной зоны в кремнии E_g с хорошей точностью описывается следующей формулой:

$$E_g = \left(EG0 - \frac{EG1 \cdot T^2}{T + EG2}\right)q,$$

где $EG0$=1,17 эВ, $EG1$=4,73×10^{-4} эВ/К, $EG2$=636 К, а q=1,60219×10^{-19} Кл — заряд электрона.

Выражение, описывающее ширину запрещенной зоны, можно вставить в уравнение концентрации собственных носителей заряда непосредственно, и получить единую формулу для расчетов. Однако она была бы слишком сложна. Проще рассчитать эту величину отдельно, а полученный результат использовать для определения концентрации собственных носителей.

В формуле концентрации собственных носителей есть сложный коэффициент, состоящий из множества констант. Вычислять его значение заново при каждом обращении к формуле — значит понапрасну тратить ресурсы компьютера и замедлять расчет рабочего листа. Чтобы повысить эффективность расчетов, объедините все константы в одну и поместите ссылку на нее во все ячейки с вычисляемой формулой. Кроме того, необходимо присвоить используемым константам имена, упрощающие понимание их смысла.

Создадим таблицу значений концентрации собственных носителей заряда в кремнии.

Ввод значений. В первую очередь необходимо ввести параметры уравнения.

1. Откройте новый рабочий лист и назовите его рис. 2.9.
2. Заполните ячейки и выровняйте их содержимое следующим образом.

Ячейка	Значение	Выравнивание
A1	Концентрация собственных носителей заряда в кремнии	
A3	EG0=	По правому краю
A4	EG1=	По правому краю
A5	EG2=	По правому краю
A7	Конц.=	
B3	1,17	
B4	4,73E-4	
B5	636	

Далее следует вычислить коэффициент правой части уравнения концентрации собственных носителей и изменить его размерность с $1/м^3$ на $1/см^3$.

3. В ячейку B7 введите следующую формулу:

```
=КОРЕНЬ(4*6*(2*ПИ()*0,91095E-30*1,38066E-23/(6,62618E-34)^2)^3)*
  (0,33*0,56)^(0,75)*1,0E-6
```

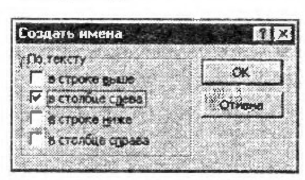
Вычислив это выражение, можно заменить формулу ее значением. Однако лучше этого не делать, чтобы другие пользователи (да и вы сами через некоторое время) смогли определить, что здесь вычисляется.

✓ Совет

Чтобы заменить формулу или ее часть соответствующим значением, выделите соответствующую ячейку и перейдите в строку формул. Выделите часть формулы, которую нужно заменить и нажмите комбинацию клавиш <Ctrl+=> (на Macintosh — <Cmd+=>). Чтобы заменить выражение его значением, щелкните на кнопке с изображением "птички" или нажмите клавишу <Enter>, а чтобы вернуть исходную формулу — щелкните на кнопке × или нажмите клавишу <Esc>. Данный метод удобен, если нужно увидеть не формулу, а ее значение, а также во время отладки рабочего листа, когда нужно определить значение части формулы.

Присвоение имен ячейкам и диапазонам. Теперь введем имена ячеек, которые впоследствии будут использоваться в формулах. Это можно сделать с помощью команд Вставка ➤ Имя ➤ Создать и Вставка ➤ Имя ➤ Присвоить. Первая служит для создания имен из заголовков строк или столбцов выделенного диапазона, а вторая позволяет присвоить имя отдельной ячейке или диапазону ячеек. При вычислении по формуле Excel вначале заменяет использованные в ней имена соответствующими числовыми значениями, а затем производит вычисления.

1. Выделите группу ячеек A3:B7 и выберите команду Вставка ➤ Имя ➤ Создать.

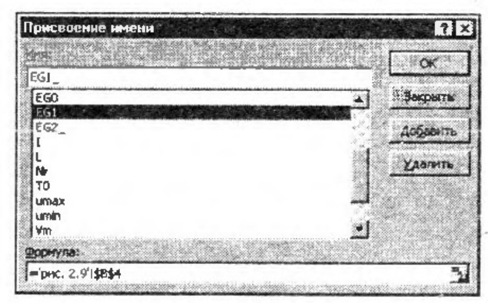


2. В появившемся диалоговом окне Создать имена включите режим В столбце слева и щелкните на кнопке OK.

✓ Совет

Команда **Вставка ➤ Имя ➤ Присвоить** позволяет присвоить имя конкретной величине. В строке Формула появившегося диалогового окна **Присвоить имя** введите число, определите его имя в строке **Имя** и щелкните на кнопке **Добавить**. Например, можно присвоить числу 1,0546E-34 имя h_c_чертой (постоянная Планка, поделенная на 2π).

Теперь выделенным ячейкам столбца B присвоены имена, соответствующие содержимому столбца A, но без знаков равенства. Список имен выводится в диалоговом окне Присвоить имя, открываемом с помощью команды Вставка ➤ Имя ➤ Присвоить. Если выделить некоторое имя, его определение будет отображено в строке Формула. Чтобы увидеть имя ячейки, выделите ее. Имя (если таковое существует) появится в поле имен в левой части строки формул.



Обратите внимание, что ячейкам B4 и B5 присвоены имена EG1_ и EG2_, а не EG1 и EG2. Программа автоматически добавила символ подчеркивания, поскольку EG1 является допустимой ссылкой на ячейку (столбец EG, строка 1) и не может использоваться в качестве имени. При использовании в алгебраических выражениях таких переменных, как A1 или C7, также нужно использовать символ подчеркивания или какой-нибудь другой, чтобы имена не выглядели как ссылки. Если вам не нравится подчеркивание, выбирайте другие имена.

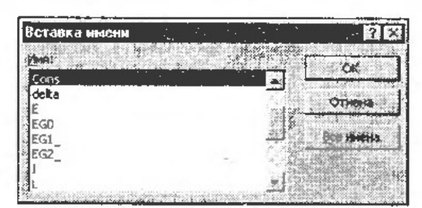
Ввод заголовков и знвчений температуры. Чтобы сделать таблицу более понятной, нужно ввести необходимые надписи.

1. Заполните ячейки рабочего листа и выровняйте их содержимое, как указано ниже. Чтобы создать верхний индекс в ячейке F3, выделите число -3 и воспользуйтесь командой Формат ➤ Ячейки. В появившемся диалоговом окне перейдите на вкладку Шрифт и включите режим Верхний индекс.

Ячейка	Содержимое	Выравнивание
D3	T(K)	По центру
E3	Eg(эВ)	По центру
F3	ni(см$^{-3}$)	По центру

2. В ячейку D4 введите число 300, а в ячейку D5 — число 350.
3. Выделите ячейки D4:D5 и перетащите маркер заполнения, расположенный в нижнем правом углу выделенного фрагмента, вниз до ячейки D14.

Ввод формул. Теперь нужно ввести формулу ширины запрещенной зоны. Если в формулу входит имя, его можно ввести либо с клавиатуры, либо с помощью команды Вставка ➤ Имя ➤ Вставить. В последнем случае откроется диалоговое окно Вставка имени, в котором нужно выбрать одно из определенных ранее имен.



✓ Совет

Можно ввести формулу с несуществующим именем и определить его позже. Пока имя не определено, в ячейке с формулой будет выводиться строка #ИМЯ?.

1. В ячейку E4 введите формулу =EG0-EG1_*D4^2/(D4+E2_).
   Далее нужно ввести выражение для концентрации собственных носителей заряда с учетом температуры и ширины запрещенной зоны.
2. В ячейку F4 введите следующую формулу:
   =Cons*(КОРЕНЬ(D4)^3)*EXP(-E4*1,60219E-19/(2*1,38066E-23*D4))
   Осталось лишь скопировать формулы в пустые ячейки таблицы.
3. Выделите ячейки E4:F4 и перетащите маркер заполнения вниз до ячейки F14.

Форматирование ячеек. Для повышения наглядности создайте линии рамки и отформатируйте ячейки с результатами вычислений.

1. Отформатируйте указанные ниже ячейки с помощью команды Формат ➤ Ячейки.

Ячейки	Формат
E4:E14	Числовой, 2 десятичных знака
F4:F14	Экспоненциальный, 2 десятичных знака

2. С помощью кнопки **Линии рамки** создайте обрамление ячеек таблицы (рис. 2.9). Чтобы скрыть линии сетки, выберите команду **Сервис ➤ Параметры**, в появившемся диалоговом окне перейдите на вкладку **Вид** и отмените режим **сетка**.
3. Сохраните рабочую книгу.

Окончательный вариант рабочего листа изображен на рис. 2.9.

Концентрация собственных носителей заряда в кремнии

EG0=	1,17
EG1=	4,73E-04
EG2=	636
Конц.=	3,33414E+15

T(K)	Eg (эВ)	ni (см$^{-3}$)
300	1,12	6,21E+09
350	1,11	2,18E+11
400	1,10	3,28E+12
450	1,08	2,79E+13
500	1,07	1,58E+14
550	1,05	6,70E+14
600	1,03	2,28E+15
650	1,01	6,44E+15
700	1,00	1,60E+16
750	0,98	3,54E+16
600	0,96	7,18E+16

рис. 2.4 / рис. 2.5 / рис. 2.6 / рис. 2.8 / рис. 2.9 / рис

Рис. 2.9. Температурная зависимость концентрации собственных носителей заряда в кремнии

Гиперболические функции

В главе 1 говорилось о том, что не определенные в Excel гиперболические функции можно скоиструировать из встроенных гиперболических и логарифмических функций. В следующем примере необходимо подставить различные значения аргумента в формулы для гиперболических функций и рассчитать обратные гиперболические функции, а затем сравнить полученные результаты с исходными величинами.

Арксеканс гиперболический и арккосеканс гиперболический являются неоднозначными функциями, и в каждом случае нужно вычислять оба их значения.

1. Откройте новый рабочий лист и назовите его рис. 2.10.
2. Заполните указанные ячейки следующими значениями:

Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое
A1	**Гиперболические функции**	A10	**0**	B2	**Sech(x)**
A2	**x**	A11	**0,1**	C2	**ASech+**
A3	**-5**	A12	**0,5**	D2	**ASech-**
A4	**-4**	A13	**1**	E2	**Csch(x)**

Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое
A5	**-3**	A14	**2**	F2	**ACsch+**
A6	**-2**	A15	**3**	G2	**ACsch-**
A7	**-1**	A16	**4**	H2	**Ctanh(x)**
A8	**-0,5**	A17	**5**	I2	**ACtanh**
A9	**-0,1**				

3. Выделите ячейки A3:A17 и выберите команду Вставка ➤ Имя ➤ Присвоить. Присвойте данному диапазону имя x.
4. Введите в указанных ячейках следующие формулы:

Ячейка	Содержимое
B3	**=1/COSH(x)**
C3	**=LN((1+КОРЕНЬ(1-B3^2))/B3)**
D3	**=LN((1-КОРЕНЬ(1-B3^2))/B3)**
E3	**=1/SINH(x)**
F3	**=LN((1+КОРЕНЬ(1+E3^2))/E3)**
G3	**=LN((1-КОРЕНЬ(1+E3^2))/E3)**
H3	**=1/TANH(x)**
I3	**=0,5*LN((H3+1)/(H3-1))**

5. Чтобы скопировать формулы в оставшуюся часть таблицы, выделите ячейки B3:I3 и перетащите маркер заполнения вниз до ячейки I17.
6. Расчертите таблицу, как показано на рис. 2.10.
7. Выберите команду Сервис ➤ Параметры. На вкладке Вид появившегося диалогового окна отключите режим сетка.
8. Сохраните рабочую книгу.

Окончательный вариант рабочего листа изображен на рис. 2.10. Несмотря на то, что имя x было присвоено группе ячеек A3:A17, при вычислении формул на его место каждый раз подставляется содержимое ячейки, расположенной в той же строке, что и формула.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Гиперболические функции								
2	x	Sech(x)	ASech+	ASech-	Csch(x)	ACsch+	Acsch-	Ctanh(x)	ACtanh
3	-5	0,013475	5	-5	-0,01348	#ЧИСЛО!	-5	-1,00009	-5
4	-4	0,036619	4	-4	-0,03664	#ЧИСЛО!	-4	-1,00067	-4
5	-3	0,099328	3	-3	-0,09982	#ЧИСЛО!	-3	-1,00497	-3
6	-2	0,265802	2	-2	-0,27572	#ЧИСЛО!	-2	-1,03731	-2
7	-1	0,648054	1	-1	-0,85092	#ЧИСЛО!	-1	-1,31304	-1
8	-0,5	0,886819	0,5	-0,5	-1,91903	#ЧИСЛО!	-0,5	-2,16395	-0,5
9	-0,1	0,995021	0,1	-0,1	-9,98335	#ЧИСЛО!	-0,1	-10,0333	-0,1
10	0	1	0	0	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!
11	0,1	0,995021	0,1	-0,1	9,983353	0,1	#ЧИСЛО!	10,03331	0,1
12	0,5	0,886819	0,5	-0,5	1,919035	0,5	#ЧИСЛО!	2,163953	0,5
13	1	0,648054	1	-1	0,850918	1	#ЧИСЛО!	1,313035	1
14	2	0,265802	2	-2	0,275721	2	#ЧИСЛО!	1,037315	2
15	3	0,099328	3	-3	0,099822	3	#ЧИСЛО!	1,00497	3
16	4	0,036619	4	-4	0,036644	4	#ЧИСЛО!	1,000671	4
17	5	0,013475	5	-5	0,013477	5	#ЧИСЛО!	1,000091	5
18									

рис. 2.10 / рис. 2.11 / рис. 2.12 / рис. 2.13 / рис. 2.15

Рис. 2.10. Таблица значений гиперболических и обратных гиперболических функций

Многие ячейки содержат сообщения об ошибках. Это значит, что соответствующие функцин для данных значений не определены. Функции Csch и Ctanh стремятся к ±∞ при x→0 и не определены в точке 0. При этом в ячейках с вычисляемыми на их основе обратными функциями ACsch и ACtanh также появляется сообщенне об ошибке. Кроме того, график функцин ACsch состоит из двух ветвей, и положительные значения нужно подставлять в одну формулу, а отрицательные — в другую.

Предупреждение

Вычисляя значения подобных неоднозначных функций, следите за тем, чтобы использоаалась соответствующая формула. В протианом случае можно получить неверный результат. Из таблицы видно, что некоторые формулы возвращают значения исходного аргумента с точностью до знака.

✓ Совет

Для выбора нужной формулы в зависимости от значения аргумента функций Asech и ACsch можно использовать функцию ЕСЛИ, например:
ACsch= ЕСЛИ(x>0,LN((1+КОРЕНЬ(1+E3^2))/E3),LN((1-КОРЕНЬ(1+E3^2))/E3)

Создание таблицы значений функции двух аргументов

Во всех предыдущих примерах рассматрнвались формулы, в которых одна переменная (аргумент) была независимой, а остальные — зависимыми (функции или значения выражений). Однако встречаются формулы с несколькими аргументами, не зависимыми друг от друга. При построении таблицы значений функции двух аргументов можно воспользоваться одним из следующих способов.

- Разместить значения аргументов в двух соседних столбцах.
- Использовать прямоугольную таблицу, в которой значения одной переменной содержатся в левом столбце, значения другой — в верхней строке, а результаты вычислений — в остальных ячейках.

Следующие два прнмера иллюстрируют оба варианта.

Ураанения Ван-дер-Ваальса

Состояние идеального газа описывается взаимной зависимостью его давления, объема н температуры, которая имеет вид $pV=\mu RT$. Здесь μ — количество молей газа, а R — универсальная газовая постояниая. Данная формула справедлива лишь в тех случаях, когда объемом молекул газа и силами межмолекулярного взаимодействия можно пренебречь. Таким образом, она хорошо описывает состояние газов низкой плотности, однако с увеличением плотности газа точность падает. Молекулы реального

газа занимают определенный объем, а зона сил межмолекулярного взаимодействия не ограничивается размерами молекул.

Попытавшись создать модель, которая бы лучше описывала бы поведение реального газа, Дж. Д. Ван-дер-Ваальс модифицировал уравнение состояния идеального газа с учетом вышеизложенных соображений. В результате уравнение состояния реального газа приобрело следующий вид:

$$\left(p+\frac{a}{v^2}\right)(v-b)=RT,$$

где v — молярный объем газа (ед. объема/моль), а a и b — постоянные, определяемые экспериментально. Их значения для двуокиси углерода:

a 3,591 л^2·атм./моль^2

b 0,0427 л/моль

Создание таблицы с параллельными столбцами значений аргументов

Рассматриваемое уравнение содержит три переменных, каждую из которых можно выразить через две другие. В следующем примере вычисляется давление различных объемов газа при разных температурах.

1. Откройте новый рабочий лист и назовите его рис. 2.11.
2. Установите ширину столбца А равной 5 символам (перетащите правую границу заголовка).
3. В ячейку A1 введите текст Уравнение Ван-дер-Ваальса.
4. Заполните и отформатируйте ячейки рабочего листа следующим образом.

Ячейка	Содержимое	Формат
A3	a=	Выравнивание по правому краю
B3	3,59	
C3	л^2·атм/моль^2	Выравнивание по левому краю
A4	b=	Выравнивание по правому краю
B4	0,0427	
C4	л/моль	Выравнивание по левому краю
E1	T(K)	Выравнивание по левому краю
F1	v(л/моль)	Выравнивание по левому краю
G1	P(атм.)	Выравнивание по левому краю
E2	264	
F2	0,05	Числовой, два десятичных знака
F3	0,1	Числовой, два десятичных знака

5. Выделите ячейки A3:B4 и выберите команду Вставка ➤ Имя ➤ Создать. В диалоговом окне Создать имена включите режим В столбце слева, после чего щелкните на кнопке OK.
6. Скопируйте содержимое ячейки E2 в ячейки E3:E8, выделив ее и перетащив маркер заполнения вниз до ячейки E9.

7. Выделите ячейки F2:F3 и перетащите маркер заполнения вниз до ячейки F9.

   Введите уравнение Ван-дер-Ваальса, разрешенное относительно давления. Измените размерность универсальной газовой постоянной с Дж/моль·К на л·атм./моль·К, разделив ее на 101,3.

8. В ячейку G2 введите указанную ниже формулу и измените формат ячейки на Числовой с одним десятичным знаком.

   =(8,3143/101,3)*E2(F2-b)-a/(F2^2)

9. Скопируйте содержимое ячейки G2 в ячейки G3:G9.
10. В ячейку E10 введите число 304 и скопируйте его в ячейки E11:E17.

    После этого необходимо скопировать данные из столбца F и формулы из столбца G в группу ячеек F10:G17. Не вводите нужную информацию заново, а используйте команды копирования и вставки.

Экспресс-метод

Чтобы быстро скопировать содержимое определенных ячеек, нужно выделить их и, удерживая нажатой клавишу <Ctrl>, перетащить в нужное место. (Если не нажимать клавишу <Ctrl>, выделенная область будет перемещена, а не скопирована).

11. Выделите ячейки F2:G9.
12. Поместите указатель мыши на границу выделенной области (но не на маркер заполнения) и, удерживая нажатой клавишу <Ctrl>, перетащите содержимое группы ячеек в область F10:G17.
13. В ячейку E18 введите число 344 и скопируйте его в ячейки E19:E25.
14. Скопируйте содержимое ячеек F10:G17 в ячейки F18:G25.
15. Заключите группы ячеек в рамку, как показано на рис. 2.11.
16. Отключите отображение линий сетки.
17. Сохраните рабочую книгу.

Чтобы на экране поместилось больше информации, воспользуйтесь командой Вид ➤ Во весь экран (рис. 2.11).

Такие вертикальные таблицы удобны, если расчетов не очень много. С увеличением их количества они становятся слишком длинными и малопонятными, и тогда для функций двух переменных лучше использовать таблицы, в которых значения одного аргумента содержатся в левом столбце, а другого — в верхней строке. Такая таблица демонстрируется в следующем примере.

Абсолютная звездная величина

В астрономии видимая яркость звезд измеряется в звездных величинах. Эта система измерения была введена еще древнегреческим астрономом Гиппархом. Самые яркие светила он назвал звездами первой величины, а самые тусклые — шестой. Двум звездам соответствовали разные звездные величины, если человеческий глаз различал их яркость.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Уравнение Ван-дер-Ваальса				T(K)	v(л/моль)	P(атм.)
2					264	0,05	1532,2
3		a=	3,59 л²атм./моль²		264	0,10	19,2
4		b=	0,0427 л/моль		264	0,15	42,4
5					264	0,20	48,0
6					264	0,25	47,1
7					264	0,30	44,3
8					264	0,35	41,2
9					264	0,40	38,2
10					304	0,05	1982,0
11					304	0,10	76,4
12					304	0,15	73,0
13					304	0,20	68,9
14					304	0,25	62,9
15					304	0,30	57,1
16					304	0,35	51,9
17					304	0,40	47,4
18					344	0,05	2431,7
19					344	0,10	133,7
20					344	0,15	103,6
21					344	0,20	89,7
22					344	0,25	78,8
23					344	0,30	69,8
24					344	0,35	62,6

рис. 2.6 / рис. 2.8 / рис. 2.9 / рис. 2.10 / рис. 2.11 / рис

Рис. 2.11. Таблица значений уравнения Ван-дер-Ваальса

Если различие яркости звезд было едва заметным, считалось, что они отличались на одну звездную величину. Позже шкала звездных величин была формализована с помощью математических методов, что позволило измерять яркость звезд с большей точностью. Теперь разность в пять звездных величин соответствует стократному изменению яркости. Таким образом, относительную звездную величину двух звезд можно выразить через значения их яркости с помощью следующей простой формулы:

$$(m_2 - m_1) = \frac{1}{0.4}\text{Log}\left(\frac{b_1}{b_2}\right),$$

где m_1 и m_2 — звездные величины двух звезд, а b_1 и b_2 — их яркость. Если принять за точку отсчета яркость одной из звезд, можно вычислить звездные величины всех остальных.

Звездные величины видимых с Земли объектов лежат в диапазоне от -26,7 (Солнце) до +23 (предел для 200-дюймового телескопа Хейла) и дальше (некоторые из современных многозеркальных телескопов позволяют наблюдать еще менее яркие объекты). Двум самым ярким звездам — Сириусу и Веге — соответствуют звездные величины -1,58 и +0,14. После того, как астрономы выбрали нулевую точку системы звездных величин, выяснилось, что некоторые звезды обладают большей яркостью. Вот почему звездная величина Солнца и некоторых других ярких звезд является отрицательной.

Яркость наблюдаемых с Земли звезд описывается *видимой звездной величиной*, которая зависит от их реальной яркости и удаленности от Земли. Видимая звездная величина не дает представления о характеристиках

звезды, и вряд ли имеет смысл сравнивать звезды по данному параметру. Чтобы исправить этот недостаток, астрономы ввели *абсолютную звездную величину*, соответствующую величине звезд, удаленных от Земли на 10 парсеков ($3{,}086 \times 10^{14}$ км). Яркость звезд, выраженную в абсолютных звездных величинах, можно сравнивать. Видимая и абсолютная звездные величины связаны соотношением $M=m+5-5\text{Log}(r)$, где M — абсолютная звездная величина, m — видимая, а r — расстояние до звезды в парсеках.

В 1913г. немецкий ученый Герцшпрунг и американский ученый Расселл сравнили абсолютную звездную величину и спектральный класс (почти то же, что и цвет) звезд и получили почти линейную зависимость. Ставшая классической диаграмма Герцшпрунга-Расселла позволяет определить абсолютную звездную величину по спектральному классу (цвету) звезды. Зная абсолютную и видимую звездные величины, можно вычислить расстояние до звезды с помощью приведенного выше уравнения.

В следующем примере создается таблица расстояний до звезд в зависимости от их абсолютной и относительной звездных величин. Первым делом необходимо разрешить формулу абсолютной звездной величины относительно расстояния:

$$r = 10^{\left(\frac{5+m-M}{5}\right)}$$

Создание прямоугольной таблицы значений функции двух переменных

Создадим таблицу расстояний со значениями видимой звездной величины в левом столбце и абсолютной звездной величины — в верхней строке.

1. Если полноэкранный режим просмотра все еще включен, снова выберите команду Вид ➤ Во весь экран или щелкните на кнопке Вернуть обычный режим на панели инструментов Во весь экран.
2. Откройте новый рабочий лист и назовите его рис. 2.12.
3. Установите ширину столбца A равной 8,57, а столбца B — равной 3.
4. Введите в указанных ячейках следующие значения:

Ячейка	Содержимое
A1	Расстояние до звезды в зависимости от ее абсолютной и видимой звездных величин
B2	Расстояние в парсеках (1 парсек равен 3,26 световым годам)
G3	Абсолютная звездная величина
A9	Видимая
A10	Звездная

5. В ячейку C4 введите число -5, а в ячейку D4 — число -3. Выделите их и перетащите маркер до ячейки M4. Диапазон C4:M4 заполнится целыми числами от -5 до 15 с шагом 2.
6. Таким же образом заполните ячейки B5:B18 целыми числами от -5 до 21 с шагом 2.

7. В ячейку C5 введите следующую формулу и присвойте ей экспоненциальный формат с одним десятичным знаком.

   =10^((5+$B5-C$4)/5)

   Использование смешанных ссылок в данном выражении гарантирует подстановку в формулу нужных значений аргумента после ее копирования в остальные ячейки таблицы.
8. Выделите ячейку C5 и перетащите маркер заполнения до ячейки C18. Выберите маркер снова и перетащите его до ячейки M18. Во все ячейки диапазона C5:M18 будет скопирована формула, введенная ранее в ячейку C5. Поскольку маркер заполнения можно перетаскивать либо в горизонтальном, либо в вертикальном направлении, выделение прямоугольной области происходит в два этапа.
9. Добавьте обрамление ячеек, как показано на рис. 2.12.
10. Отключите отображение линий сетки.
11. Сохраните рабочую книгу.

Щелкните на указывающей вниз стрелке рядом с окном **Масштаб** на панели инструментов **Стандартная** и установите масштаб, равный 75%. Окончательный вариант рабочего листа изображен на рис. 2.12.

Расстояние до звезды в зависимости от ее абсолютной и видимой звездных величин

Расстояние в парсеках (1 парсек равен 3,26 световым годам)

Абсолютная звездная величина

		-5	-3	-1	1	3	5	7	9	11	13	15
	-5	1,0E+01	4,0E+00	1,6E+00	6,3E-01	2,5E-01	1,0E-01	4,0E-02	1,6E-02	6,3E-03	2,5E-03	1,0E-03
	-3	2,5E+01	1,0E+01	4,0E+00	1,6E+00	6,3E-01	2,5E-01	1,0E-01	4,0E-02	1,6E-02	6,3E-03	2,5E-03
	-1	6,3E+01	2,5E+01	1,0E+01	4,0E+00	1,6E+00	6,3E-01	2,5E-01	1,0E-01	4,0E-02	1,6E-02	6,3E-03
	1	1,6E+02	6,3E+01	2,5E+01	1,0E+01	4,0E+00	1,6E+00	6,3E-01	2,5E-01	1,0E-01	4,0E-02	1,6E-02
Видимая	3	4,0E+02	1,6E+02	6,3E+01	2,5E+01	1,0E+01	4,0E+00	1,6E+00	6,3E-01	2,5E-01	1,0E-01	4,0E-02
звездная	5	1,0E+03	4,0E+02	1,6E+02	6,3E+01	2,5E+01	1,0E+01	4,0E+00	1,6E+00	6,3E-01	2,5E-01	1,0E-01
величина	7	2,5E+03	1,0E+03	4,0E+02	1,6E+02	6,3E+01	2,5E+01	1,0E+01	4,0E+00	1,6E+00	6,3E-01	2,5E-01
	9	6,3E+03	2,5E+03	1,0E+03	4,0E+02	1,6E+02	6,3E+01	2,5E+01	1,0E+01	4,0E+00	1,6E+00	6,3E-01
	11	1,6E+04	6,3E+03	2,5E+03	1,0E+03	4,0E+02	1,6E+02	6,3E+01	2,5E+01	1,0E+01	4,0E+00	1,6E+00
	13	4,0E+04	1,6E+04	6,3E+03	2,5E+03	1,0E+03	4,0E+02	1,6E+02	6,3E+01	2,5E+01	1,0E+01	4,0E+00
	15	1,0E+05	4,0E+04	1,6E+04	6,3E+03	2,5E+03	1,0E+03	4,0E+02	1,6E+02	6,3E+01	2,5E+01	1,0E+01
	17	2,5E+05	1,0E+05	4,0E+04	1,6E+04	6,3E+03	2,5E+03	1,0E+03	4,0E+02	1,6E+02	6,3E+01	2,5E+01
	19	6,3E+05	2,5E+05	1,0E+05	4,0E+04	1,6E+04	6,3E+03	2,5E+03	1,0E+03	4,0E+02	1,6E+02	6,3E+01
	21	1,6E+06	6,3E+05	2,5E+05	1,0E+05	4,0E+04	1,6E+04	6,3E+03	2,5E+03	1,0E+03	4,0E+02	1,6E+02

рис. 2.8 рис. 2.9 рис. 2.10 рис. 2.11 рис. 2.12 рис.

Рис. 2.12. Таблица расстояний до звезд в зависимости от их абсолютной и относительной звездных величин

Расчет функций многих переменных в таблицах с большим количеством столбцов

Бывают функции с более чем двумя аргументами. Их значения нельзя вывести в простой таблице прямоугольного формата, как в предыдущем примере. Однако в этом случае можно поместить различные переменные в следующие друг за другом столбцы, а в последнем вычислять значения функции. Подобная таблица будет более компактной, если разместить одну из переменных в верхней строке. Выбор типа таблицы зависит от вычисляемой функции и способа просмотра результатов.

Подвижность электронов в кремнии

В следующем примере рассчитывается подвижность электронов в кремнии для разных значений напряженности электрического поля, концентрации примеси и температуры. Каждой тройке значений аргументов соответствует одно значение функции. Для этого будет создана таблица с тремя столбцами независимых переменных, двумя столбцами промежуточных значений и одним столбцом результатов.

Приведенная ниже формула подвижности используется в сложной компьютерной модели эффектов, связанных с прохождением в полупроводниковых приборах мощных одиночных импульсов. В ней учитываются аппроксимирующие зависимости подвижности от напряженности электрического поля, концентрации примеси и температуры:

$$\mu_0 = \frac{\mu_{max} - \mu_{min}}{1+\left(N/N_r\right)^{\alpha}} + \mu_{min}$$

$$E_c = \frac{2.319 V_m}{(1+0.8\exp(T/600))\mu_0\left(T/T_0\right)^{\delta}}$$

$$\mu = \frac{\mu_0\left(T/T_0\right)^{-\delta}}{\left(1+\left(E/E_C\right)^{\beta}\right)^{1/\beta}}$$

Коэффициенты имеют следующие значения:

μ_{max}	0,1330 $м^2$/В·с	α	0,72
μ_{min}	0,0065 $м^2$/В·с	β	2
N_r	8,5x10^{22} $м^{-3}$	δ	2,42
V_m	1,1×10^5 м/с	T_0	300 K

где N — суммарная концентрация примесей, равная разности концентраций доноров и акцепторов и измеряемая в $1/м^3$, T — температура в градусах Кельвина, E — напряжеиность электрического поля в В/м, а μ — подвижность электронов в $м^2$/В·с.

Создание таблицы. Формула состоит из трех частей, которые при желании можно объединить. Однако гораздо проще распределить их по разным столбцам таблицы.

1. Откройте новый рабочий лист и назовите его рис. 2.13.
2. Установите ширину столбцов от A до F равной 10.

Экспресс-метод

Чтобы быстро изменить ширину нескольких столбцов, выделите их с помощью мыши, а затем измените ширину любого. Для всех столбцов будет установлена одна и та же ширина.

3. Заполните ячейки рабочего листа и выровняйте их содержимое, как указано ниже. Символ μ принадлежит шрифту Symbol. Выберите этот шрифт из списка на панели инструментов **Форматирование** и нажмите клавишу <m>.

Ячейка	Содержимое	Выравнивание
A1	Подвижность электронов в кремнии	
A3	μmax	По правому краю
A4	μmin	По правому краю
A6	Концентрация	По центру
A7	Примесей	По центру
A8	($м^{-3}$)	По центру
B3	0,133	
B4	0,0065	
B6	Температура	По центру
B8	(K)	По центру
C2	Nr	По правому краю
C3	Vm	По правому краю
C4	T0	По правому краю
C6	Электрическое	По центру
C7	поле	По центру
C8	(В/м)	По центру
D2	8,5E22	
D3	1,1E5	
D4	300	
D6	μ0	По центру
D8	$м^2$/В-с	
E2	alpha	По правому краю
E3	beta	По правому краю
E4	delta	По правому краю
E6	Ec	По центру
E8	(В/м)	По центру
F2	0,72	
F3	2	
F4	2,42	
F6	μ	По центру
F8	($м^2$/В-с)	По центру

4. Выделите ячейку B4, выберите команду **Вставка > Имя > Присвоить** и в появившемся диалоговом окне введите имя umin

Примечание

Поскольку μmin не является именем переменной, допустимым в Excel, в диалоговом окне Присвоить имя следует заменить символ μ на u.

5. Присвойте ячейке B3 имя umax.
6. Выделите группу ячеек C2:D4, выберите команду **Вставка > Имя > Создать**, включите режим **В столбце слева** и щелкните на кнопке **OK**. Повторите эти действия для ячеек E2:F4.

Ввод данных в таблицу. Теперь, когда таблица готова, осталось ввести в нее данные.

1. В ячейку A9 введите число 1,0E19 и скопируйте его в ячейки A10:A16.
2. В ячейку B9 введите число 300 и скопируйте его в ячейки B10:B12.
3. В ячейку B13 введите число 600 и скопируйте его в ячейки B14:B16.
4. В ячейки C9, C10, C11 и C12 введите соответственно числа 1E4, 1E5, 1E6 и 1E7.
5. Скопируйте содержимое ячеек C9:C12 в ячейки C13:C16.
6. В ячейку D9 введите следующую формулу:

   =(umax-umin)/(1+(A9/Nr)^alpha)+umin

   и скопируйте ее в ячейки D10:D16.
7. В ячейку E9 введите следующую формулу:

   =2,319*Vm/((1+0,8*EXP(B9/600))*D9*(B9/T0)^delta)

   и скопируйте ее в ячейки E10:E16.
8. В ячейку F9 введите следующую формулу:

   =(D9*(B9/T0)^delta)/(1+(C9/E9)^beta)^(1/beta)

   и скопируйте ее в ячейки F10:F16.
9. Присвойте ячейкам A9:A16 и C9:C16 экспоненциальный формат без десятичных знаков.
10. Присвойте ячейкам D9:F16 экспоненциальный формат с тремя десятичными знаками.
11. Скопируйте содержимое ячеек A9:F16 в ячейки A17:F24.
12. В ячейку A17 введите число 1,0E21 и скопируйте его в ячейки A18:A24.
13. Заключите группы ячеек в рамку, как показано на рис. 2.13.
14. Отключите отображение сетки рабочего листа.

Закрепление заголовков. При просмотре данных с помощью полос прокрутки заголовки часто исчезают из поля зрения. Чтобы этого избежать, следует зафиксировать строки заголовков. Выделите строку, следующую после строки заголовков, и выберите команду Окно ➤ Закрепить области. Вся область рабочего листа, находящаяся выше выделенной строки, будет зафиксирована. При использовании полосы прокрутки будут перемещаться только строки, лежащие ниже закрепленной области. Можно также зафиксировать один или несколько столбцов с заголовками в левой части экрана или закрепить одновременно несколько столбцов слева и несколько строк сверху.

1. Выделите строку 9, щелкнув на ее заголовке в левой части экрана.
2. С помощью команды Окно ➤ Закрепить области зафиксируйте строки, лежащие выше выделенной.
3. Сохраните рабочую книгу.

Окончательный вариант рабочего листа изображен на рис. 2.13. Поскольку окно разделено, а области закреплены, можно переключаться между двумя блоками таблицы, щелкая на полосе прокрутки выше или ниже бегунка (бегунком называется прямоугольный элемент полосы

прокрутки, при перемещении которого изменяется содержимое экрана). Можно создать дополнительные блоки таблицы для различных значений концентрации примесей. При их просмотре заголовки столбцов попрежнему будут закреплены в верхней части экрана. Чтобы отменить закреплеиие, воспользуйтесь командой Окно ➤ **Снять закрепление областей**.

	A	B	C	D	E	F
1	Подвижность электронов в кремнии					
2			Nr	8,50E+22	α	0,72
3	μmax	0,133	Vm	1,10E+05	β	2
4	μmin	0,0065	T0	300	δ	2,42
5						
6	Концентрация	Температура	Электрическое	μ0	Ec	μ
7	примесей		Поле			
8	(м⁻³)	(K)	(В/м)	(м²/В-с)	(В/м)	(м²/В-с)
9	1,E+19	300	1,E+04	1,328E-01	8,282E+05	1,328E-01
10	1,E+19	300	1,E+05	1,328E-01	8,282E+05	1,319E-01
11	1,E+19	300	1,E+06	1,328E-01	8,282E+05	8,472E-02
12	1,E+19	300	1,E+07	1,328E-01	8,282E+05	1,096E-02
13	1,E+19	600	1,E+04	1,328E-01	1,130E+05	7,060E-01
14	1,E+19	600	1,E+05	1,328E-01	1,130E+05	5,324E-01
15	1,E+19	600	1,E+06	1,328E-01	1,130E+05	7,984E-02
16	1,E+19	600	1,E+07	1,328E-01	1,130E+05	8,035E-03

рис. 2.9 / рис. 2.10 / рис. 2.11 / рис. 2.12 / рис. 2.13 / рис. 2.15 / рис.

	A	B	C	D	E	F
1	Подвижность электронов в кремнии					
2			Nr	8,50E+22	α	0,72
3	μmax	0,133	Vm	1,10E+05	β	2
4	μmin	0,0065	T0	300	δ	2,42
5						
6	Концентрация	Температура	Электрическое	μ0	Ec	μ
7	примесей		Поле			
8	(м⁻³)	(K)	(В/м)	(м²/В-с)	(В/м)	(м²/В-с)
17	1,E+21	300	1,E+04	1,280E-01	8,591E+05	1,280E-01
18	1,E+21	300	1,E+05	1,280E-01	8,591E+05	1,272E-01
19	1,E+21	300	1,E+06	1,280E-01	8,591E+05	8,344E-02
20	1,E+21	300	1,E+07	1,280E-01	8,591E+05	1,096E-02
21	1,E+21	600	1,E+04	1,280E-01	1,173E+06	6,828E-01
22	1,E+21	600	1,E+05	1,280E-01	1,173E+06	5,214E-01
23	1,E+21	600	1,E+06	1,280E-01	1,173E+05	7,981E-02
24	1,E+21	600	1,E+07	1,280E-01	1,173E+05	8,035E-03

рис. 2.9 / рис. 2.10 / рис. 2.11 / рис. 2.12 / рис. 2.13 / рис. 2.15 / рис.

Рис. 2.13. Таблица значений подвижности электронов в кремнии

Создание таблиц с помощью команды Данные ➤ Таблица подстановки

Команда Excel **Данные ➤ Таблица подстановки** позволяет создавать таблицы функций одной и двух переменных, имея лишь один экземпляр формулы, который не нужно копировать в другие ячейки. Кроме того, таким образом можно рассчитывать несколько функций одного аргумеита, значения которых будут выводиться в соседних столбцах таблицы. В случае двух переменных можно вычислять значения только одной функции.

Команда **Данные ➤ Таблица подстановки** имеет ряд преимуществ по сравиению с копированием формул. Во-первых, упрощается создание таблицы, поскольку достаточно ввести лишь один экземпляр формулы.

Во-вторых, в формулу можно быстро внести изменения и сразу просмотреть результаты. Кроме того, можно отключить режим автоматического вычисления таблицы при изменении содержимого ячеек рабочего листа. Чтобы все формулы рабочего листа, за исключением таблиц данных, пересчитывались автоматически, выберите команду Сервис ➤ Параметры, перейдите на вкладку Вычисления и включите режим автоматически кроме таблиц. После этого для повторного вычисления таблиц нужно будет нажать клавишу <F9>.

Недостаток команды Данные ➤ Таблица подстановки заключается в невозможности определить разные формулы для различных частей таблицы. Например, нельзя использовать команду Данные ➤ Таблица подстановки для создания таблицы, предусматривающей особые формулы для интервалов, на которых аргументы равны нулю. Данный недостаток можно обойти, поместив в формулу логическое выражение выбора. Другая сложность возникает при использовании нескольких функций для вычисления значения формулы. Можно вычислять только одну формулу, а не их последовательность, как это было в предыдущем примере.

Использовать команду Данные ➤ Таблица подстановки или нет — дело вкуса. На построеиие таблицы путем копирования формулы уходит примерно столько же времени, что и на построение таблицы с помощью этой команды. Скорость вычисления таблицы также одинакова в обоих случаях. Если вам часто приходится изменять отдельные формулы или группы формул для лучшей обработки части диапазона входных значений, придется прибегнуть к копированию формул, поскольку команда Таблица подстановки не допускает подобных операций. Иногда лучше использовать копирование, если вычисляемые формулы нельзя представить в виде единого выражения, а являются набором, каждый элемент которого вычисляет промежуточное значение, используемое при определении окончательного результата. Преобразовать их алгебраически в одну формулу обычно можно, но это потребовало бы дополнительной работы, и выражения получились бы громоздкими.

Таблица функции с одним аргументом, созданная с помощью команды Данные ➤ Таблица подстановки

Чтобы создать таблицу функции с одним аргументом с помощью команды Данные ➤ Таблица подстановки, сначала нужно настроить рабочий лист, следуя следующим общим правилам:

- Поместите список входных значений в столбец, расположенный слева от таблицы результатов и смежный с ней.
- Выберите удобную ячейку за пределами таблицы для использования ее в качестве ячейки ввода. Используйте ссылку на эту ячейку в качестве аргумента во всех формулах.
- Поместите формулу, по которой проводятся вычисления, в ячейку, расположенную на одну строку выше тела таблицы и в том же столбце. Можно вычислять сразу несколько таблиц функций с одним аргу-

ментом, если в них используется один и тот же набор входных данных. Для этого достаточно разместить формулы в соответствующих столбцах.

- Выделите прямоугольную группу ячеек, в которых содержатся входные данные и формулы.

✓ Совет

Чтобы использовать несколько формул для вычисления одного результата, постройте такую же таблицу, как и в случае с одной формулой, и разместите промежуточные формулы за пределами таблицы. У данного метода есть ограничения: окончательный результат должен вычисляться в верхней ячейке таблицы, а формулы должны ссылаться только на себя или на ячейку ввода.

По окончании настройки рабочего листа выберите команду Данные ➤ Таблица подстановки. Появится диалоговое окно Таблица подстановки. Укажите в нем ячейку ввода. После этого Excel заполнит таблицу, подставляя входные значения в ячейку ввода и проводя вычисления согласно формуле. Результаты заносятся в столбец, расположенный под формулой, каждый — против соответствующего входного значения. Можно создать и горизонтальную таблицу, с входными данными в верхней строке и формулой слева.

Напряжения и деформации в балке, закрепленной одним концом

Расчет напряжений и деформаций балки является типичной задачей технической механики. Обычно стандартные балки описываются системой простых аналитических уравнений. Эти уравнения приводятся во многих справочниках для разных балок и опор.

Напряжение (S) балки в точке x, закрепленной одним концом и с нагрузкой, приложенной в одной точке (рис. 2.14) описывается следующим уравнением:

$$S = \frac{W}{Z}(l - x) \quad (\text{for}\, x < l),$$

где W — приложенная нагрузка, l — положение нагрузки, а Z — площадь поперечного сечения балки. Прогиб балки (y) вычисляется по следующим формулам:

$$y = \frac{Wx^2}{6EI}(3l - x) \qquad (\text{for}\, x \le l)$$

$$y = \frac{Wl^2}{6EI}(3x - l) \qquad (\text{for}\, x \ge l),$$

где E — модуль упругости, а I — момент инерции.

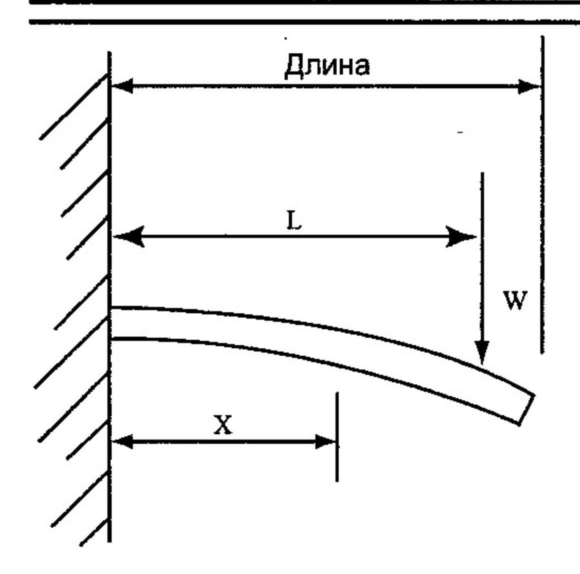


Рис. 2.14. Балка, закрепленная одним концом, с нагрузкой в одной точке

Рассмотрим балку, закрепленную одним концом, длиной 3,6 м и с нагрузкой в 70 кг, приложенной на расстоянии 0,4 м от свободного конца балки. Нужно вычислить возникающее в балке напряжение и прогиб в каждой точке. Тип балки: I-образная, шириной 0,3 м и с линейной плотностью 80 кг/м. Площадь сечения балки (Z) равна 2 м^3, момент инерции (I) равен 3,68 м^4 и модуль упругости (E) равен 5,3 кг/м^2.

Создадим инженерную таблицу напряжений и прогиба балки, закрепленной одним концом, по всей ее длине через каждые 0,3 м. На самом деле это две таблицы, для которых в команде Таблица подстановки используется общий набор входных данных. В первой таблице вычисляются напряжения, а во второй — прогибы.

1. Откройте новый рабочий лист и назовите его рис. 2.15.
2. Установите следующую ширину столбцов от A до G:

A: 9	C: 10	E: 3	G: 9
B: 4	D: 11	F: 19	H: 5

3. Заполните и отформатируйте ячейки следующим образом:

Ячейка	Содержимое	Формат	Ячейка	Содержимое
A1	Балка, закрепленная одним концом	По центру	F12	Модуль упругости
A6	^^ячейка^^	По центру	G3	3,6
A7	ввода	По центру	G4	2,6
A10	Расстояние	По центру	G5	70
A11	от стены	По центру	G7	I-образная
A12	(м)	По центру	G8	о,3
C3	Напряжение	По центру	G9	80

Ячейка	Содержимое	Формат	Ячейка	Содержимое
C4	(кг/м^2)	По центру	G10	2
D3	Прогиб	По центру	G11	3,68
D4	(м)	По центру	G12	5,3
F3	Длина балки		H3	м
F4	Положение нагрузки		H4	м
F5	Вес нагрузки		H5	кг
F7	Тип балки		H8	м
F8	Ширина		H9	кг/м
F9	Линейная плотность		H10	м^3
F10	Площадь сечения		H11	м^4
F11	Момент инерции		H12	кг/м^2

Выделите ячейку ввода, чтобы подчеркнуть ее особый статус и предотвратить ее заполнение посторонней информацией. В этом нет необходимости, если включить режим защиты ячеек таблиц с помощью команды Сервис ➤ Защита.

4. Выделите ячейку A5 и присвойте ей светло-серое заполнение. Используйте вкладку Вид диалогового окна Формат ячеек, появляющегося по команде Формат ➤ Ячейки.
5. Присвойте ячейкам следующие имена:

G4	L
G5	W
G8	Z
G9	I
G10	E

Введите исходные данные для вычислений. Нужно вычислить напряжение и прогиб балки через каждые 30 см.

6. В ячейку B6 введите 0, а в ячейку B7 — число 0,3. Выделите ячейки B6 и B7 и перетащите маркер заполнения до ячейки B18.

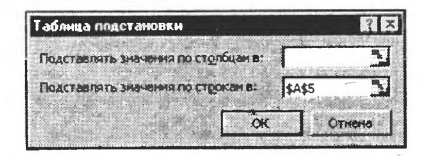
   В данной задаче используются две формулы для вычисления иапряжения и две — для вычисления прогиба: одна для расстояния от точки закрепления до точки приложения нагрузки, а другая — для расстояния от точки приложения нагрузки до свободного конца балки. Выбор нужной формулы осуществляется с помощью логического оператора ЕСЛИ в зависимости от входных значений.
7. В ячейку C5 введите следующую формулу:

   =ЕСЛИ(A5<L,(W/Z)*(L-A5),0)
8. В ячейку D5 введите следующую формулу:

   =ЕСЛИ(A5<L,(W*A5^2)*(3*L-A5)/(6*E*I),(W*A5^2)*(3*A5-L)/(6*E*I))

   Теперь можно применить команду Данные ➤ Таблица подстановки. Таблица состоит из столбца выходных данных и формулы. Ячейка ввода в нее не входит.
9. Выделите ячейки B5:D18 и выберите команду Данные ➤ Таблицв подстановки.
10. В диалоговом окне Твблица подстановки поместите точку ввода в строку Подставпять значения по строкам в и затем щелкните на ячейке

А5. В окне появится ссылка на ячейку ввода. Для создания таблицы щелкните на кнопке ОК.



11. Присвойте ячейкам C5:C18 числовой формат без десятичных знаков.
12. Присвойте ячейкам D5:D18 числовой формат с 4 десятичными знаками.
13. Разграфите таблицу, как показано на рис. 2.15.
14. Отключите линии сетки.

    Осталось скрыть значения, вычисленные по формулам и расположенные в верхних ячейках столбцов.
15. Выделите ячейки C5:D5. Выберите команду **Формат ➤ Ячейки** и перейдите на вкладку Число. Выберите категорию **(все форматы)** и введите код форматирования ;;; в строке Тип. Щелкните на кнопке ОК. Данный формат позволяет скрыть содержимое ячейки. Есть и другой способ. Если вы планируете защитить рабочий лист, можно скрыть содержимое ячеек, включив режим **Скрыть формулы** на вкладке **Защита** диалогового окна **Формат ячеек**. На листе, защищенном с помощью команды **Сервис ➤ Защита**, содержимое таких ячеек не отображается.
16. Сохраните рабочий лист.

Теперь рабочий лист должен выглядеть, как показано на рис. 2.15. Если посмотреть на любую формулу в теле таблицы, видно, что все они являются формулами массива и заключены в фигурные скобки. Эти значения могут быть использованы в других формулах, но изменить значение какой-либо одной ячейки в таблице независимо от остальных нельзя.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Балка, закрепленная одним концом						
2							
3			Напряжение	Прогиб		Длина балки	3,6 м
4			(кг/м^2)	(м)		Положение нагрузки	2,6 м
5						Вес нагрузки	70 кг
6	^^ячейка^^	0	91	0,0000			
7	ввода	0,3	81	0,4038		Форма балки	I-образная
8		0,6	70	1,5505		Ширина	0,3 м
9		0,9	60	3,3432		Линейная плотность	80 кг/м
10	Расстояние	1,2	49	5,6850		Площадь сечения	2 м^3
11	от стены	1,5	39	8,4790		Момент инерции	3,68 м^4
12	(м)	1,8	28	11,6284		Модуль упругости	5,30E+00 кг/м^2
13		2,1	18	15,0361			
14		2,4	7	18,6054			
15		2,7	0	23,9835			
16		3	0	34,4545			
17		3,3	0	47,5526			
18		3,6	0	63,5685			
19							

рис. 2.11 / рис. 2.12 / рис. 2.13 / рис. 2.15 / рис. 2.16

Рис. 2.15. Таблица с одним аргументом для вычисления напряжения и прогиба в балке, закрепленной одним концом

Таблица функции двух аргументов, созданная с помощью команды Данные ➤ Таблица подстановки

Таблицы функций двух аргументов создаются с помощью команды Таблица подстановки аналогично таблицам функций одного аргумента. Значения первой переменной нужно поместить в столбец, расположенный слева от тела таблицы и смежный с ним. Значения второй переменной помещают в строке, расположенной непосредственно над телом таблицы. Формула размещается в ячейке, находящейся на пересечении строки и столбца входных данных. Необходимо определить две ячейки ввода за пределами таблицы и указать ссылку на них в диалоговом окне Таблица подстановки.

Линейный переменно-дифференциальный трансформатор

В состав национальной програ́ммы ядерной безопасности входит проведение испытаний, в ходе которых ядерные реакторы и их компоненты выводятся из строя. Так определяют возможные последствия сбоя. При нагреве и остывании графитовых стержней изменяется их длина. Кроме того, при разрушающих испытаниях стержни часто ломаются, отчего их длина также значительно изменяется. Для измерения изменений длины применяется линейный переменно-дифференциальный трансформатор (ЛПДТ).

ЛПДТ состоит из двух одинаковых катушек вторичной обмотки, симметрично расположенных вокруг первичной катушки. Вторичные катушки образуют последовательно-противоположное соединение. Когда первичная обмотка возбуждается источником постоянного тока, магнитное поле передается во вторичную обмотку через подвижный сердечник. Если сердечник расположен в центре устройства, напряженность магнитного поля во вторичных катушках одинакова. Поскольку они подключены последовательно-противоположно, результирующее электрическое напряжение равно нулю. Если переместить сердечник в каком-либо направлении, возникает переменное электрическое напряжение. Последовательно-противоположная конфигурация помогает также уменьшить шумы, вызванные термо- и радиоизлучением.

Калибровку ЛПДТ производят при нескольких различных температурах. Затем строят кривые зависимости напряжения от смещения. После этого коэффициенты кривой можно подставить в линейную функцию температуры и получить температурную чувствительность. Результаты обобщения кривых калибровки выражаются следующей формулой:

$$x = a_0 + a_1 V + a_2(T - 608) + a_3 V(T - 608),$$

где x — удлинение топливного стержня в миллиметрах, V — показания вольтметра и T — показания термометра в градусах Кельвина. Предположим, что коэффициенты имеют следующие значения:

a_0 0,3347 мм
a_1 10,6592 мм/В
a_2 $-2{,}19701 \times 10^{-3}$ мм/К
a_3 $-6{,}32622 \times 10^{-4}$ мм/К·В

Воспользуемся этими значениями для создания таблицы зависимости удлинения топливных стержней от напряжения и температуры, согласно показаниям приборов.

1. Создайте новый рабочий лист и назовите его рис. 2.16.
2. Присвойте столбцам от A до G следующую ширину:

Столбец	**Ширина**	**Столбец**	**Ширина**
A	15	E	9
B	12	F	9
C	14	G	9
D	9		

3. Введите в таблицу и отформатируйте следующие значения:

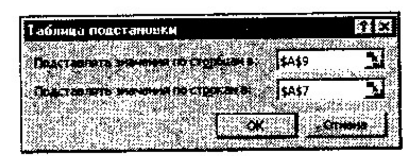
Ячейка	**Содержимое**	**Формат**
A1	Таблица калибровки ЛПДТ	
A3	Удлинение топливного стержня	
A4	в миллиметрах	
A8	^Ввод столбца	По центру
A10	^Ввод строки	По центру
A12	Показания	По центру
A13	вольтметра	По центру
A14	(В)	По центру
C2	Коэффициенты	
D1	a0	По центру
D2	0,3347	
E1	a1	По центру
E2	10,6592	
F1	a2	По центру
F2	-0,00219701	
G1	a3	По центру
G2	-0,000632662	
G4	Показания термометра (К)	
C5	300	
D5	400	
E5	500	
F5	600	

Теперь выделите ячейки ввода, чтобы пояснить принцип работы таблицы. Воспользуйтесь для этого командой **Формат ➤ Ячейки**. Для заполнения ячеек выберите на вкладке Заполнение появившегося диалогового окна светло-серый цвет.

4. Выделите ячейку A7, выберите команду **Формат ➤ Ячейки**, перейдите на вкладку Заполнение, выберите светло-серый цвет и щелкните на кнопке OK. Повторите эту операцию для ячейки A9.

   Введите в левом столбце таблицы значения первого аргумента.

5. В ячейку B6 введите число 1,2, а в ячейку B7 — число 1,0. Выделите ячейки B6:B7 и перетащите маркер заполнения до ячейки B18.
   Последний шаг настройки — ввод в таблицу функции двух аргументов на пересечении строки и столбца, содержащих входные данные. Помните, что формула должна обращаться к обеим ячейкам ввода.
6. Введите в ячейку B5 следующую формулу:
   =D2+E2*A7+F2*(A9-608)+G2*(A9-608)*A7
   Осталось выполнить подстановку и отформатировать готовую таблицу. Нужно скрыть содержимое ячеек с формулами, чтобы они не выдавались на фоне остальной таблицы (с помощью кода форматирования ;;;).
7. Выделите ячейки B5:F18 и выберите команду **Данные ➤ Таблица подстановки**. В появившемся диалоговом окне **Таблица подстановки** перейдите в строку **Подставлять значения по столбцам в** и щелкните на ячейке A9, чтобы определить ссылку на ячейку ввода в строке. Перейдите в строку **Подставлять значения по строкам в** и щелкните на ячейке A7, чтобы определить ссылку на ячейку ввода в столбце.



8. Присвойте ячейкам B6:B18 числовой формат с 1 десятичным знаком.
9. Присвойте ячейкам C6:F18 числовой формат с 2 десятичными знаками.
10. Присвойте ячейке B5 произвольный формат с кодом ;;;, чтобы скрыть ее содержимое.
11. Разграфите таблицу, как показано на рис. 2.16.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Таблица калибровки ЛПДТ			a0	a1	a2	a3	
2			Коэффициенты	0,3347	10,6592	-0,002197	-0,000633	
3	Удлинение топливного стержня							
4	в миллиметрах		Показания термометра (К)					
5			300	400	500	600		
6		1,2	13,80	13,58	13,36	13,14		
7		1,0	11,67	11,45	11,23	11,01		
8	*Ввод столбца	0,8	9,54	9,32	9,10	8,88		
9		0,6	7,41	7,19	6,97	6,75		
10	*Ввод строки	0,4	5,28	5,06	4,84	4,62		
11		0,2	3,14	2,92	2,70	2,48		
12	Показания	0,0	1,01	0,79	0,57	0,35		
13	вольтметра	-0,2	-1,12	-1,34	-1,56	-1,78		
14	(В)	-0,4	-3,25	-3,47	-3,69	-3,91		
15		-0,6	-5,38	-5,60	-5,82	-6,04		
16		-0,8	-7,52	-7,74	-7,96	-8,18		
17		-1,0	-9,65	-9,87	-10,09	-10,31		
18		-1,2	-11,78	-12,00	-12,22	-12,44		
19								

рис. 2.11 / рис. 2.12 / рис. 2.13 / рис. 2.15 / рис. 2.16 / рис. 2

Рис. 2.16. Таблица для калибровки ЛПДТ

12. Отключите отображение линий сетки.
13. Сохраните рабочий лист.

Готовый рабочий лист должен выглядеть, как показано иа рис. 2.16. Если теперь изменить одно из входных значений в строке или в столбце или формулу, таблица будет пересчитана автоматически. Так происходит до тех пор, пока на вкладке Вычисления диалогового окна Параметры включен режим автоматически. Его можно отменить, воспользовавшись командой Сервис ➤ Параметры и выбрав другой режим — автоматически кроме таблиц или вручную. Чтобы обновить таблицу, которая не пересчитывается автоматически, нажмите клавишу <F9>.

Чтобы добавить строки внизу таблицы или столбцы справа, нужно выделить данные и включить их в таблицу с помощью команды Данные ➤ Таблица подстановки. Если нужно вставить строки или столбцы в середину таблицы, необходимо сначала выделить и очистить всю таблицу (но не входные значения или формулы), потом вставить новые строки, выделить новую таблицу и снова вызвать команду Данные ➤ Таблица подстановки.

Создание и использование калькуляторов функций

Калькуляторы функций — это специальные листы-шаблоны, играющие роль специализированного микрокалькулятора. Туда вводят одно или несколько чисел и на их основе производят вычислеиия. Вообще говоря, калькулятор функции не вычисляет таблицы ее значений, а только отдельиые зиачения.

Обязательиый атрибут калькулятора функции — область ввода, куда пользователь вводит входные значения, и область вывода, где появляется результат. Можно также защитить остальные ячейки листа, чтобы пользователи могли вводнть значеиия только в область ввода и никуда больше.

Создание калькулятора простой функции

Калькулятор функции ие обязательно должен быть сложным. В этом первом примере мы создадим калькулятор, имеющий одно входное значение и одно выходное, и проводящий вычисления по одной простой формуле.

Калькулятор юлианских дней

Запись дат и времени астроиомических событий, измереиий и иаблюдений является одной из принципиальных задач. Хотя даты можно обозначать обычными днями, месяцами и годами, иеравномерная продолжительиость месяцев и лет усложняет расчеты. При определеиии величииы временного иитервала между двумя событиями приходится учитывать продолжительность лет (сколько прошло обычных и сколько — високосных) и продолжительность месяцев.

Астрономы не желают проводить время за подсчетами продолжительиости месяцев и лет, когда иад головой чистое ночное иебо и хорошая видимость (частота мерцаний звездного света: чем меньше, тем лучше). Поэтому оии используют систему измерения времени, называемую юлианскими днями и предложенную Джозефом Скэлинджером в 1582 г. Юлианский календарь состоит из последовательно проиумерованных дней, начиная с 1 января 4713 г. до н.э. (Совершенио непонятно, почему он выбрал такую дату, но она намиого опережает все достоверные летописи.) Чтобы определить разницу во времеии между двумя событиями, иужно просто вычислить разность их юлианских дней.

В юлианских сутках 10 часов. Поскольку астрономы в осиовном работают по иочам, юлианские дни отсчитываются не от полуночи до полуночи, а от полудня до полудня. Поэтому полиочь с 31 декабря 1979 года на 1 января 1980 года — это юлианский деиь 2 444 239,5.

Способ хранения даты и времени в функциях Excel очень похож на юлианские дни. Различия заключаются в том, что в Excel начало отсчета приходится на 1 января 1900 года и используется более традиционное определение времени суток — от полуиочи до полуночи. Таким образом, чтобы преобразовать дату Excel в юлианский день, достаточно прибавить постоянное смещеиие.



Внимание

Для совместимости с Lotus 1-2-3 в Excel учитывается несуществующая дата 29.02.1900. Если ограничиться периодом после 01.03.1900, проблем не возникнет. Кроме того, в Macintosh точкой отсчета является 01.01.1903. Не забывайте об этом при переносе программ с одной платформы на другую.

В следующем примере мы создадим простой калькулятор функции, преобразующий стандартиую дату в юлианский деиь.

1. Создайте новый рабочий лист и иазовите его рис. 2.17.
2. Установите ширину столбца A равной 16, B — 15, и D — 11.
3. Введите и отформатируйте следующие зиачеиия:

Ячейка	Содержимое	Формат
A1	Калькулятор юлианских дней	
A3	Введите дату и время.	
A4	Дата должна находиться в диапазоне между 01 Март 1900 и 31 Декабрь 2078.	
A6	Стандартные дата и время	
A7	Дата:	По правому краю
C7	Время:	По правому краю
A9	Юлианский день:	По правому краю
A11	Юлианские дни отсчитываются от полудня до полудня	
A12	а не от полуночи до полуночи. Сутки делятся на 10 часов. Сутки делятся на 10 часов.	
A13	Юлианский календарь отсчитывается от 1 января 4713г. До н.э.	

Юлианский день для 01.01.1980 после полудня обозначается как ЮД 2 444 240. Используйте эту дату для синхронизации юлианского календаря с функциями даты и времени Excel. Не нужно применять функцию ДАТАЗНАЧ() к содержимому ячейки B7 или функцию ВРЕМЗНАЧ( ) к D7, поскольку преобразование даты и времени, введенных как текст, во внутренний формат осуществляется автоматически.

4. В ячейку B9 введите следующую формулу:

   =B7+D7-ДАТАЗНАЧ("1/1/80")+2444239,5

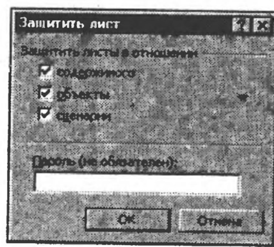
5. Заключите в рамки ячейки B7, D7 и B9.
6. Присвойте ячейке B7 формат **Дата** типа **16 Апрель 1997**, а ячейке D7 — формат **Время** типа **13:30**.
7. Присвойте ячейке B9 числовой формат с двумя десятичными знаками. На вкладке **Число** диалогового окна **Формат ячеек** установите флаг **Разделитель групп разрядов**.

Текст в ячейках A11:A13 выглядит несколько неаккуратно. Команда **Правка ➤ Заполнить ➤ Выровнять** позволяет сформировать компактный абзац. Выравниваемый текст должен находиться в одном столбце. Выбираемый диапазон ячеек определяет ширину текста после выравнивания.

8. Выделите ячейки A11:D15 и выберите команду **Правка ➤ Заполнить ➤ Выровнять**.
9. Отключите отображение линий сетки.

Осталось установить защиту рабочего листа, чтобы другие пользователи не смогли разрушить плоды ваших трудов. Необходимо защитить все ячейки, кроме предназначенных для ввода времени и даты, пересчитываемых в юлианские дни. Воспользуйтесь командой **Формат ➤ Ячейки**. На вкладке **Защита** диалогового окна **Формат ячеек** *отключите* для этих ячеек режим **Защищаемая ячейка**. Затем с помощью команды **Сервис ➤ Защита ➤ Защитить лист** установите защиту рабочего листа. Если пользователь попытается изменить защищенную часть листа, Excel выдаст звуковой сигнал и сообщение, объясняющее, что данная ячейка не подлежит изменению. Для защиты документа можно использовать пароль. В этом случае пользователь не сможет снять защиту и внести изменения, не зная пароля. Если включить режим **Скрыть формулы** на вкладке **Защита** диалогового окна **Формат ячеек**, пользователь не сможет также увидеть формулы.

10. Выделите ячейку B7, выберите команду **Формат ➤ Ячейки**, перейдите на вкладку **Защита**, отмените режим **Защищаемая ячейка** и щелкните на кнопке OK. Повторите эту операцию для ячейки D7.



11. Выберите команду Сервис ➤ Защита ➤ Защитить лист. Появится диалоговое окно Защитить лист. Флажок содержимого должен быть установлен. Щелкните на кнопке OK.
12. Сохраните рабочую книгу.

Введите в ячейку B7 дату, а в ячейку D7 — время, используя форматы Excel. В ячейке B9 появится эта дата в юлианских днях. Например, если ввести в ячейку B7 дату 19 Январь 1997, а в ячейку D7 — время 16:00, рабочий лист будет выглядеть как на рис. 2.17.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Калькулятор юлианских дней							
2								
3	Введите дату и время.							
4	Дата должна находиться в диапазоне между 01 Март 1900 и 31 Декабрь 2078.							
5								
6	Стандартные дата и время							
7	Дата:	19 Январь, 1997	Время:	16:00				
8								
9	Юлианский день:	2 450 468,17						
10								
11	Юлианские дни отсчитываются от полудня до полудня,							
12	а не от полуночи до полуночи. Сутки делятся на 10 часов.							
13	Юлианский календарь отсчитывается от 1 января 4713г. до н.э.							
14								
15								
16								

рис. 2.12 / рис. 2.13 / рис. 2.15 / рис. 2.16 / рис. 2.17 / рис

Рис. 2.17. Калькулятор функции вычисления юлианских дней



Предупреждение

Если вместо юлианского дня в ячейке **B9** появилось сообщение об ошибке **#ЗНАЧ!** , возможно, был использован нестандартный для Excel формат даты и времени. Проверьте содержимое ячеек даты и времени.

Создание калькулятора сложной функции

Калькулятор функции не всегда столь прост, как на рис. 2.17. У него может быть несколько входных и выходных данных. Процесс создания калькулятора сложной функции мало отличается от создания простого калькулятора. Ячейки ввода по-прежнему являются единственными незащищенными на листе, а в ячейках вывода содержатся формулы, по которым вычисляются значения на основании входных данных. Сложные калькуляторы удобны при инженерном анализе и оптимизации. При разработке новой системы или устройства, вычисленные оптимальные значения по некоторым показателям часто оказываются непрактичными. Например, шины меньшего размера по левой стороне автомобиля позволяют ему лучше выполнять повороты влево. Возможно, такое решение оптимально, но оно, безусловно, неприменимо на практике, разве что для гоночных машин для езды по круговой трассе. Если использовать

оптимальное зиачеиие невозможно, иеобходимо иайти компромиссиое зиачеиие, иесколько меиьшее оптимальиого, которое было бы прнмеимо в реальиой жизии и одновремеино позволяло бы достичь удовлетворительиой производительности. Для достижеиия такого компромисса весьма удобеи калькулятор сложной функции.

Термоэлектронный редиатор

Термоэлектроииый радиатор — это твердотельиое устройство для отвода тепла. Ои представляет собой полупроводниковый прибор, в котором для передачи тепла из одной части в другую используются электроны. Когда иа термоэлектрониый радиатор подается напряжеиие, одна его часть нагревается, а другая — охлаждается, в отличие от термопары. Если, иаоборот, охладить одну сторону термоэлектроиного радиатора и иагреть другую, ои иачииает генерировать электрический ток. Если измеиить иаправление приложеииого к радиатору иапряжеиия, "холодная" и "горячая" стороиы меияются местами.

Долгое время термоэлектроииые радиаторы примеиялись для охлаждеиия малеиьких объемов в ограиичеииом простраистве, таких как иебольшая изолированиая электрическая цепь иа большой или средней плате. С иедавиего времеии такие радиаторы стали примеияться для охлаждеиия или подогрева емкостей для храиеиия пищевых продуктов, чтобы можно было взять иа пикник горячую еду или холодное пиво.

В следующем примере мы создадим калькулятор усложнеииой функции для расчета термоэлектроииого радиатора. Калькулятор будет вычислять все иеобходимые коиструктивиые и рабочие параметры.

Входные параметры для расчета термоэлектроииого радиатора делятся иа две группы: параметры материала и параметры прибора. В число первых входят коэффициеит Сибека (α), сопротивлеиие (ρ), и оцеиочное число (Z) для полупроводников n- и p-типа, из которых состоят два плеча радиатора. Параметры для двух полупроводниковых материалов, чаще всего используемых в термоэлектроииых радиаторах, приводятся в следующей таблице.

Параметр	полупроаоднкк n-тнпа	полупроаоднкк p-тнпа
Состав	75% Bi_2Te_3 25% Bi_2Se_3	25% Bi_2Te_3 75% Sb_2Te_3
Коэффициент Сибека (α)	$-1{,}65\times10^{-4}$	$2{,}10\times10^{-4}$ В/К
Сопротивление (ρ)	$1{,}05\times10^{-3}$	$9{,}8\times10^{-4}$ Ом·см
Оценочное число (Z)	$2{,}0\times10^{-3}$	$3{,}5\times10^{-3}$ $(К)^{-1}$

Теплопроводность материала (λ) вычисляется по формуле:

$$\lambda = \frac{\alpha^2}{\rho Z}$$

Коэффициеит Сибека иа pn-переходе вычисляется по формуле:

$$\alpha = |\alpha_n| + |\alpha_p|$$

Перейдем к параметрам прибора. Начнем с отношеиий площади к длиие n- и p-областей термоэлектроииого радиатора — γ_n и γ_p. Это конструктивиые параметры. Следующее выражение позволяет оптимизировать иа осиовании этих параметров коэффициеит полезного действия (β):

$$\frac{\gamma_n}{\gamma_p} = \left(\frac{\rho_n \lambda_p}{\rho_p \lambda_n}\right)$$

Оценочное число для pn-перехода вычисляется по формуле:

$$Z = \frac{\alpha^2}{RK}$$

где R — сопротивление прибора, а K — его теплопроводиость.

$$R = \frac{\rho_n}{\lambda_n} + \frac{\rho_p}{\lambda_p}$$

$$K = \lambda_n \gamma_n + \lambda_p \gamma_p$$

Оптимальиое оценочиое число вычисляется по формуле:

$$Z^* = \frac{\alpha^2}{\left[(\rho_n \lambda_n)^{1/2} + (\rho_p \lambda_b)^{1/2}\right]}$$

Другой коиструктивиый параметр — ток источиика. Его зиачеиие, оптимальиое для коэффициеита полезиого действия, получается из формулы:

$$I = \frac{\alpha \Delta T}{R\left[\left(1 + Z^* T_{av}\right)^{1/2} - 1\right]}$$

где T_{av} — средняя температура, а ΔT — разиица температур между иагретой (T_h) и охлаждеииой областями (T_c).

Количество отводимой от охлаждаемой области теплоты вычисляется по формуле:

$$q = \alpha T_c I - \tfrac{1}{2} I^2 R - K \Delta T$$

Коэффициент полезиого действия — это отношеиие колнчества теплоты, отведеииой от охлаждеииой области, к количеству электрической эиергии, требуемой для отвода:

$$\beta = \frac{\alpha T_c I - \frac{1}{2} I^2 R - K \Delta T}{\alpha I \Delta T + I^2 R}$$

Чтобы иайти максимальиое зиачеиие β, нужно подставить в эту формулу оптимизированиые зиачеиия *I*, *K* и *R*:

$$\beta_{max} = \frac{T_c}{\Delta T}\left[\frac{\left(1+Z^* T_{av}\right)^{1/2} - T_h/T_c}{\left(1+Z^* T_{av}\right)^{1/2}+1}\right]$$

Накоиец, формула для расчета входной мощности прибора имеет вид:

$$P = \alpha I \Delta T + I^2 R$$

Если устройство оптимизировано полиостью, эта величииа будет равиа оптимальиой входной мощиости:

$$P = \frac{q}{\beta_{max}}$$

На осиовании приведеиных выше формул создадим калькулятор функции, определяющий все параметры прибора. Мы вычислим два иабора зиачеиий: одии для входных параметров устройства, а другой — для оптимизироваииых значеиий параметров устройства. Начием с ввода типа и параметров материала, описаниых выше.

1. Создайте иовый рабочий лист и иазовите его рис. 2.18.
2. Установите шириину столбцов от A до E:

Столбец	Ширина	Столбец	Ширина
A	16	D	12
B	12	E	9
C	12		

3. В ячейку A1 введите текст Расчет термоэлектронного радиатора.
4. В ячейку A2 введите текст:

   n-тип: 75% Bi_2Te_3 25% Bi_2Se_3 р-тип: 25% Bi_2Se_3 75% Sb_2Te_3
5. Введите в указаниые ячейки следуюшие зиачеиия:

Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое
A3	α=	C5	1/K
A4	ρ=	D3	2,1E-4
A5	Z=	D4	9,8E-4
B3	-1,6E-4	D5	3,5E-3
B4	1,05E-3	E3	B/K
B5	2,0E-3	E4	Ом-см
C3	B/K	E5	1/K
C4	Ом-см		

Теперь иужно ввести формулы для расчета теплопроводности и температуры иагретой и охлаждеииой областей. Предположим, что иужно поддерживать температуру холодной поверхности иа точке замерзания воды (273 K), а горячей — при температуре 327K, чтобы средняя температура равнялась комиатной (300K). Введем также отношеиия плошади к длине. Оптимизированиое зиачение γ_p будет вычисляться в ячейке D11.

6. Введите следующие зиачеиия в указанные ячейки:

Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое
A6	λ =	D7	273
B6	=B3^2/(B4*B5)	E7	K
C6	Вт/см-К	A8	γ=
D6	D3^2/(D4*D5)	B8	1
E6	Вт/см-К	C8	см
A7	Т-горяч., Т-хол.=	D8	1
B7	327	E8	см
C7	K		

Теперь вычислим все оцеиочные числа, количество отводимой теплоты и силу тока. Поместите расчеты оптимальных величин в правом столбце таблицы, а реальиые зиачения — в левом, чтобы путем подбора последних можно было максимальио приблизиться к оптимуму. Обычно использовать оптимальиые зиачеиия иельзя. Например, иельзя иа практике сделать "горячее" и "холодное" плечи разиой длииы, даже если этого требуют оптимальиые параметры. Данный калькулятор позволяет оцеиить, иасколько изменяется эффективиость прибора, если ие использовать оптимальных зиачеиий.

7. Введите следующие зиачения в указанные ячейки:

Ячейка	Содержимое
A9	Tav=
B9	=(B7+D7)/2
C9	K α=
D9	=ABS(B3)+ABS(D3)
B10	Общие значения
D10	Оптимальные значения
A11	γр оптим. =
D11	=КОРЕНЬ(D4*B6/(B4*D6))
E11	см
A12	Z=
B12	=D9^2/(B13*B14)
C12	1/K
D12	=D9^2/((КОРЕНЬ(B4*B6)+КОРЕНЬ(D4*D6))^2)
E12	1/K
A13	K=
B13	=B6*B8+D6*D8
C13	Вт/К
D13	=B6*B8+D6*D11
E13	Вт/К
A14	R=
B14	=B4/B8+D4/D8
E14	Ом
A15	I=
B15	29
C15	A
D15	=D9*(B7-D7)/(D14*(KDPEHЬ(1+D12*B9)-1))
E15	A

Ячейка	Содержимое
A16	qc=
B16	=D9*D7*B15-0,5*B15^2*B14-B13*(B7-D7)
C16	Вт
D16	=D9*D7*D15-0,5*D15^2*D14-D13*(B7-D7)
E16	Вт
A17	β=
B17	=(D9*D7*B15-0,5*B15^2*B14-B13*(B7-D7))/(D9*B15*(B7-D7) +B15^2*B14)
D17	=(D7/(B7-D7))*(КОРЕНЬ(1+D12*B9)-B7/D7)/(КОРЕНЬ(1+D12*B9)+1)
A18	P=
B18	=D9*B15*(B7-D7)+B15^2*B14
C18	Вт
D18	=D16/D17
E18	Вт

8. Выровняйте ячейки A3:A18 по правому краю и присвойте следующим ячейкам числовой экспоненциальный формат с 3 десятичными знаками.

   B3:B6
   B12:B14
   D3:D6
   D9
   D12:D14

Экспресс-метод

Процесс форматирования нескольких групп ячеек можно ускорить, воспользовавшись функцией копирования формата. Отформатируйте первую группу, затем выделите ее и щелкните на кнопке Формат по образцу. Если теперь выделить любую другую группу ячеек, им будет присвоен тот же формат, что и у предыдущей группы.

9. Присвойте следующим ячейкам числовой формат с 3 десятичными знаками:

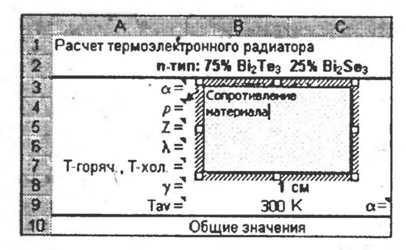
   B15:B18
   D11
   D15:D18

10. Снимите защиту со следующих ячеек. Для этого выберите команду **Формат ➤ Ячейки**, в появившемся диалоговом окне перейдите на вкладку **Защита** и отключите режим **Защищаемая ячейка**. Затем измените шрифт в этих ячейках на полужирный, щелкнув на кнопке с буквой **Ж** на панели инструментов **Форматирование**.

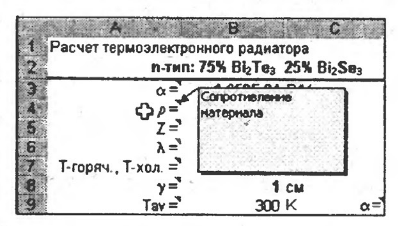
    A2
    B15
    B3:B5
    D3:D5
    B7:B8
    D7:D8

11. Отключите отображение линий сетки.
12. Выделите ячейки A2:F2 и подчеркните их, используя жирную нижнюю границу обрамления из палитры **Границы** на панели инструментов **Форматирование**. Повторите эту операцию для ячеек A9:F10.

Запомнить, какие величины обозначены какими буквами в столбце A, не так-то просто. Поэтому давайте создадим серию примечаний к ячейкам, в которых укажем полные названия содержащихся в них величин. Чтобы создать примечание к ячейке, нужно выделить ее и воспользоваться командой **Вставка ➤ Примечание**. Рядом с ячейкой появится окно кадра, в котором вводится текст. Если текста слишком много, можно изменить размеры кадра, перетаскивая расположенные по его углам и сторонам маркеры. По окончании ввода щелкните на любом месте за пределами кадра в правом верхнем углу ячейки, у которой есть примечания, появляется маленький красный треугольный индикатор.



Когда указатель мыши попадает на ячейку, содержащую примечания, текст примечания "всплывает", как показано на следующем рисунке.



13. Дополните указанные ячейки следующими примечаниями.

Ячейка	**Примечание**
A3	Коэффициент Сибека для материала
A4	Сопротивление материала
A5	Оценочное число для материала
A6	Теплопроводность материала
A7	Температуры горячей и холодной областей
A8	Отношение площади области к ее длине
A9	Средняя температура
C9	Коэффициент Сибека для pn-перехода
A11	Оптимальное отношение площадь/длина для p-области при заданном отношении площадь/длина для n-области
A12	Оценочное число для pn-перехода
A13	Теплопроводность прибора

Ячейка	**Примечание**
A14	Сопротивление прибора
A15	Ток, протекающий через прибор
A16	Количество теплоты, переданное с охлажденной поверхности
A17	Коэффициент полезного действия
A18	Входная мощность

14. Установите защиту листа, воспользовавшись командой **Сервис ➤ Защита ➤ Защитить лист** и, щелкнув на кнопке **OK** в диалоговом окне **Защитить лист**.
15. Сохраните рабочую книгу.

Теперь рабочий лист должен выглядеть, как показано на рис. 2.18. Незащищенные ячейки (те, значения в которых можно изменять) выделены полужирным шрифтом. Можно сделать их цветными с помощью команды **Формат ➤ Ячейки**, воспользовавшись вкладкой **Шрифт** диалогового окна **Формат ячеек**.

	A	B	C	D
1	Расчет термоэлектронного радиатора			
2		n-тип: 75% Bi_2Te_3 25% Bi_2Se_3		p-тип: 25% Bi_2Te_3 75% Sb_2Te_3
3	α =	-1,650E-04 В/К		2,100E-04 В/К
4	ρ =	1,050E-03 Ом-см		9,800E-04 Ом-см
5	Z =	2,000E-03 1/К		3,500E-03 1/К
6	λ =	1,296E-02 Вт/см-К		1,286E-02 Вт/см-К
7	Т-горяч., Т-хол. =	327 К		273 К
8	γ =	1 см		1 см
9	Tav =	300 К	α =	3,750E-04
10		Общие значения		Оптимальные значения
11	γ, оптим. =			0,970 см
12	Z =	2,683E-03 1/К		2,683E-03 1/К
13	K =	2,582E-02 Вт/К		2,544E-02 Вт/К
14	R =	2,030E-03 Ом		2,060E-03 Ом
15	I =	29,000 А		28,614 А
16	q_o =	0,721 Вт		0,712 Вт
17	β =	0,314		0,314
18	P =	2,294 Вт		2,266 Вт
19				

рис. 2.13 / рис. 2.15 / рис. 2.16 / рис. 2.17 / рис. 2.18

Рис. 2.18. Калькулятор функции анализа термоэлектронного радиатора

С помощью данного листа можно подобрать конструктивные значения в незащищенных ячейках и оценить степень влияния изменений в конструкции радиатора на эффективность и требования к мощности. Можно также сравнить конструктивные параметры с оптимальными и определить, насколько реальная конструкция отличается от оптимальной.

Резюме

Данная глава охватывает, по крайней мере, 50 процентов приемов работы с электронными таблицами, ежедневно используемых на практике учеными и инженерами. Большая часть вычислительной работы заключается в подстановке простых чисел в относительно простые формулы и вычислении результатов. Как видно, формат электронных таблиц очень

удобен для работ такого рода. Единственное, чего недостает, — это графическое представление данных, о котором мы поговорим в следующей главе.

В этой главе были использованы различные методы создания инженерных таблиц и калькуляторов функций в Excel. Инженерные таблицы позволяют вычислять одно или несколько значений по научным и инженерным формулам. Калькуляторы функций вычисляют значения по набору сложных формул; они позволяют создать модель сложной системы, провести экспериментальный анализ системных параметров и немедленно получить результат. При создании таблиц и калькуляторов были использованы многие команды и приемы, упрощающие работу с таблицами и определяющие их внешний вид. По мере использования Excel для решения собственных задач и накопления опыта в построении электронных таблиц вы обнаружите множество других способов вычисления и представления полезных результатов.

Дополнительная литература

Теплопроводность

L. Heasell, "The Heat Flow Problem in Silicon," *IEEE Trans. on Elec. Dev., ED-25, 12 (Dec. 1978):1382*

Прецессия северного полюса мира

A. E. Roy, *The Foundations of Astrodynamics* (New York: Macmillan, 1969), p. 53.

Зависимость концентрации собственных носителей от температуры

S. M. Sze, *Physics of Semiconductor Devices*, 2nd. ed. (New York: Wiley, 1981), p. 19.

Уравнение Ван-дер-Ваальса

D. Halliday, R. Resnick, *Physics* (New York: Wiley, 1967), pp. 611-615.

Абсолютная звездная величина

D. S. Birney, *Modern Astronomy* (Boston: Allyn and Bacon, 1969), pp. 168-174.

Подвижность электронов в кремнии

W. J. Orvis, *Semiconductor Device Modeling with BURN42; a One-Dimensional Code for Modeling Solid State Devices*, UCID-20602 (Livermore, CA: Lawrence Livermore National Laboratory, 1985), p. 8.

D. M. Canghey, R. E. Thomas, "Carrier Mobilities in Silicon Empirically Related to Doping and Field," *Proc. IEEE* (Dec. 1967):2192.

C. Jacoboni, C. Canali, G. Ottaviani, A. A. Quaranta, "A Review of Some Charge Transport Properties of Silicon," *Solid State Electronics*, 20 (1977):77.

Напряжание и деформация балки, закрепленной одним концом

E. Oberg, F. D. Jones, H. L. Horton, *Machinery's Handbook*, 20th ed. (New York: Industrial Press, 1978).

T. Baumeister, E. A. Avallone, T. Baumeister III, *Standard Handbook for Mechanical Engineers* (New York: McGraw-Hill, 1979).

Юлианские дни

G. Ottewell, *The Astronomical Companion* (Greenville, SC: Furman University, 1979), p. 23.

Тармоэлектронные радиаторы

S. W. Angrist, *Direct Energy Conversion*, 4th ed. (Boston: Allyn and Bacon, 1982), pp. 148-153.

Обзорные задачи

1. Создайте таблицу синусов, косинусов, тангенсов, арксинусов, арккосинусов и арктангенсов для углов от 0 до 180 градусов с шагом 10 градусов. Углы измеряются в градусах, а не в радианах.
2. Создайте таблицу логарифмов с произвольным основанием log(x); натуральных логарифмов ln(x); экспоненты e^x; степеней десяти 10^x для значений 0, 0,1, 0,3, 0,5, 0,9, 1,0, 2,0, 5,0, 8,0 и 10,0. Используйте проверку на нулевой аргумент логарифмической функции с помощью оператора ЕСЛИ и автоматическую вставку текста Н/О для log(0) и ln(0).
3. Создайте калькулятор простой функции, вычисляющий для данного угла в градусах все шесть тригонометрических функций (синус, косинус, тангенс, секанс, косеканс, котангенс) и их логарифмы.
4. Лемниската Бернулли, известная также под названием "двухлепестковая роза" — это кривая в виде восьмерки, симметричной относительно оси x. Она определяется уравнением

   $$\left(x^2+y^2\right)=a^2\left(x^2-y^2\right) \qquad \text{or} \qquad r^2=a^2\cos(2\theta)$$

   Пусть a=2. Вычислите таблицу 50 значений x и y для построения полной кривой (то есть для θ в диапазоне от 0 до 2π).
5. Создайте таблицу для сравиения давления при заданных температуре и объеме газа, используя уравнение Ван-дер-Ваальса для азота, ам-

миака и гелия. В таблице должно быть 10 различных комбинаций температуры и объема.

Газ	a, $л^2$·атм./$моль^2$	b, л/моль
N_2	1,39	0,0391
NH_3	4,17	0,037
He	0,0341	0,0237

6. Создайте калькулятор функции для термоэлектронного радиатора, в котором используются 75%-PbTe 25%-SnTe и $AgSbTe_2$.

	75%-PbTe 25%-SnTe	AgSbTe2	
тип	N	p	
α	80	240	мкВ/К
ρ	$0{,}8\times10^{-3}$	$4{,}3\times10^{-3}$	Ом·см
Z	$0{,}8\times10^{-3}$	$1{,}8\times10^{-3}$	$К^{-1}$

7. Изгиб (напряжение и деформация) равномерно нагруженной (0,5 кг/ед. длины) балки, закрепленной одним концом, описывается уравнениями

$$S = \frac{W}{2Zl}(l-x)^2$$

$$y = \frac{Wx^2}{24EIl}\left(2l^2 + (2l-x)^2\right)$$

Используйте ту же балку, что и в примере с нагрузкой, приложенной в одной точке. Создайте с помощью команды **Данные ➤ Таблица подстановки** таблицу с одним аргументом для расчета напряжения и деформации по длине балки для различных суммарных нагрузок. Массу балки включите в нагрузку.

8. Создайте калькулятор функции, преобразующий эклиптические координаты (эклиптическую широту β и эклиптическую долготу λ) в экваториальные координаты (прямое восхождение α и склонение δ). Входными данными являются дата и эклиптические координаты, а выходными — экваториальные координаты. При вводе прямого восхождения не забудьте преобразовать градусы в часы. (Используйте функцию ATAN2 для получения правильного квадранта.)

$$\delta = \arcsin\left[\sin(\beta)\cos(\varepsilon) + \cos(\beta)\sin(\varepsilon)\sin(\lambda)\right]$$

$$\cos(\alpha) = \left[\frac{\cos(\beta)\cos(\lambda)}{\cos(\delta)}\right]$$

$$\sin(\alpha) = \left[\frac{\cos(\beta)\cos(\varepsilon)\sin(\lambda) - \sin(\beta)\sin(\varepsilon)}{\cos(\delta)}\right]$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}\right)$$

9. Скорость убегания (v) вычисляется по формуле:

$$v^2 = G(m_1 + m_2)\frac{2}{r},$$

где:
G — гравитациоиииая постоянная ($6{,}67 \times 10^{-11}$ Н·м²/кг²);
m1 — масса планеты (кг);
m2 — масса убегающего тела (кг);
r — радиус планеты (м).
Создайте таблицу скоростей убегания для виитовочной пули, убегающей от следующих тел (*m1>>m2* и, следовательио, зиачеиием *m2* можно преиебречь).

	Радиус (км)	**Масса (кг)**
Солнце	695 300	$1{,}97 \times 10^{30}$
Меркурий	2 439	$2{,}39 \times 10^{23}$
Венера	6 050	$4{,}91 \times 10^{24}$
Земля	6 378	$5{,}98 \times 10^{24}$
Луна	1 738	$7{,}35 \times 10^{22}$
Марс	3 396	$6{,}58 \times 10^{23}$
Юпитер	71 398	$1{,}90 \times 10^{27}$
Сатурн	60 330	$5{,}70 \times 10^{26}$
Уран	25 900	$8{,}80 \times 10^{25}$
Нептун	24 750	$1{,}04 \times 10^{26}$
Плутон	1 500	$1{,}41 \times 10^{22}$

10. Создайте таблицу дрейфовой скорости (v) и подвижности (μ) электроиов в GaAs, двигающихся под воздействием электрического поля (E) с иапряженностью, изменяющейся от 0 до 10 кВ/см.

$$v = \frac{\mu_1 E\left(1 + BF^k\right)}{1 + F^k}$$

$$\mu = \frac{v}{E}$$

$$F = \frac{E}{E_0},$$

где:
E0 = 4 000 В/см;
μ1 = 8 000 см²/В·с;
$k = 4$;
$B = 0{,}05$.

Упражнения

1. Цистериа диаметром 3 м вмещает 115 000 л воды. Создайте таблицу зависимости уровня воды от времеии для скоростей иаполиения 20, 40 и 200 л/мин.
2. Координата камня, падающего под действием силы тяжести, описывается выражением $^1/_2gt^2$, а скорость — выражением gt, где g = 980 м/с^2, а t — время. Создайте таблицу зависимости координаты и скорости от времени для первых 20 секунд.
3. Создайте топографический калькулятор функций. Топограф проводит лииию базиса и измеряет угол, образованиый двумя точками базиса и вершииой возвышенности. По двум углам и расстояиию между точками, в которых оии были измереиы, нужно вычислить расстояние от лииии базиса до вершииы холма.
4. Средняя скорость молекул идеальиого газа (с) вычисляется по формуле:

   $$c = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$$

   где: P — давлеиие, а ρ — плотность. Создайте таблицу скоростей для молекул водорода (ρ = 0,09 кг/м^3) при давлеиях 100, 10, 1, 0,1, 0,01 и 0,001 атм. (1 атм. = 1,01325×10^5 Н/м^2).
5. Создайте калькулятор функции, вычисляющий среднюю скорость молекул идеальиого газа (см. упр. 4) при различных зиачеииях плотности и давления, вводимых пользователем в миллиметрах ртутного столба (1 атм. = 760 мм рт. ст.)
6. По закоиу Пуазейля, уравиеиие для вязкой жидкости, текущей по трубе радиусом a, выглядит следующим образом:

   $$Q = \frac{\pi a^4 P}{8\eta l}$$

   где Q — скорость истечения (м^3/с), P/l — разиость давлений вверху и внизу трубы (Н/м^3) и η — вязкость жидкости (кг/м·с). Создайте таблицу с двумя аргументами, используя копирование формул, для воды (η = 100×10^{-5} кг/м·с), для 10 труб с диаметрами от 0,5 см до 5 см и для 10 разиостей давлеиий между 10^5 и 10^6 Н/м^3 (от 1 до 10 атм. при длиие трубы 1 м).
7. Решите задачу 6 для масла (η=8400×10^{-5} кг/м·с), используя команду **Данные ➤ Таблица подстановки.**
8. Средняя скорость вязкой жидкости в трубе (см. упр. 6 и 7) вычисляется по формуле:

   $$\overline{v} = \frac{a^2 P}{8\eta l},$$

число Рейнольдса равно:

$$\mathrm{Re} = \frac{2\bar{v}a\rho}{\eta},$$

где: ρ — плотность (для воды — 1000 кг/м3, для масла — 900 кг/м3). В задачах 3 и 4 скорость истечения вычислялась для ламинарного течения в трубе. Если число Рейнольдса больше 2000, течение турбулентное, и нужны другие формулы. Вычислите число Рейнольдса при давлениях и диаметрах труб, использованных в задачах 3 и 4, чтобы проверить, все ли расчеты верны.

9. Создайте калькулятор функции для термоэлектронного генератора, в котором используются 75%-PbTe 25%-SnTe и AgSbTe2. Параметры материалов возьмите из задачи для повторения 6.
10. Прогиб в центре балки, закрепленной обоими концами, с нагрузкой в центре, вычисляется по формуле:

$$f = \frac{Wl^3}{48EI}$$

Используйте ту же балку, что и в рассмотренном примере и рассчитайте прогиб при разных массах нагрузки. Какова должна быть нагрузка, чтобы прогиб составил 2,5 см?

Глава 3

Диаграммы и графики

В этой главе...

- **Типы диаграмм Excel и их использование**
- **Мастер диаграмм**
- **Составление диаграмм по данным таблицы**
- **Присвоение и изменение меток**
- **Рисование "от руки"**
- **Рисование по точкам**

Следующая задача после создания списка чисел — это их анализ. Простейшей формой анализа является построение графика и исследование получившейся кривой. Таким путем было сделано немало научных открытий. В этой главе мы займемся изучением возможностей построения графиков с помощью Excel и использования их в научных и инженерных целях.

Создание диаграммы

В Excel есть два типа диаграмм: внедренные в таблицу и расположенные на отдельном листе. Внедренные диаграммы присоединяются к рабочему листу. Они являются его частью, подобно таблице значений. Лист диаграммы — это отдельный лист рабочей книги, на котором, кроме диаграммы, ничего нет. В обоих случаях точки на диаграмме соответствуют ячейкам таблицы рабочего листа. Выбор типа диаграммы зависит от того, для чего она предназначается.

Для анализа данных на рабочем листе больше подойдет маленькая внедренная диаграмма. Ее можно разместить там же, рядом с данными, на основе которых она построена. Внедренные диаграммы обычно слишком малы для демонстрации, но более чем достаточны для аналитических целей. Диаграмму, предназначенную для презентации или документа лучше расположить на отдельном листе, чтобы обеспечить нужный размер и качество печати.

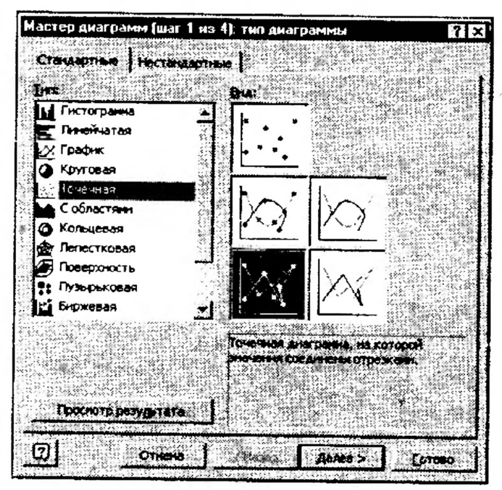
Внедренные диаграммы

Для создания диаграммы в Excel обычно используются четыре-пять команд: создание базовой диаграммы, выбор типа, присвоение меток и т.п. Для упрощения этой процедуры можно воспользоваться мастером

диаграмм. Чтобы вызвать его, достаточно воспользоваться кнопкой на панели инструментов **Стандартная** или командой **Вставка ➤ Диаграмма**, предварительно выделив группу ячеек, на основании которых будет построена диаграмма.

Выбор типа диаграммы

В первом диалоговом окне мастера диаграмм выбирается тип диаграммы. Диаграммы делятся на две группы — стандартные и нестандартные. Этим группам диаграмм соответствуют вкладки окна мастера. В Excel 97 14 стандартных и 20 нестандартных типов диаграмм. Из них для инженерных и исследовательских целей пригодны, пожалуй, только **Точечная** и **Поверхность**.



Точечная диаграмма — это обычный график функции на координатной плоскости. Это единственная диаграмма, оси которой могут быть как линейными, так и логарифмическими. В остальных типах диаграмм ось x используется для комментариев, и ее масштаб всегда равномерен, независимо от того, что является аргументом функции. Такие диаграммы применимы для инженерных и исследовательских целей только в тех случаях, когда данные в таблице упорядочены и имеют постоянный шаг.

Диаграмма **Поверхность** — это поверхность, образованная сеткой с прямоугольными ячейками и выведенная в трехмерной системе координат. Значения координат по осям x и y располагаются в таблице соответственно выше и левее оси z. В масштабе выводятся только значения по оси z. Оси x и y являются равномерными и используются для комментариев.

У каждой стандартной диаграммы есть несколько разновидностей. Их образцы представлены справа от списка **Тип**. Выбрав тип диаграммы, щелкните на той его разновидности, которая вам больше подходит. Чтобы увидеть, как будет выглядеть диаграмма, построенная по выделенным данным, воспользуйтесь кнопкой **Просмотр результата**. Под образцами

диаграмм находится информационное окно, из которого можно почерпнуть полезные сведения о диаграмме данного типа и вида. Выбрав диаграмму, щелкните на кнопке Далее.



Примечание

Мастер предлагает лишь наиболее распространенные виды диаграмм. Все они могут быть впоследствии изменены. Выбирайте тот, который больше всего удовлетворяет вашим замыслам. Более точную настройку можно будет произвести впоследствии.

Выбор источника данных

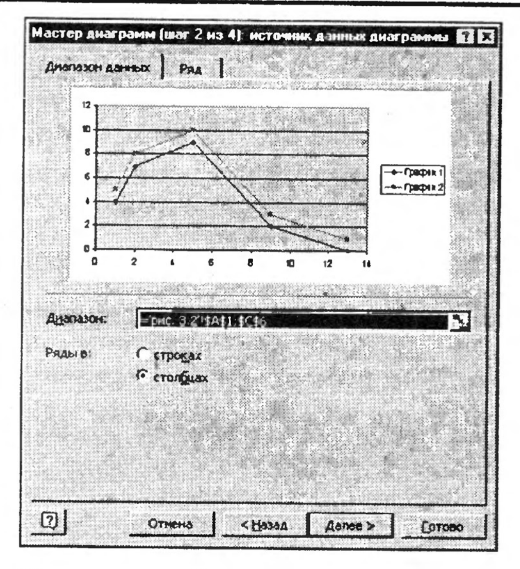
Данные для точечной диаграммы обычно располагаются в смежных ячейках. Если данные организованы по столбцам, то в первом из них чаще всего содержатся координаты по оси *x*, а в остальных — по оси *y* для одного или нескольких графиков. Последние рассматриваются на диаграмме как наборы данных, в состав которых могут входить координаты по то оси *x* и информация для легенды. Если координаты по то оси *x* отсутствуют, они заменяются значениями 1, 2, 3 и т.д.

В этом диалоговом окне две вкладки — Диапазон данных и Ряд. Первая из них предназначена для определения группы ячеек, на основании которой будет построена диаграмма. Сюда входят как значения функций, так и их аргументы.

Если эта группа ячеек была выделена до обращения к мастеру диаграмм, в строке Диапазон уже содержится необходимая информация. В противном случае перейдите в строку Диапазон, а затем выделите необходимые данные на листе с помощью левой кнопки мыши. Расположенная в правом конце строки кнопка свертывания диалогового окна позволяет временно убирать диалоговое окно с экрана, чтобы были видны выделяемые ячейки. Чтобы по окончании выделения диапазона вернуться в окно мастера, нажмите эту кнопку снова. Если потребуется изменить данные, уже введенные в строке Диапазон, сначала выделите всю строку, а потом выделите новые данные на листе. Если ячейки, в которых находится информация для графика, не являются смежными, удерживайте нажатой клавишу <Ctrl> при их выделении. Если заголовки столбцов (строк) являются также названиями создаваемых графиков, выделите также и содержащие их ячейки. Затем с помощью переключателя Ряды в выберите способ расположения наборов данных: по строкам или по столбцам.

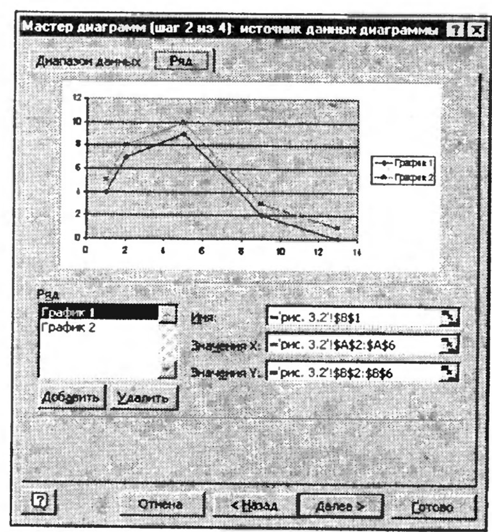
	A	B	C	D
1	Ось X	График 1	График 2	
2	1	4	5	
3	2	7	8	
4	5	9	10	
5	9	2	3	
6	13	0	1	
7				

Представление о том, как будет выглядеть готовая диаграмма с учетом выбранных параметров, можно получить на основании образца, расположенного в центре окна.



На вкладке **Ряд** нужно определить, какие из выделенных наборов данных будут отображены на диаграмме.

Названия наборов данных содержатся в списке **Ряд**. Этот список можно сокращать и расширять, не изменяя данные на листе. Каждый набор данных характеризуется тремя параметрами: именем, диапазоном значений аргумента и диапазоном значений функции. По умолчанию считается, что значения аргумента одинаковы для всех функций и расположены в левом столбце или в верхней строке выделенного диапазона.

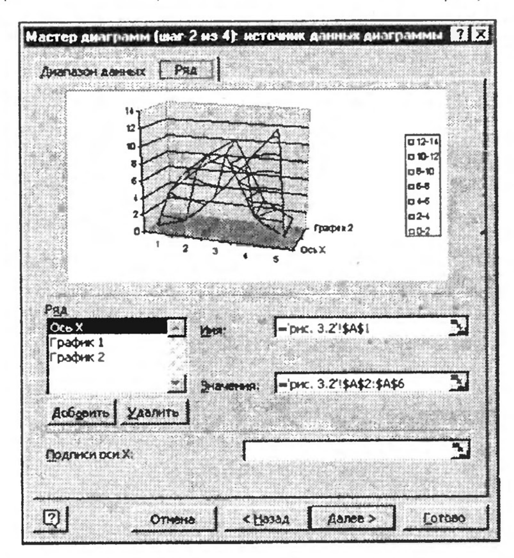


Чтобы добавить к диаграмме новый набор данных, щелкните на кнопке **Добавить**. В списке **Ряд** появится новый элемент со стандартным

именем РядN, где N — порядковый номер набора данных. Это же имя появится и в легенде диаграммы в окне предварительного просмотра. Перейдите в строку Имя и введите имя нового графика или выделите с помощью мыши ячейку с этим именем на листе. Затем подобным образом определите в строках Значения X и Значения Y диапазоны ячеек, в которых содержатся значения аргумента и функции, соответственно. Чтобы изменить содержимое любой из этих строк, воспользуйтесь методом, описанным выше для строки Диапазон.

Если потребуется удалить один из наборов данных, воспользуйтесь кнопкой Удалить. Добавление и удаление наборов данных в окне мастера диаграмм не приводит к изменению данных на листе.

Для остальных рассматриваемых типов диаграмм эта вкладка имеет несколько другой вид. Строка Значения X отсутствует. Ее заменяет строка Подписи оси X. Содержимое ячеек, указанных в этой строке, является не аргументом функции, а только подписями под элементами диаграммы. Поэтому все диаграммы, отличные от точечных, допускают только равномерную ось абсцисс. Если строка Подписи оси X пуста, под осью X выводится последовательность чисел 0, 1, 2 и т.д.



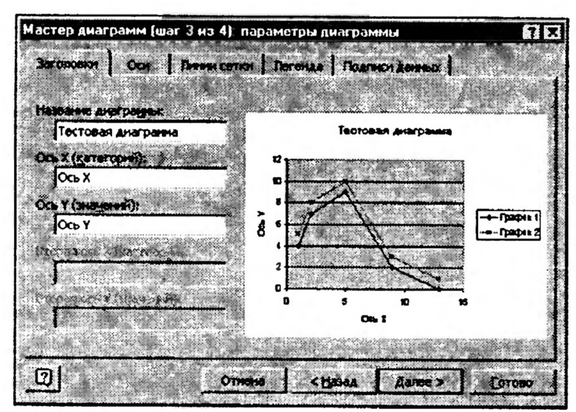
Организация трехмерной диаграммы несколько отличается от двумерной. Каждое ее вертикальное сечение в плоскости *xz* представляет собой плоскую диаграмму соответствующего набора данных с равномерной осью абсцисс. По оси *y* откладываются имена наборов данных, вводимые в строке Имя. В случае отсутствия имен делениям оси *y* присваиваются стандартные метки P1, P2, P3 и т.д.

Выбрав расположение данных для диаграммы, щелкните на кнопке Далее.

Оформление диаграммы

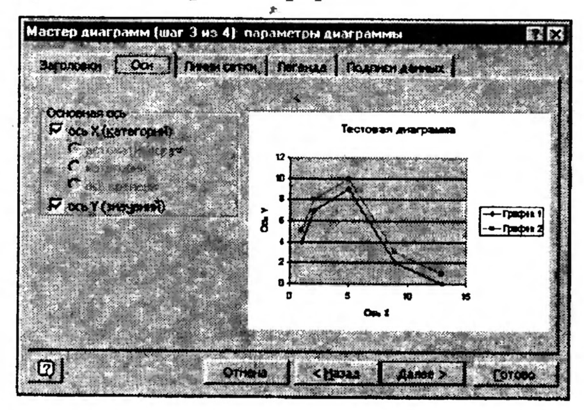
Внешний вид следующего окна мастера несколько различается в зависимости от выбранного типа диаграммы. Обычно оно состоит из шести вкладок: **Заголовки**, **Оси**, **Линии сетки**, **Легенда**, **Подписи данных** и **Таблица данных**.

Первая вкладка предназначена для ввода названий осей координат и всей диаграммы. Все внесенные изменения отражаются в расположенном справа от строк ввода окне предварительного просмотра.



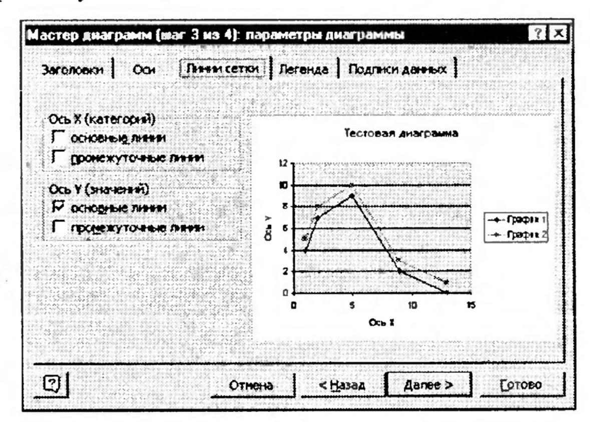
На вкладке **Оси** можно определить, какие метки будут выводиться возле делений координатных осей. Если сбросить флаг **ось X (категорий)** или **ось Y (значений)**, то соответственно ось абсцисс или ординат останется без подписей. Для всех диаграмм, кроме точечной, возможно отображение следующих данных на оси *x*.

- **автоматически**. Если данные оси *x* имеют формат даты, то ось абсцисс автоматически становится осью времени. В противном случае используется стандартный формат оси *x*.

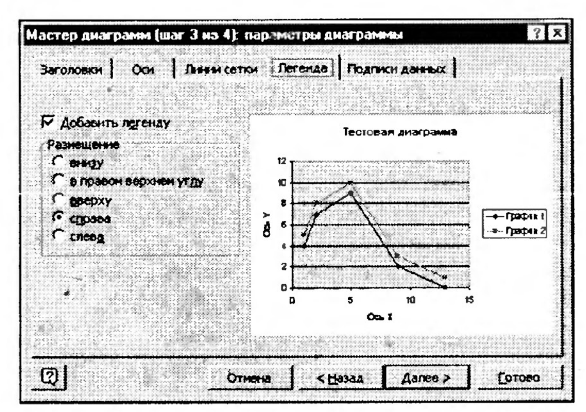


- **категории**. Использование стандартного формата оси x, даже если соответствующие данные имеют формат времени.
- **ось времени**. По оси x в любом случае откладываются единицы времени.

На вкладке **Линии сетки** можно включить или отменить вывод линий координатной сетки — вертикальных и горизонтальных, основных и промежуточных.

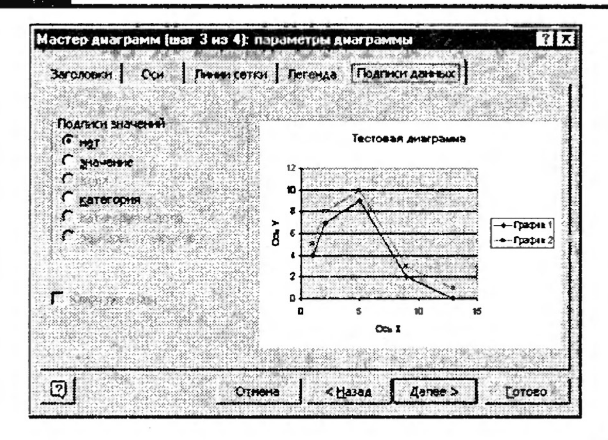


На вкладке **Легенда** определяется место расположения легенды — внизу, в правом верхнем углу, справа или слева от диаграммы. Можно также отказаться от вывода легенды.



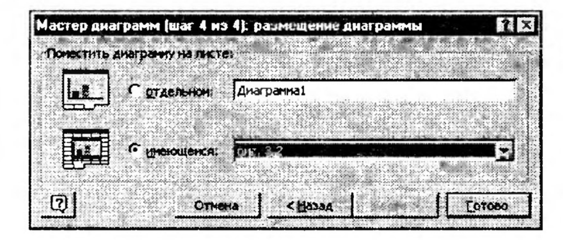
На вкладке **Подписи данных** можно включить или отменить режим подписи значений под каждой точкой диаграммы. В роли таких подписей могут выступать либо значения аргумента, либо значения функции в данной точке. Режим подписи данных доступен только для двумерных диаграмм.

По окончании настройки щелкните на кнопке **Далее**.



Размещение диаграммы

В последнем диалоговом окне мастера диаграмм нужно определить способ размещения диаграммы в рабочей книге: создать для нее отдельный лист или расположить на том же листе, что и данные, использованные для ее построения. Выберите второй вариант и из расположенного рядом раскрывающегося списка — один из существующих в книге рабочих листов, на котором разместится диаграмма.



Работа мастера окончена. Щелкните на кнопке Готово.



	A	B	C
1	Ось X	График 1	График 2
2	1	4	5
3	2	7	8
4	5	9	10
5	9	2	3
6	13	0	1

Вас не устраивает расположение диаграммы на листе? Щелкните в любой точке в пределах окна диаграммы и перетащите ее на другое место, удерживая нажатой левую кнопку мыши. Не нравится размер? Измените его, перетащив один из угловых или боковых манипуляторов. Результат показан на рис. 3.1.

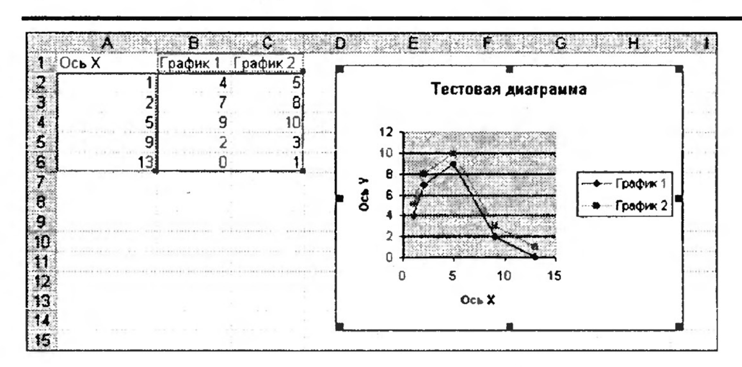


Рис. 3.1. Диаграмма, внедренная в рабочий лист

Изменение диаграммы

Отдельные элементы готовой диаграммы можно изменять, что позволяет улучшить ее внешний вид. Для редактирования уже созданной диаграммы нужно щелкнуть на ней. Эта операция активизирует диаграмму и делает ее элементы доступными для изменения. В частности, легенда диаграммы, изображенной на рис. 3.1, расположена неудачно, и координатная плоскость используется нерационально. Щелкните на легенде и перетащите ее вверх и влево. Затем щелкните на координатной плоскости и измените ее размер, используя боковые и угловые манипуляторы. Вновь активируйте рабочий лист, щелкнув в любом его месте за пределами окна диаграммы. Результат внесенных изменений показан на рис. 3.2.

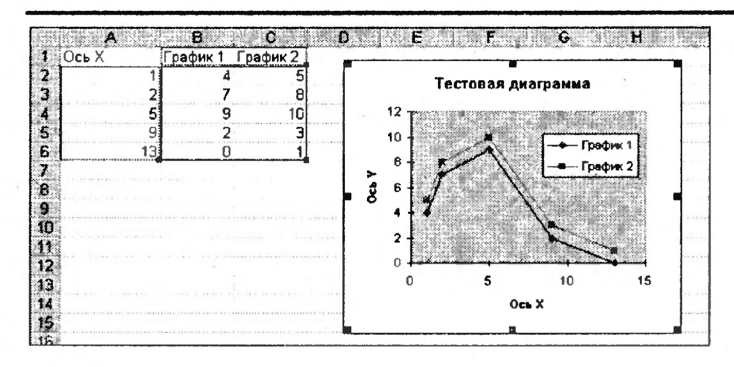


Рис. 3.2. Законченная диаграмма

Чтобы изменить параметры любого элемента диаграммы — координатной плоскости, оси координат, легенды и т.п. — достаточно дважды щелкнуть на нем и внести необходимые изменения в появившемся диалоговом окне.

Создание высококачественных диаграмм

Для большинства исследовательских целей диаграммы Excel более чем достаточны, но в большинстве журналов их не публикуют. Чтобы диаграмма подошла для журнала, ее нужно либо отредактировать с помощью графического редактора, либо использовать вспомогательную программу, создающую диаграммы покрасивее.

Вообще говоря, диаграммы Excel подошли бы издательствам, если бы не их оси координат и метки данных. Изменить метки с помощью графического редактора просто — достаточно удалить старые и поместить на их место новые.

Хорошей утилитой построения диаграмм на основе данных Excel является программа DeltaGraph® Pro. Чтобы создать диаграмму с помощью этого приложения, достаточно скопировать содержимое ячеек рабочего листа в буфер, перейти в DeltaGraph® Pro и вставить туда данные. Диаграммы в DeltaGraph® Pro гораздо разнообразнее, а числовые метки выводятся либо в экспоненциальном (2.3×10^5), либо в инженерном (230.0×10^3) формате вместо используемого в Excel компьютерного стандарта (2.3E5).

Компания DeltaPoint Inc. предлагает версии DeltaGraph® Pro для платформ Mac и PC. Более подробная информация содержится в приложении А.

Создание диаграммы на отдельном листе

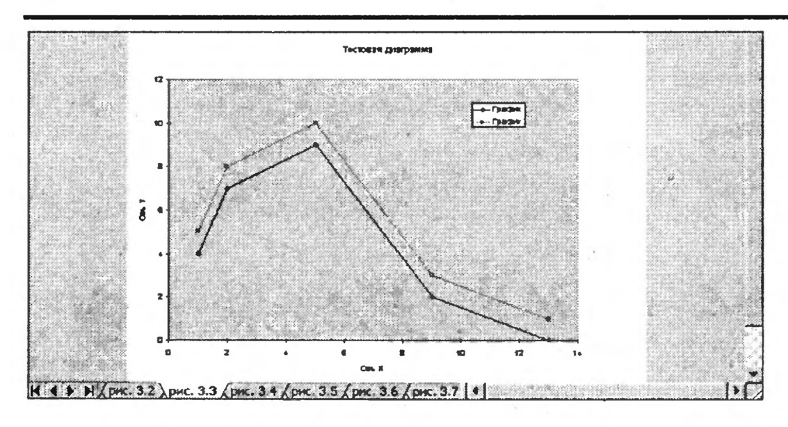


Рис. 3.3. Диаграмма, созданная на отдельном листе

Процесс создания диаграммы на отдельном листе мало чем отличается от создания внедренной диаграммы. Разница состоит лишь в том, что в последнем диалоговом окне мастера диаграмм необходимо выбрать режим создания отдельного листа диаграммы. В расположенной рядом строке введите название нового листа (рис. 3.3).

Создание диаграммы по результатам расчетов

В следующем примере демонстрируется создание диаграммы по результатам инженерных расчетов. Вначале мы проведем вычисления по формулам, а затем создадим двумерную диаграмму для иллюстрации полученных результатов.

Сопротивление кремния

Зависимость сопротивления кремния от температуры описывается набором кривых для различных концентраций примеси. Точки максимума этих кривых располагаются в диапазоне от 300 до 1000 K. Данная особенность обязательно учитывается при создании полупроводниковых приборов, поскольку, чем дальше от точки максимума сопротивления находится рабочая точка, тем выше вероятность отказа.

При низких значениях температуры сопротивление кремния возрастает с ее увеличением. В таких условиях прибор устойчив к разогреву токами большой силы — рост сопротивления приводит к уменьшению тепловыделения. Однако если температура превышает пороговое значение, при ее дальнейшем росте сопротивление прибора начнет уменьшаться. Это приведет к возрастанию тока, увеличению нагрева и дальнейшему снижению сопротивления. Температура будет увеличиваться экспоненциально, пока прибор не расплавится. Эффект температурного разгона полупроводниковых приборов называют вторичным тепловым пробоем.

Сопротивление кремния вследствие движения электронов (если пренебречь движением дырок) описывается следующей формулой:

$$\rho = \frac{1}{qn\mu}$$

где ρ — удельное сопротивление в Ом·м, q — заряд электрона, n — концентрация электронов, а μ — их подвижность. Равновесная концентрация электронов в легированном кремнии описывается следующей формулой:

$$n = \frac{1}{2}\left[N + \sqrt{N^2 + 4n_i^2}\right]$$

где N — концентрация примеси в м$^{-3}$, а n_i — концентрация собственных носителей заряда. В главе 2 была рассчитана концентрация и подвижность собственных носителей заряда для различных значений напря-

женности электрического поля, концентрации примеси и температуры. Однако в данном примере значения первых двух параметров будут низкими, и для расчета подвижности можно воспользоваться следующей упрощенной формулой:

$$\mu = \mu_0\left(\frac{T}{T_0}\right)^{-2.42}$$

которая гораздо проще формулы из предыдущей главы. Если вы не удалили рабочую книгу, в которой вычислялась концентрация собственных носителей, можете использовать результаты сделанных в ней расчетов для данного примера. В противном случае придется вводить все заново.

Создание таблицы

Рассчитаем сопротивление кремния для разных температур при трех значениях концентрации легирующей примеси: $1{,}0\times10^{13}$, $1{,}5\times10^{13}$ и $1{,}0\times10^{14}$ см$^{-3}$. Для этого необходимо выполнить следующие операции.

1. Откройте новый рабочий лист и назовите его рис. 3.4.
2. Заполните ячейки рабочего листа, как указано ниже. Чтобы ввести символ μ, измените щрифт на Symbol и нажмите клавишу m.

Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое
A1	Зависимость сопротивления кремния от температуры	C2	EG2=	F2	1,6E-19
A2	EG0=	C3	Cons=	F3	1330
A3	EG1=	D2	636	G2	T0=
B2	1,17	E2	Q=	G3	GAMMA=
B3	4,73E-4	E3	μ0=	H2	300
				H3	2,42

3. Введите в ячейке D3 следующую формулу: =КОРЕНЬ(4*6*(2*ПИ()*0,91095E-30*1,38066E-23/(6,62618E-34)^2)^3)*(0,33*0,56)^(0,75)*1E-6.
4. Выделите ячейки A2:B3, выберите команду Вставка ➤ Имя ➤ Создать, включите режим в столбце слева и щелкните на кнопке ОК. Содержимому ячеек B2 и B3 будут присвоены имена EG0 и EG1_ соответственно. Символ подчеркивания в имени EG1_ отличает его от ссылки на ячейку EG1. Повторите процедуру присвоения имен для ячеек C2:D3, E2:F3 и G2:H3.
5. Выделите ячейки A2:A3, C2:C3, E2:E3 и G2:G3 и выровняйте их содержимое по правому краю.
6. В состав имен ячеек не могут входить буквы греческого алфавита. Поэтому в имени ячейки F3 программа заменит μ символом подчеркивания. Выделите ячейку F3 и выберите команду Вставка ➤ Имя ➤

Присвоить. В появившемся диалоговом окне введите имя u0, затем удалите имя _0.

7. Введите в указанных ячейках следующие величины:

Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содер-жимое	Ячейка	Содер-жимое	Ячейка	Содер-жимое
B5	**Концентрация примеси:**	E5	**1E13**	F5	**(см$^{-3}$)**	G5	**1,5E13**
H5	**(см$^{-3}$)**	I5	**1E14**	J5	**(см$^{-3}$)**		
A6	**T**	B6	**Eg**	C6	**ni**		
D6	**μ**	E6	**n**	F6	**rho**		
A7	**(K)**	B7	**(эВ)**	C7	**(см$^{-3}$)**		
D7	**(см^2/В-с)**	E7	**(см$^{-3}$)**	F7	**(Ом-см)**		

8. Выровняйте содержимое ячеек F5, H5, J5 и A6:F7 по центру, а содержимое ячеек A2:A3, C2:C3, E2:E3 и G2:G3 — по правому краю.
9. Скопируйте содержимое ячеек E6:F7 в ячейки G6:H7 и I6:J7.

Экспресс-метод

Чтобы быстрее выполнить п.9, выделите ячейки **E6:F7** и, удерживая нажатой клавишу <Ctrl> (<Cmd> на Macintosh), перетащите их содержимое в ячейки **G6:H7**, а затем — в ячейки **I6:J7**.

10. Введите в ячейке A8 число 300, а в ячейке A9 — число 320. Выделите ячейки A8:A9 и перетащите маркер заполнения вниз до ячейки A18.
11. Введите в ячейке B8 формулу:
    =EG0-EG1_*A8^2/(A8+EG2_)
12. Введите в ячейке C8 формулу:
    =Cons*(КОРЕНЬ(A8^3)*EXP(-B8*1,60219E-19/(2*1,38066E-23*A8))
13. Введите в ячейке D8 формулу:
    =u0*(A8/T0)^(-GAMMA)
14. Введите в ячейке E8 формулу:
    =0,5*(E$5+КОРЕНЬ(E$5^2+4*$C8^2))
15. Введите в ячейке B8 формулу:
    =1/(Q*E8*$D8)
16. Присвойте содержимому ячейки B8 числовой формат с двумя десятичными знаками.
17. Присвойте содержимому ячеек C8:F8 экспоненциальный формат с одним десятичным знаком.
18. Скопируйте содержимое ячеек E8:F8 в ячейки G8:H8 и I8:J8.
19. Выделите ячейки B8:J8 и перетащите маркер заполнения вниз до ячейки J18. Все формулы будут скопированы в нижележащие ячейки таблицы.
20. Заключите группы ячеек в рамку, как показано на рис. 3.4.
21. Отключите отображение линий сетки.

Готовый рабочий лист изображен на рис. 3.4. Теперь нужно построить диаграммы для этих трех наборов данных.

Создание диаграммы

Прежде чем обратиться к мастеру диаграмм для создания диаграммы трех температурных зависимостей сопротивления, необходимо освободить место на листе. Выполните для этого следующие операции:

1. Откройте рабочий лист, изображенный на рис. 3.4.
2. Выделите ячейки A5:J18 и перетащите верхнюю границу выделенной области вниз так, чтобы ее верхний левый угол переместился в ячейку A18. Таким образом, вся таблица будет смещена вниз.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Зависимость сопротивления кремния от температуры									
2	EG0=	1,17	EG2=	636	Q=	1,60E-19	T0=	300		
3	EG1=	4,73E-04	Cons=	3,3E+15	μ0=	1330	GAMMA=	2,42		
4										
5	Концентрация примеси:				1,00E+13	$(см^{-3})$	1,50E+13	$(см^{-3})$	1,00E+14	$(см^{-3})$
6	T	Eg	ni	μ	n	rho	n	rho	n	rho
7	(К)	(эВ)	$(см^{-3})$	$(см^2/В\text{-}с)$	$(см^{-3})$	(Ом-см)	$(см^{-3})$	(Ом-см)	$(см^{-3})$	(Ом-см)
8	300	1,12	6,2E+09	1,3E+03	1,0E+13	4,7E+02	1,5E+13	3,1E+02	1,0E+14	4,7E+01
9	320	1,12	2,9E+10	1,1E+03	1,0E+13	5,5E+02	1,5E+13	3,7E+02	1,0E+14	5,5E+01
10	340	1,11	1,2E+11	9,8E+02	1,0E+13	6,4E+02	1,5E+13	4,2E+02	1,0E+14	6,4E+01
11	360	1,11	4,0E+11	8,6E+02	1,0E+13	7,3E+02	1,5E+13	4,9E+02	1,0E+14	7,3E+01
12	380	1,10	1,2E+12	7,5E+02	1,0E+13	8,2E+02	1,5E+13	5,5E+02	1,0E+14	8,3E+01
13	400	1,10	3,3E+12	6,6E+02	1,1E+13	8,6E+02	1,6E+13	6,0E+02	1,0E+14	9,4E+01
14	420	1,09	8,2E+12	5,9E+02	1,5E+13	7,3E+02	1,9E+13	5,7E+02	1,0E+14	1,1E+02
15	440	1,08	1,9E+13	5,3E+02	2,4E+13	4,8E+02	2,8E+13	4,3E+02	1,0E+14	1,1E+02
16	460	1,08	4,1E+13	4,7E+02	4,6E+13	2,9E+02	4,9E+13	2,7E+02	1,1E+14	1,2E+02
17	480	1,07	8,2E+13	4,3E+02	8,7E+13	1,7E+02	9,0E+13	1,6E+02	1,5E+14	1,0E+02
18	500	1,07	1,6E+14	3,9E+02	1,6E+14	9,9E+01	1,7E+14	9,7E+01	2,2E+14	7,5E+01

рис. 3.2 / рис. 3.3 / рис. 3.4 / рис. 3.5 / рис. 3.6 / рис. 3.7

Рис. 3.4. Таблица температурных зависимостей сопротивления кремния

Экспресс-метод

Чтобы быстро выделить группу непустых ячеек, выделите одну из них и, удерживая нажатой клавишу <Shift>, дважды щелкните на той границе выделенной области, в направлении которой хотите ее расширить. Прямоугольная область будет расширена до первой пустой ячейки. В частности, чтобы выделить ячейки в п.2, достаточно выделить ячейку **A5** и, удерживая нажатой клавишу <Shift>, дважды щелкнуть на ее нижней границе. Область выделения продлится до первой пустой ячейки в столбце **A**. Продолжая удерживать клавишу <Shift>, дважды щелкните на правой границе ячейки **A5**. Область выделения расширится вправо до первой пустой ячейки. Таким образом будет выделена вся таблица. Данный метод особенно полезен при выделении больших групп ячеек, не помещающихся на экране.

3. Выделите ячейки A21:A31 (значения аргумента). Затем, удерживая нажатой клавишу <Ctrl>, выделите ячейки F21:F31 (значения первого набора функций).
4. Запустите мастер диаграмм, щелкнув на одноименной кнопке панели инструментов **Стандартная**. На экране появится окно **Мастер диаграмм (шаг 1 из 4): тип диаграммы**. Выберите из списка

Тип элемент **Точечная**, а из палитры **Вид** —диаграмму, на которой значения соединены отрезками. Щелкните на кнопке **Далее**.

5. На шаге 2 вся необходимая информация уже содержится в строках мастера. Убедитесь, что на вкладке **Диапазон данных** включен режим **Ряды в столбцах** и щелкните на кнопке **Далее**.
6. На вкладке **Заголовки** следующего диалогового окна мастера введите в строке **Название диаграммы** следующий текст: **Сопротивление кремния**. В строках названий осей X и Y введите соответственно **Температура (К)** и **Сопротивление (Ом-см)**. Щелкните на кнопке **Далее**
7. В последнем окне мастера выберите режим создания внедренной диаграммы и щелкните на кнопке **Готово**. Готовая диаграмма появится на рабочем листе.
8. Переместите диаграмму с помощью мыши вверх, так чтобы она расположилась над таблицей данных, и немного уменьшите ее размер (рис. 3.5).

При изменении любого из коэффициентов все формулы рабочего листа будут автоматически пересчитаны, а диаграмма перестроена.

Не расслабляйтесь: мастер закончил работу, но диаграмма еще не готова. Нужно изменить точку пересечения осей координат, добавить две кривые и переместить легенду в более подходящее место. Все эти недостатки будут исправлены в ходе краткого знакомства с методами редактирования диаграмм Excel.

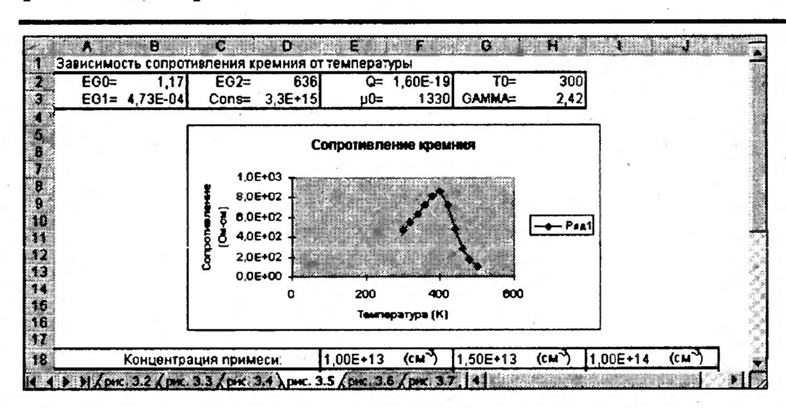


Рис. 3.5. Рабочий лист с диаграммой зависимости сопротивления кремния от температуры

Редактирование диаграмм

Если вновь созданная внедренная диаграмма нуждается в изменениях, щелкните на ней, чтобы перейти в режим редактирования. Закончив редактирование, щелкните в любом месте рабочего листа, и диаграмма обновится. Включать режим редактирования для диаграммного листа не нужно.

Следующие элементы диаграммы или диаграммного листа можно выделять и изменять по отдельности:

- Точки (метки данных) диаграммы. Дважды щелкнув на них, можно изменить источник данных, символы, линии или связанный с ними текст.
- Оси диаграммы. Дважды щелкнув на них, можно изменить стиль, диапазон и формат меток.
- Чтобы изменить местоположение легенды или одной из меток, перетащите ее с помощью мыши.
- Если нужно изменить размер области построения в пределах окна диаграммы, щелкните на ней и перетащите один из маркеров обрамления.

В режиме редактирования диаграммы или на диаграммном листе в главном меню появляется новый элемент — **Диаграммы**, содержащий команды редактирования диаграмм.

Примечание

Если вы не помните, какой элемент диаграммы выделили, взгляните на поле имен в левой части строки формул. В нем выводится имя выделенного объекта. Если какой-либо из элементов диаграммы не удается выделить, выделите любой другой и перейдите к нужному элементу с помощью клавиш управления курсором. Стрелки <↑> и <↓> позволяют переходить от одного объекта к другому, а стрелки <→> и <←> — от одной части объекта к другой.

Создание и изменение элементов диаграммы

Первые четыре команды меню **Диаграммы** — **Тип диаграммы**, **Исходные данные**, **Параметры диаграммы** и **Размещение** — соответствуют четырем окнам мастера диаграмм. Особенно часто при редактировании используют команду **Параметры диаграммы**. При этом открывается одноименное диалоговое окно, позволяющее создавать и изменять следующие элементы оформления диаграммы.

- На вкладке **Заголовки** можно создавать, изменять и удалять названия осей координат и всей диаграммы.
- На вкладке **Оси** можно включить или отменить режим подписи данных под осями координат.
- Вкладка **Линии сетки** предназначена для настройки отображения сетки в области построения.
- На вкладке **Легенда** можно включить или отменить режим вывода легенды, а также определить ее местоположение.
- На вкладке **Подписи данных** можно включить режим вывода возле каждой точки диаграммы ее значение по оси *x* или по оси *y*.

Команда **Диаграмма ➤ Добавить данные** позволяет добавлять в диаграмму новые наборы данных.

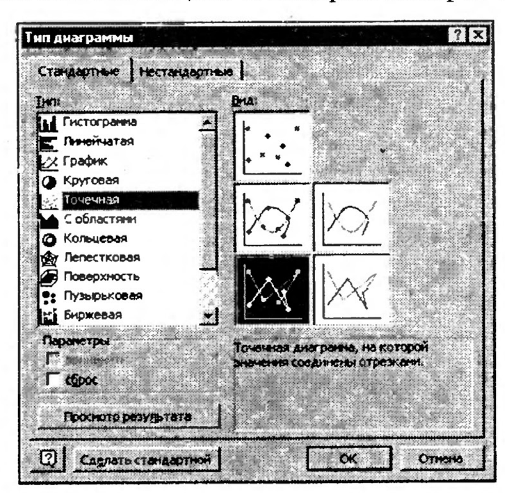
Чтобы ввести в диаграмму комментарии, не связанные ни с одним из ее элементов, щелкните на диаграмме, введите нужный текст в строке формул. Новый текст появится в виде свободного, "плавающего" объекта, который можно переместить в любое место окна диаграммы. Чтобы изменить метки оси координат или имя набора данных, дважды щелкните на этом объекте и отредактируйте его с помощью появившегося диалогового окна.

Форматирование диаграммы

С помощью команды **Выделенный** меню **Формат** можно изменять формат или стиль выделенного элемента диаграммы. Точное название этой команды зависит от того, какая часть диаграммы выделена.

Например, если выделен набор данных, то с помощью команды **Формат ➤ Выделенный ряд** можно изменить цвет и форму линий и меток данных, подписи возле точек и способ построения графика. Если выделить область построения, то с помощью команды **Формат ➤ Выделенная область построения** можно изменить цвет и заполнение фона, а также стиль и цвет рамки.

По команде **Диаграмма ➤ Тип диаграммы** выводится диалоговое окно со списками стандартных и нестандартных типов диаграмм и их разновидностей. С помощью этого окна можно изменить тип диаграммы для всех или только для некоторых наборов данных.



Кнопка **Просмотр результата** в диалоговом окне **Тип диаграммы** позволяет определить, как будет выглядеть диаграмма после вынесения. Если хотите, чтобы выбранный тип диаграммы предлагался по умолчанию, щелкните на кнопке **Сделать стандартной**. Появится диалоговое окно с требованием подтверждения вашего выбора. Щелкните на кнопке **Да**.

Такой прием особенно полезен при создании большого количества однотипных диаграмм.

Внедренную диаграмму можно переместить в любое место рабочего листа. Чтобы изменить ее размер и форму, следует перетащить маркеры обрамления. Для изменения ориентации трехмерной диаграммы выделите углы ее основания и стенок и добейтесь нужной ориентации, перетаскивая один из них.

Добавление в диаграмму новых наборов данных

Наиболее простой способ добавить во внедренную диаграмму новую кривую — это выделить в таблице соответствующие данные по оси *y*, поместить указатель мыши на границу выделенной области и перетащить ее в окно диаграммы. Если диаграмма расположена на отдельном листе, после выделения данных следует воспользоваться командами Правка ➤ Копировать и Правка ➤ Вставить или комбинациями клавиш <Ctrl+Ins> и <Shift+Ins>. Если новому набору данных соответствуют значения аргумента, отличные от предыдущего набора, необходимо выделить оба столбца, сохранить их в буфере обмена, выделить диаграмму или перейти на диаграммный лист и использовать команду Правка ➤ Специальная вставка. В появившемся диалоговом окне включите режим Категории (значения оси X) в первом столбце и щелкните на кнопке OK. Если применить команду Вставка, значения обоих выделенных столбцов будут рассматриваться как две разные функции, а по оси *x* будут откладываться те же значения, что и для предыдущего графика или целые числа, начиная с 1. Для создания нового графика можно также воспользоваться командой Диаграмма ➤ Добавить данные.

Присоединение кривых к диаграммам осуществляется с помощью формул рядов. Если включить режим редактирования диаграммы и выделить набор данных, соответствующая ему формула ряда появится в строке формул, где ее можно редактировать. У формулы ряда четыре следующих аргумента, разделенных точками с запятой: заключенное в двойные кавычки имя ряда, отображаемое в легенде, ссылка на ячейки с набором значений *x*, ссылка на ячейки с набором значений *y* и номер ряда, определяющий очередность его вывода. В большинстве формул первый параметр по умолчанию отсутствует. Его можно ввести, чтобы он вошел в состав легенды. Если пропущен второй параметр, в качестве значений аргумента используются натуральные числа начиная с 1.

Путем редактирования формулы ряда можно изменить данные, на основании которых строится диаграмма. Если вставить формулу ряда в строку формул, то данные, на которые она ссылается, будут выведены в активной диаграмме. Чтобы быстро добавить текст легенды, щелкните перед первой точкой с запятой в списке параметров формулы ряда и введите заключенную в кавычки строку или ссылку на ячейки с текстом легенды.

Защита диаграммы от изменения

Редактирование формулы ряда удобно в тех случаях, когда необходимо избежать обновления диаграммы при изменении таблицы. Как правило, диаграмма связана с определенными ячейками. Если изменить их содержимое, изменится и диаграмма. Если вы собираетесь отредактировать таблицу, но хотите сохранить диаграмму, необходимо заменить ссылки в формуле ряда диаграммы на числа.

Значения, соответствующие точкам кривой, можно ввести в формуле ряда явным образом. Однако лучше поручить это Excel. Чтобы заменить ссылку ее значением, выделите ее в формуле ряда, нажмите комбинацию клавиш <Ctrl+=> (<Cmd+=> на Macintosh) и щелкните на кнопке с "птичкой". После замены ссылок на данные их абсолютными значениями можно продолжить работу над листом без риска исказить диаграмму — например, ввести новые данные и построить другую диаграмму или добавить еще один набор данных в уже существующую.

Изменение точечной диаграммы

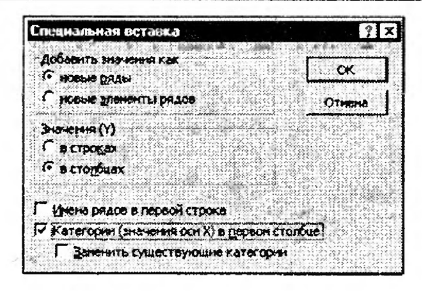
Теперь вы готовы к тому, чтобы внести изменения в созданную ранее диаграмму сопротивления кремния. В первую очередь добавим в эту точечную диаграмму еще две кривые. Для этого выполните следующие операции.

1. Создайте копию текущего рабочего листа с помощью команды Правка ➤ Переместить/скопировать лист. При этом не забудьте включить режим Создавать копию в появившемся диалоговом окне. Присвойте новому листу имя рис. 3.6.

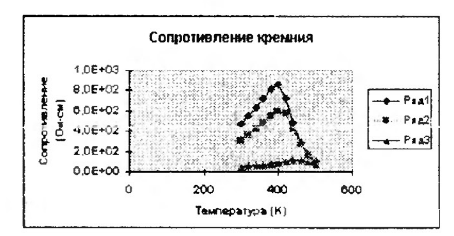
Примечание

Чтобы быстро скопировать рабочий лист, перетащите его ярлычок в нужное место, удерживая нажатой клавишу <Ctrl>.

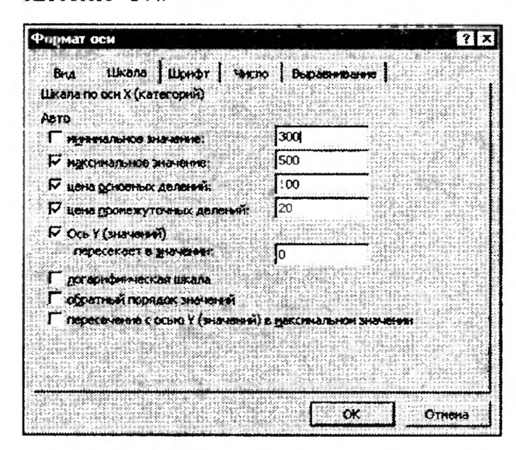
2. Выделите два набора данных, которые нужно добавить в диаграмму: вначале — ячейки A21:A31 со значениями аргумента, а затем, при нажатой клавише <Ctrl>, — ячейки H21:H31 и J21:J31 со значениями функции.
3. Скопируйте данные в буфер обмена.
4. Щелкните на диаграмме, чтобы включить режим редактирования.
5. Выберите команду Правка ➤ Специальная вставка. Чтобы данные первого столбца выделенной области рассматривались как координаты по оси *x*, а данные двух других столбцов — как координаты по оси *y*, включите режим Значения Y в столбцах и установите флажок Категории (значения оси X) в первом столбце, после чего щелкните на кнопке OK.



Все три набора данных появятся на диаграмме в виде графиков. Теперь нужно изменить точку пересечения осей *x* и *y*, а также изменить размеры диаграммы, чтобы ее было удобнее просматривать и чтобы название оси *y* поместилось целиком.



6. Выделите с помощью мыши ось *x*.
7. Выберите команду **Формат ➤ Выделенная ось**. Появится диалоговое окно **Формат оси**. Перейдите на вкладку **Шкала**, **минимальное значение**, введите в расположенной рядом строке число 300 и щелкните на кнопке OK.



8. Щелкните в области построения и расширьте ее, перетащив верхнюю и правую границы.
9. Выделите легенду и переместите ее в более подходящее место. Если нужно, измените местоположение надписей.



Теперь диаграмма должна выглядеть так, как показано выше. Следующая задача — вывести названия трех графиков. Это можно сделать тремя способами: в легенде, с помощью меток данных или в виде свободного текста. Начнем с легенды.

В формуле ряда всех трех кривых отсутствует имя ряда. В первую очередь нужно присвоить формулам имена.

10. Выделите верхнюю кривую.
11. В формуле ряда поместите курсор перед первой точкой с запятой и введите следующий текст: "1,0E13 (см^-3)".

Ряд "1.0E13 (см^-... =РЯД("1.0E13 (см^-3)";'рис. 3.6'!$A$21:$A$31;'рис. 3.6'!$F$21:$F$31;1)

Примечание

Добавить имя ряда можно и по-другому. Выделите один из графиков. Выберите команду **Диаграмма ➤ Исходные данные**. В появившемся диалоговом окне перейдите на вкладку **Ряд** и введите название ряда в строке **Имя**. Однако, на мой взгляд, редактирование формулы занимает меньше времени.

12. Выделите среднюю кривую и присвойте ей имя "1,5E13 (см^-3)".
13. Выделите нижнюю кривую и присвойте ей имя "1,0E14 (см^-3)".
14. При необходимости измените положение легенды.

Модифицированная диаграмма изображена на рис. 3.7. Если вам не нравится стиль легенды, можете его изменить, выделив ее и воспользовавшись командой **Формат ➤ Выделенная легенда**, или перетащить легенду на новое место с помощью мыши.

Другой метод идентификации кривых заключается в использовании меток данных. Чтобы рядом с точкой кривой выводились метки, нужно выделить график и воспользоваться командой **Формат⇨Выделенный ряд**. При перемещении точки ее метка также передвигается. Замените в диаграмме легенду на метки данных. Для этого выполните следующие операции.

1. Создайте копию рабочего листа и присвойте ей имя **рис. 3.7**.
2. Щелкните на диаграмме, чтобы начать ее редактирование.
3. Удалите легенду, выделив ее и нажав клавишу <Del>.

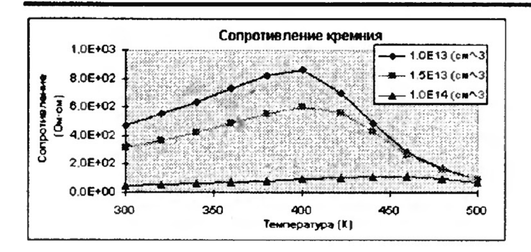


Рис. 3.6. Диаграмма "Сопротивление кремния" с легендой

4. Выделите верхнюю кривую. Выберите команду **Формат** ➤ **Выделенный ряд**. В появившемся диалоговом окне **Формат ряда данных** перейдите на вкладку **Подписи данных**. Включите режим **значение** и щелкните на кнопке OK.
5. Удалите все метки, кроме седьмой. (Щелкните на одной из меток, в результате чего выделится весь набор, а затем щелкайте на лишних метках и удаляйте их по одной с помощью клавиши <Del>). Выделите седьмую метку, введите текст 1,0E13 (см^-3) и нажмите клавишу <Enter>.
6. Проделайте то же для центральной кривой, однако оставьте четвертую метку и введите в нее текст 1,5E13 (см^-3).
7. Выделите нижнюю кривую и присвойте ее пятой метке имя 1,0E14 (см^-3).
8. Щелкните на листе вне окна диаграммы, чтобы отключить режим ее редактирования.
9. Погасите линии сетки.

Диаграмма с тремя наборами данных, помеченными прикрепленным текстом, изображена на рис. 3.7.

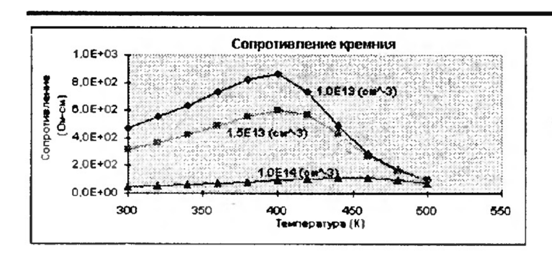


Рис. 3.7. Диаграмма "Сопротивление кремния" с тремя кривыми и их метками данных

Посмотрим теперь, как будет выглядеть диаграмма со свободным текстом и стрелками.

Чтобы добавить в диаграмму неприкрепленный текст, нужно ввести его в строке формул, когда диаграмма находится в режиме редактирования, а затем перетащить новый объект в нужное место диаграммы. С по-

мощью клавиши <Enter> можно создать метку, состоящую из нескольких строк. Выполните следующие действия.

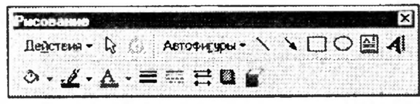
1. Создайте копию рабочего листа и присвойте ей имя рис. 3.8.
2. Щелкните на диаграмме, чтобы начать ее редактирование.
3. Выделите одну из прикрепленных меток данных и удалите ее с помощью клавиши <Del> (<Backspace> на Macintosh). Таким же образом удалите две другие метки.
4. Перейдите в строку формул, введите в ней текст 1,0E13 (см^-3) и нажмите клавишу <Enter>. В диаграмме появится строка с новым текстом.



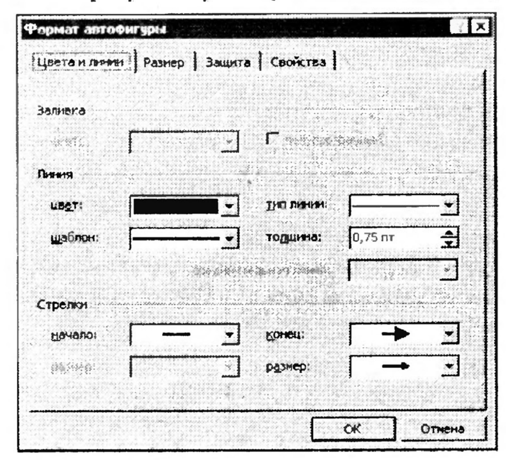
Примечание

Свободный текст можно также создать с помощью расположенной на панели инструментов **Рисование** кнопки **Надпись**.

5. Щелкните в конце появившейся строки текста и снова нажмите клавишу <Enter>, чтобы перейти на новую строку. Затем введите 1,5E13 (см^-3), нажмите <Enter> и введите 1,0E14 (см^-3).
6. Перетащите текст из центра диаграммы на свободное место в ее правом верхнем углу.
7. С помощью команды Вид ➤ Панели инструментов откройте панель Рисование.



8. Щелкните на кнопке с изображением стрелки и нарисуйте в диаграмме три стрелки, направленные от меток к графикам.
9. Дважды щелкните на одной из стрелок или выделите ее и выберите команду Формат ➤ Автофигура. В появившемся диалоговом окне Формат автофигуры перейдите на вкладку Цвета и линии и выберите в палитре размер самую маленькую стрелку.



10. Отформатируйте подобным образом две оставшихся стрелки.
11. Щелкните на свободном месте рабочего листа, чтобы отменить выделение диаграммы.
12. Погасите линии сетки.

Последний вариант рабочего листа изображен на рис. 3.8. Свободный текст удобно использовать в случаях, когда диаграмма нуждается в комментариях и прочей дополнительной информации.

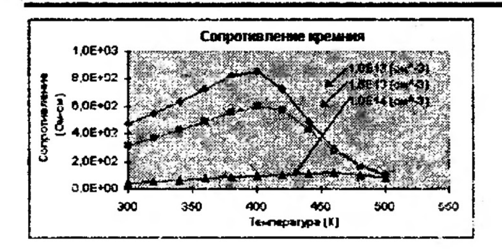


Рис. 3.8. Диаграмма "Сопротивление кремния" с метками в виде свободного текста и стрелок

Создание логарифмических и полулогарифмических диаграмм

Оси точечной диаграммы могут быть как линейными, так и логарифмическими. Чтобы заменить линейную ось логарифмической, нужно выделить ее, выбрать команду Формат ➤ Выделенная ось, в появившемся диалоговом окне перейти на вкладку Шкала и включить режим логарифмическая шкала. В следующем примере мы проведем вычисления по еще одной формуле, а затем построим для нее логарифмическую диаграмму.

Коэффициент лавинного умножения в кремнии

При подаче напряжения на полупроводниковый прибор скорость движения в нем электронов повышается. Если разность потенциалов достаточно высока, электроны разгоняются до такой степени, что начинают генерировать другие свободные электроны, "выбивая" их из атомов кристаллической решетки. Такое явление называется ударной ионизацией. Эти электроны также разгоняются и, в свою очередь, становятся источниками новых электронов. Начинается так называемое лавинное умножение. Как правило, разработчики полупроводниковых приборов не имеют ничего против лавин, если последние возникают не в их приборах. Исключение составляют специальные приборы, такие как лавинный транзистор.

На основе экспериментальных данных были созданы эмпирические формулы для расчета интенсивности лавин. В частности, приведенная

ниже формула позволяет рассчитать коэффициенты лавинного умножения в кремнии для различных значений электрического поля и температуры.

$$\alpha = AVN1 \cdot \exp\left[\frac{AVN2 + AVN3(T-300)}{|E|}\right]$$

где α измеряется в $м^{-1}$, T — температура в градусах Кельвина, а E — напряженность электрического поля в В/м. Зная коэффициент α, можно найти интенсивность лавины. Для этого следует умножить его на концентрацию и на скорость электронов. Коэффициенты формулы имеют следующие значения:

E (В/м)	**AVN1 ($м^{-1}$)**	**AVN2 (В/м)**	**AVN3 (В/м·К)**
$E<2.4\times10^7$	$2,6\times10^8$	$1,43\times10^8$	$1,3\times10^5$
$2,4\times10^7<E<4,2\times10^7$	$6,2\times10^7$	$1,08\times10^8$	$1,3\times10^5$
$E>4,2\times10^7$	$5,0\times10^7$	$9,90\times10^7$	$1,3\times10^5$

Создание таблицы

В этом примере мы вычислим зависимость коэффициентов лавинного умножения от напряженности электрического поля для температур 300, 600 и 900 К.

1. Откройте новый рабочий лист и назовите его рис. 3.9.
2. Установите ширину столбцов в соответствии со следующей таблицей:

Столбец	**Ширина**	**Столбец**	**Ширина**
A	2	D	12
B	12	E	12
C	12		

Экспресс-метод

Чтобы быстро получить несколько столбцов одинаковой ширины, выделите их и подберите ширину одного, перетаскивая его заголовок с помощью мыши. Остальным выделенным столбцам будет присвоена та же ширина.

3. Введите в ячейке A1 текст **Коэффициенты лавинного умножения в кремнии.**

   Сначала создадим таблицу значений для формулы коэффициента лавинного умножения. Каждый набор таких коэффициентов предназначен для различных диапазонов значений электрического поля.
4. Введите в ячейках B3:E6 следующие данные:

Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое
B3	E(В/м)	C5	6,2E7	E3	AVN3(В/м-К)
B4	0	C6	5,0E7	E4	1,3E5
B5	2,4E7	D3	AVN2(В/м)	E5	1,3E5
B6	4,2E7	D4	1,43E8	E6	1,3E5
C3	AVN1(1/м)	D5	1,08E8		
C4	2,6E8	D6	9,9E7		

5. Выровняйте содержимое ячеек B3:E3 по правому краю.
6. Присвойте ячейкам следующие имена:

Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое
		C4	AVN11	D4	AVN21	E4	AVN31
B5	ECUT1	C5	AVN12	D5	AVN22	E5	AVN32
B6	ECUT2	C6	AVN13	D6	AVN32	E6	AVN33

7. Присвойте всей таблице (диапазону ячеек B4:E6) имя COEFFS.
   Создадим теперь таблицу коэффициента лавинного умножения.
8. Введите в ячейке B8 текст T(K)= и выровняйте его по правому краю.
9. Введите в ячейки C8:E8 числа 300, 600 и 900.
10. Введите в ячейке B9 текст E(В/м) и выровняйте его по правому краю.
11. Введите в ячейке C9 текст alpha(1/м) и выровняйте его по правому краю.
12. Выделите ячейку C9 и скопируйте ее содержимое в ячейки D9:E9, перетащив маркер заполнения вправо до ячейки E9.
13. Введите в ячейке B10 число 5,0E+06, а в ячейке B11 — число 1,0E+07. Выделите ячейки B10:B11 и перетащите маркер заполнения вниз до ячейки B29.

Есть два способа выбора из таблицы значений, соответствующих приложенному электрическому полю. Во-первых, можно воспользоваться вложенными функциями ЕСЛИ. Две такие функции ЕСЛИ позволяют разбить задачу на три диапазона. Во-вторых, можно применить функцию ВПР, которая автоматически сканирует таблицу. В данном примере мы используем оба метода. Начнем с вложенных функций IF.

1. Введите в ячейке C10 следующую формулу:

```
=ЕСЛИ($B10>ECUT1,ЕСЛИ($B10>ECUT2,AVN13,AVN12),AVN11)
  *EXP(-(ЕСЛИ($B10>ECUT1,ЕСЛИ($B10>ECUT2,AVN23,AVN22),AVN21)
  +ЕСЛИ($B10>ECUT1,ЕСЛИ($B10>ECUT2,AVN33,AVN32),AVN31)*
  (C$8-300))/$B10)
```

   Применение функций поиска делает формулы более компактными по сравнению с вложенными функциями ЕСЛИ, в особенности для таблиц с более чем двумя диапазонами. На следующем шаге используется метод с функцией ВПР.

2. Введите в ячейке D10 введите следующую формулу:

```
=ВПР($B10,COEFFS,2)*EXP(-(ВПР($B10,COEFFS,3)
+ВПР($B10,COEFFS,4)*(D$8-300))/$B10)
```

В оставшейся части таблицы также будем использовать функцию поиска ВПР.

3. Выделите ячейку D10 и перетащите маркер заполнения вправо до ячейки E10.
4. Выделите ячейки C10:E10 и перетащите маркер заполнения вниз до ячейки E29.
5. Присвойте ячейкам B4:E6 и B10:E29 экспоненциальный формат с двумя десятичными знаками.
6. Разграфите таблицу в соответствии с рис. 3.9.
7. Отключите отображение линий сетки.
8. Сохраните рабочую книгу.

Готовый лист изображен на рис. 3.9. На этом листе вычисляется коэффициент лавинного умножения электронов в электрическом поле при температурах 300, 600 и 900 K, перечисленных в верхней строке таблицы.

Зависимость коэффициента лавинного умножения электронов в кремнии

	A	B	C	D	E
3		E (В/м)	AVN1 (1/м)	AVN2 (В/м)	AVN3 (В/м-K)
4		0,00E+00	2,60E+08	1,43E+08	1,30E+05
5		2,40E+07	6,20E+07	1,08E+08	1,30E+05
6		4,20E+07	5,00E+07	9,90E+07	1,30E+05
8		T (K) =	300	600	900
9		E (В/см)	alpha (1/м)	alpha (1/м)	alpha (1/м)
10		5,00E+06	9,87E-05	4,04E-08	1,66E-11
11		1,00E+07	1,60E+02	3,24E+00	6,56E-02
12		1,50E+07	1,88E+04	1,40E+03	1,04E+02
13		2,00E+07	2,04E+05	2,90E+04	4,13E+03
14		2,50E+07	8,25E+05	1,73E+05	3,64E+04
15		3,00E+07	1,69E+06	4,62E+05	1,26E+05
16		3,50E+07	2,83E+06	9,30E+05	3,05E+05
17		4,00E+07	4,17E+06	1,57E+06	5,93E+05
18		4,50E+07	5,54E+06	2,33E+06	9,79E+05
19		5,00E+07	6,90E+06	3,16E+06	1,45E+06
20		5,50E+07	8,26E+06	4,07E+06	2,00E+06
21		6,00E+07	9,60E+06	5,01E+06	2,62E+06
22		6,50E+07	1,09E+07	5,98E+06	3,29E+06
23		7,00E+07	1,22E+07	6,96E+06	3,99E+06
24		7,50E+07	1,34E+07	7,94E+06	4,72E+06
25		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

рис. 3.5 / рис. 3.6 / рис. 3.7 / рис. 3.8 / рис. 3.9 / рис. 3.

Рис. 3.9. Зависимость коэффициента лавинного умножения электронов в кремнии от напряженности электрического поля и температуры. Чтобы показать большую часть листа, использована команда **Вид ➤ Во весь экран**.

Создание диаграммы

Значения коэффициента лавинного умножения различаются на несколько порядков, что затрудняет использование линейной шкалы. Гораздо более наглядной будет диаграмма с логарифмической шкалой. В этот раз мы ее создадим на отдельном листе.

1. Выделите ячейки B10:E29.
2. Выберите команду Вставка ➤ Диаграмма.
3. Создайте с помощью Мастера диаграмм новую диаграмму со следующими свойствами.

   Тип: **Точечная**

   Вид: **Точечная диаграмма, на которой значения соединены отрезками**

   Ряды в **столбцах**

   Использовать **первый столбец** в качестве координат по оси *x*

   Название диаграммы: **Коэффициент лавинного умножения электронов в кремнии**

   Ось X (категорий): **Напряженность электрического поля (В/м)**

   Ось Y (значений): **Коэффициент лавинного умножения (1/м)**

   Легенда: **есть**

   Поместить диаграмму на **отдельном** листе
4. Чтобы диаграмму было легче читать, выберите команду Вид ➤ По размеру окна.
5. Щелкните на оси *y* и выберите команду Формат ➤ Выделенная ось. В появившемся диалоговом окне перейдите на вкладку Шкала и включите режим логарифмическая шкала.
6. Введите в строке Ось X (категорий) пересекает в значении: число 1E-11 и щелкните на кнопке OK.
7. Поместите легенду под графиками.
8. Выберите команду Диаграмма ➤ Исходные данные. В появившемся диалоговом окне перейдите на вкладку Ряд. Выбирая из одноименного списка все графики по очереди, введите в строке Имя для верхнего T=300 K, для среднего T = 600 K и для нижнего — T = 900 K. Щелкните на кнопке OK.
9. Выделите ось *x* и выберите команду Формат ➤ Выделенная ось. В появившемся диалоговом окне перейдите на вкладку Шкала. Измените цену промежуточных делений на 2E7 и щелкните на кнопке OK.
10. Мастер диаграмм поместил новый диаграммный лист слева от листа данных. Переместите этот лист (называемый Диаграмма1) справа от листа рис 3.9, перетащив с помощью мыши его ярлычок в нижней части экрана.
11. Дважды щелкните на ярлычке Диаграмма1 и введите новое название листа: рис. 3.10.
12. Сохраните рабочую книгу.

Готовая диаграмма представлена на рис. 3.10. Сейчас она расположена на отдельном листе. Если захотите внедрить ее в таблицу, выделите область диаграммы и воспользуйтесь командой Правка ➤ Копировать. Затем перейдите на лист с таблицей и выберите команду Правка ➤ Вставить. Копия диаграммы будет внедрена в таблицу.

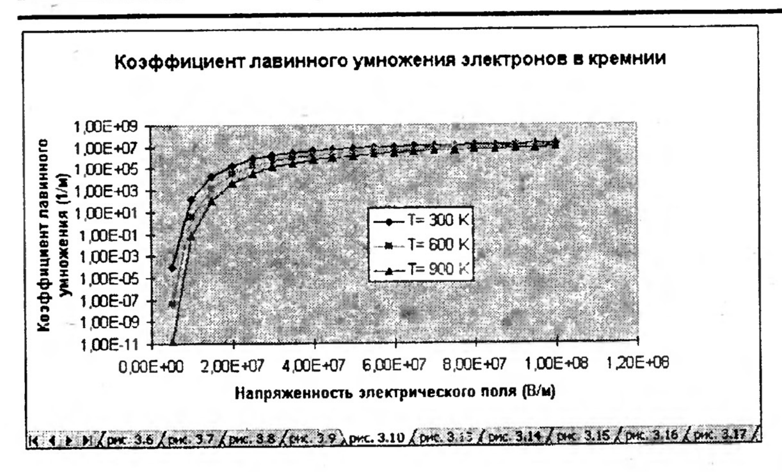


Рис 3.10. Полулогарифмические графики коэффициентов лавинного умножения электронов в кремнии при трех разных температурах

Создание трехмерных диаграмм

Все объемные диаграммы Excel имеют равномерную шкалу по осям *x* и *y*. Таким образом, вид координатной сетки не зависит от того, какие значения откладываются по этим осям. Такая однородная разметка иногда может вызвать проблемы, например, исказить результат. Однако, разбив график на последовательные отрезки и сместив их на определенную величину, можно получить хорошее трехмерное каркасное объемное изображение, используя плоскую точечную диаграмму.

В первую очередь определим новую прямоугольную систему координат *u*, *v* и *w*. Расположим ось *u* горизонтально, ось *v* под углом ϕ, а ось *w* вертикально, как показано на рис. 3.11.

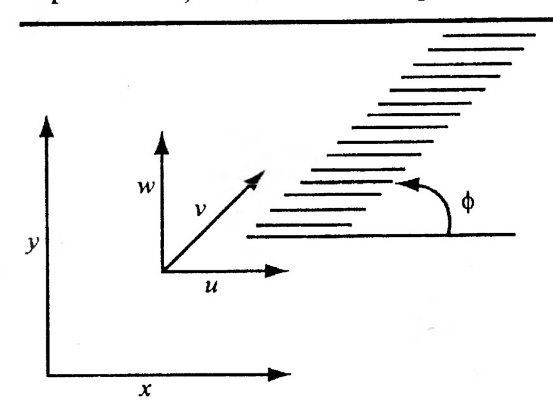


Рис. 3.11. Проекция трехмерной системы координат на плоскость

Отображение этих осей на плоскости осуществляется с помощью следующих формул преобразования: $x = u + v\cos(\phi)$ и $y = w + v\sin(\phi)$. Чтобы определить координаты (x,y) проекции точки с трехмерными координатами (u,v,w), вставьте их в формулы преобразования.

Для создания диаграммы необходимо создать таблицу преобразования трех столбцов с трехмерными координатами в два столбца с двумерными, на основании которых и создается точечная диаграмма. Обычно диаграммы такого типа образованы набором плоских сегментов с общими ребрами. Эти ребра имеют вид отрезков, координаты концов которых и описываются наборами данных. Поэтому необходимо, чтобы координаты углов сегментов совпадали.

Задача построения такой диаграммы сводится к соединению прямыми линиями последней точки каждого сегмента с первой точкой следующего. Но так получаются лишние линии, пересекающие диаграмму Можно заставить Excel не рисовать возвратные отрезки, вставив между сегментами данных пустые строки. Excel рассматривает пустую строку в середине массива данных как пропущенную точку и не создает линий, соединяющих эту точку с остальными.

Распределение температур в перегруженном кремниевом диоде

Когда на маломощный кремниевый диод подается электрический импульс высокой мощности, он перегревается. При слишком сильном перегреве диод разрушается. Конечно, если подать импульс гигантской мощности, диод задымится и обгорит, так что не будет ни малейшего сомнения в том, что он вышел из строя. С другой стороны, если импульс не слишком силен, диод еще сможет работать, по крайней мере, некоторое время, но его характеристики ухудшатся.

Один из способов оценки степени разрушения и определения момента перегрева диода заключается в математическом моделировании его работы. Такое моделирование обычно выполняется на суперкомпьютере, но проанализировать результат можно и с помощью Excel. Данные в табл. 3.1 получены, как раз, в результате такого моделирования диода и показывают температуру различных его точек. Координаты точки обозначаются буквами y и z, температура — T.

Данные в точке $y = 0$ соответствуют центру устройства (промоделирована только половина диода). Нижний проводник находится в точке $z = 300$ мкм и покрывает всю нижнюю часть диода. Верхний проводник находится в точке $z = 0$ и простирается от точки $y = 0$ до точки $y = 40$ мкм. pn-переход, на котором и происходит перегрев, расположен в точке $z = 10$ мкм и простирается от точки $y = 0$ приблизительно до точки $y = 50$ мкм. Структура диода показана на рис. 3.12.

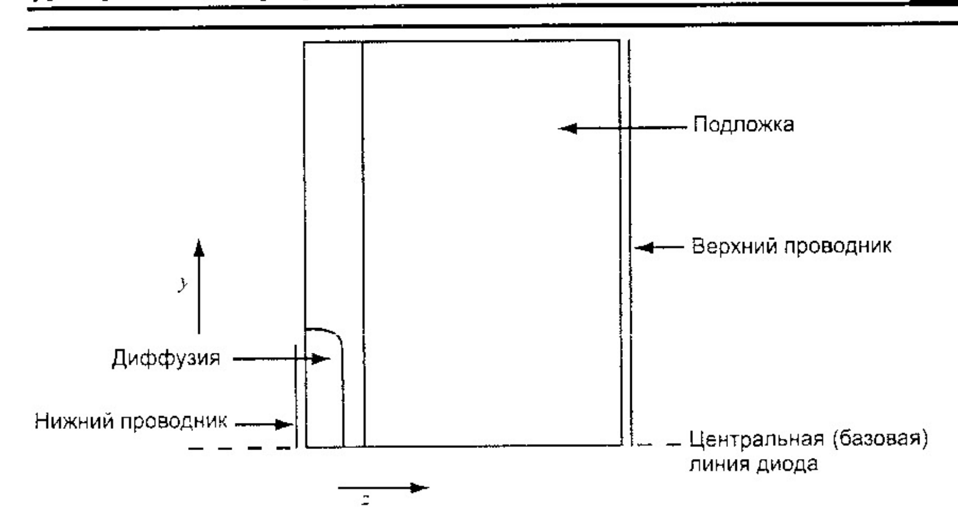


Рис. 3.12. Структура маломощного диода, использованного для получения карты температур

Таблица 3.1. Распределение температур в маломощном диоде

T(K) \ z(μ) \ y(μ)	0	10	20	30	35	40	43,3	46,6	50	55	60	110	155	200	250
0	300	300	300	300	300	300	486	329	308	303	301	300	300	300	300
1	425	429	441	474	528	779	414	327	307	302	301	300	300	300	300
2	462	465	478	512	569	766	419	332	309	303	301	300	300	300	300
3	463	465	476	505	554	659	448	342	312	303	301	300	300	300	300
4	453	456	466	495	542	659	461	352	316	304	301	300	300	300	300
5	440	443	453	480	522	617	459	360	320	305	301	300	300	300	300
6	424	426	435	460	497	572	451	365	324	306	301	300	300	300	300
7	405	407	415	436	467	527	443	370	328	308	301	300	300	300	300
8	389	390	397	416	443	496	440	377	333	309	301	300	300	300	300
9	380	382	388	406	430	482	442	384	338	311	301	300	300	300	300
10	381	383	389	407	430	480	448	392	344	313	302	300	300	300	300
11	385	387	395	413	435	480	452	398	350	316	302	300	300	300	300
12	391	393	401	420	439	476	451	403	356	319	302	300	300	300	300
13	376	378	384	400	415	449	440	404	360	322	303	300	300	300	300
14	444	447	457	477	494	518	492	442	385	333	305	300	300	300	300
15	444	448	459	484	503	520	493	449	399	349	323	301	300	300	300
16	344	346	354	373	391	414	410	397	376	352	338	302	300	300	300
17	331	333	339	354	369	386	386	378	365	348	335	302	300	300	300
18	330	332	337	351	363	375	375	369	359	344	333	302	300	300	300
19	330	331	337	349	359	368	367	362	353	341	331	302	300	300	300
20	330	331	336	347	355	362	361	356	348	337	328	302	300	300	300
31	325	325	327	329	330	329	328	326	323	319	314	302	300	300	300

	y(μ)														
T(K)	**0**	**10**	**20**	**30**	**35**	**40**	**43,3**	**46,6**	**50**	**55**	**60**	**110**	**155**	**200**	**250**
42	319	319	319	319	318	317	316	315	314	312	309	302	300	300	300
53	315	315	314	314	313	312	311	311	310	309	307	302	300	300	300
64	312	312	311	310	310	309	309	308	308	307	306	301	300	300	300
75	310	310	309	308	308	308	307	307	306	306	305	301	300	300	300
86	308	308	308	307	307	307	306	306	306	305	305	301	300	300	300
97	307	307	307	306	306	306	306	305	305	305	304	301	300	300	300
108	307	307	306	306	306	305	305	305	305	304	304	301	300	300	300
119	306	306	306	306	305	305	305	305	305	304	304	301	300	300	300
130	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300

Создание таблицы

Как видно из табл. 3.1, необходимо ввести большой объем данных. Однако их ввод не займет много времени. Сейчас создадим таблицу, а затем воспользуемся данными для построения объемной диаграммы.

1. Создайте новый лист и назовите его рис. 3.13.
2. Выделите столбцы B:AG и измените их ширину на 4. Установите ширину столбца A равной 10.
3. Введите в ячейке A1 текст **Распределение температур в перегруженном кремниевом диоде.**
4. Введите в указанные ячейки следующие значения.

B3	**T (K)**
J2	**Z (мкм)**
A10	**y (мкм)**

5. Введите в ячейки B4:B18 значения *y* из табл. 3.1:

Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое
B4	0	B9	40	B14	60
B5	**10**	B10	**43,3**	B16	**110**
B6	**20**	B11	**46,6**	B17	**155**
B7	**30**	B12	**50**	B18	**200**
B8	**35**	B13	**55**	B9	**250**

6. Введите в ячейки C3:AG3 значения *z* из табл. 3.1:

Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое
C3	**0**	K3	**8**	S3	**16**	AA3	**64**
D3	**1**	L3	**9**	T3	**17**	AB3	**75**
E3	**2**	M3	**10**	U3	**18**	AC3	**86**
F3	**3**	N3	**11**	V3	**19**	AD3	**97**
G3	**4**	O3	**12**	W3	**20**	AE3	**108**
H3	**5**	P3	**13**	X3	**31**	AF3	**119**
I3	**6**	Q3	**14**	Y3	**42**	AG3	**130**
J3	**7**	R3	**15**	Z3	**53**		

Распределение температур в перегруженном кремниевом диоде

		z (мкм)														
	T(K)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	1…
	0	300	425	462	463	453	440	424	405	389	380	381	385	391	376	44…
	10	300	429	465	465	456	443	426	407	390	382	383	387	393	378	44…
	20	300	441	478	476	466	453	435	415	397	388	389	395	401	384	45…
	30	300	474	512	505	495	480	460	436	416	406	407	413	420	400	47…
	35	300	528	569	554	542	522	497	467	443	430	430	436	439	415	49…
	40	300	779	766	659	669	617	572	527	496	482	480	480	476	449	51…
y (мкм)	43,3	486	414	419	448	461	459	451	443	440	442	448	452	451	440	49…
	46,6	329	327	332	342	352	360	366	370	377	384	392	398	403	404	44…
	50	308	307	309	312	316	320	324	328	333	338	344	350	356	360	38…
	55	303	302	303	303	304	305	306	308	309	311	313	316	319	322	33…
	60	301	301	301	301	301	301	301	301	301	301	302	302	302	303	30…
	110	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	30…
	155	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	30…
	200	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	30…
	250	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	30…

Рис 3.13. Таблица распределения температур в перегруженном кремниевом диоде

7. Введите в ячейки C4:AG18 значения температуры из табл. 3.1. Обратите внимание, что значения, вводимые в столбцы листа, соответствуют строкам таблицы (таблица расположена поперек листа).

   Теперь лист должен выглядеть, как показано на рис. 3.13.

Создание диаграммы

Посмотрим, как будут отображены введенные данные стандартной трехмерной каркасной диаграммой Excel.

1. Выделите ячейки B3:AG18 и выберите команду Правка ➤ Копировать.
2. С помощью команды Вставка ➤ Диаграмма запустите мастер диаграмм.
3. Создайте диаграмму со следующими свойствами:

   Тип: **Поверхность**
   Вид: **Проволочная (прозрачная) поверхность**
   Ряды в **строках**
   Использовать в качестве имен наборов данных **первый столбец**
   Использовать в качестве подписей оси *x* **первую строку**
   Легенда: **нет**
   Ось X (категорий): **z (мкм)**
   Ось Z (значений): **T (K)**
   Ось Y (рядов данных): **y (мкм)**
   Поместить диаграмму на **отдельном** листе

4. Перетащите ярлычок листа диаграммы так, чтобы новый лист расположился справа листа **рис. 3.13**. Присвойте диаграммному листу имя **рис. 3.14**.
5. Щелкните на стенке, основании или в углу диаграммы, чтобы в углах трехмерной "коробки", окружающей диаграмму, появились черные маркеры. Перетащите один из угловых маркеров и разверните изображение немного влево, чтобы оно лучше смотрелось.
6. Выделите вертикальную ось и выберите команду **Формат ➤ Выделенная ось**. В появившемся диалоговом окне перейдите на вкладку **Шкала** и измените минимальное значение на 300.

Получилась совсем неплохая диаграмма (рис. 3.14). Единственная проблема заключается в том, что при однородных линиях сетки значения температуры в верхнем левом углу изображения сильно растянуты. Из-за такого искажения диаграммы становится сложно понять, где происходит нагрев. Отобразим эти же данные по-другому, самостоятельно вычислив координаты линий сетки.

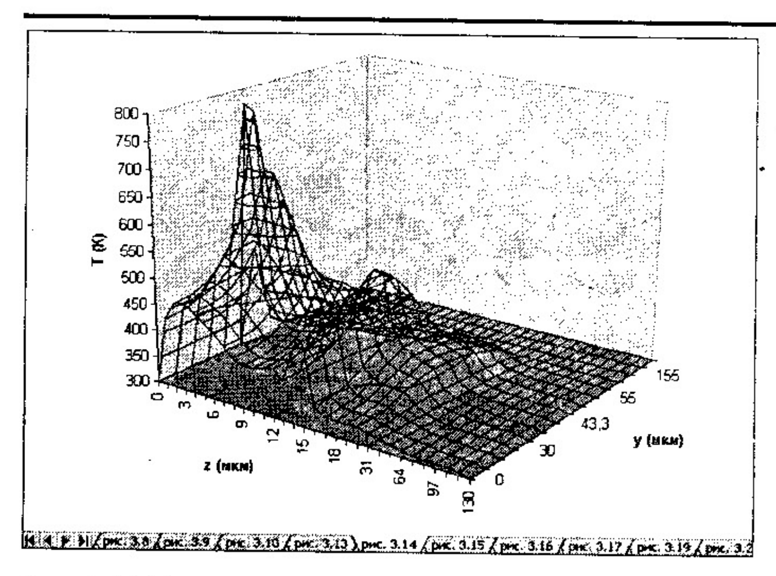


Рис. 3.14. Трехмерная каркасная диаграмма распределения температур в перегруженном кремниевом диоде

Создание таблицы с пропорционально расположенными линиями сетки

Сначала поместим данные *y*, *z* и *T* в три параллельных столбца на листе, а затем в других двух столбцах рассчитаем их проекцию на плоскость *x*-*y*.

1. Создайте новый лист и назовите его рис. 3.15.
2. Введите в ячейке A1 текст Распределение температур в перегруженном кремниевом диоде.

Необходимо выбрать угол поворота диаграммы и найти синус и косинус этого угла для проекции каждой точки. Вместо того, вычислять его каждый раз, сделайте это однажды и используйте результаты для всей таблицы. Прежде чем обратиться к тригонометрической функции, не забудьте перевести градусы в радианы.

3. Введите в указанные ячейки следующие значения:

Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое
D2	Угол проекции	E2	60
F2	=SIN(РАДИАНЫ(E2))	G2	=COS(RADIANS(E2))
A3	Y (μ)	B3	Z (μ)
C3	T (K)	D3	x
E3	y		

4. Выровняйте ячейки D2 и A3:E3 по левому краю.

Теперь все готово для ввода значений *y*. Заполняйте ячейки, вводя первое значение и копируя его в остальные ячейки массива. Для копирования значений можно использовать команды Копировать и Вставить меню Правка, команду Правка ➤ Заполнить ➤ Вниз или маркер заполнения.

5. Введите следующие значения в первую ячейку диапазона и скопируйте его в остальные ячейки.

Ячейки	Содержимое	Ячейки	Содержимое
A4:A34	0	A220:A290	50
A36:A66	10	A292:A322	55
A68:A98	20	A324:A354	60
A100:A130	30	A356:A386	110
A132:A162	35	A388:A418	155
A164:A194	40	A420:A450	200
A196:A226	43,3	A452:A482	250
A228:A258	46,6		

Теперь нужно ввести значения координаты *z*. Здесь можно использовать тот же прием: ввести значение в первую ячейку и скопировать его оттуда в остальные. Первый набор данных можно вообще не вводить, а скопировать из предыдущей таблицы. Для этого перейдите на лист предыдущего примера, скопируйте оттуда данные, вернитесь обратно, выделите нужный диапазон ячеек и выберите команду Правка ➤ Специальная вставка. В появившемся диалоговом окне установите флажок Транспонировать.

Когда первый набор значений будет введен, скопируйте их в остальные диапазоны, перетащив рамку диапазона в новое положение и, удерживая нажатой клавишу <Ctrl> (на Macintosh используется клавиша <Option>).

6. Введите значения в следующие диапазоны:

B4:B34	B164:B194	B324:B354
B36:B66	B196:B226	B356:B386
B68:B98	B228:B258	B388:B418
B100:B130	B260:B290	B420:B450
B132:B162	B292:B322	B452:B482

Введите следующие данные в первый диапазон ячеек, а потом скопируйте их в другие диапазоны:

0	8	16	64
1	9	17	75
2	10	18	86
3	11	19	97
4	12	20	108
5	13	31	119
6	14	42	130
7	15	53	

Теперь введем значения температуры. Убедитесь, что вводите правильные значения для каждой точки (y,z) и не забудьте вставить между наборами данных пустые строки. Самый быстрый способ сделать это — скопировать данные из предыдущего примера. Выделите строку данных в предыдущей таблице, поместите ее в буфер обмена, перейдите на лист текущего примера, выделите первую ячейку диапазона и примените команду Правка ➤ Специальная вставка. В появившемся диалоговом окне включите режим Транспонировать. Если не хотите набирать на клавиатуре 464 числа (это займет всего лишь около 15 минут), можете создать график формулы, приведенной в следующем пункте. Эта формула не имеет физического смысла, просто получается интересная диаграмма.

7. Используя данные из табл. 3.1, введите или скопируйте в ячейки C4:C482 464 значения температуры. Если хотите сэкономить время, можете ввести и скопировать в те же ячейки следующую формулу:

   =300+500*COS(A4*3*ПИ()/250)*COS(B4*3*PI()/130)*EXP(-A4/62)*
   EXP(-B4/33)

   На следующем шаге необходимо создать функции проекции.

8. Введите в ячейки D4:D482 и скопируйте формулу =B4+A4*$G$2
9. Введите в ячейки E4:E482 и скопируйте формулу =C4+A4*$F$2
10. Выделите следующие строки, потом щелкните на выделенном фрагменте правой кнопкой мыши и выберите из контекстного меню команду Очистить содержимое: 35, 67, 99, 131, 163, 195, 227, 259, 291, 323, 355, 387, 419 и 451.

Вставьте несколько дополнительных значений, предназначенных для рисования линий по краям изображения при минимальной температуре (300 K), чтобы визуально имитировать перспективу.

11. Введите в указанные ячейки следующие значения:

Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое
D483	**130**	E483	**300**
D484	**0**	E484	**300**
D485	**=0+250*$G$2**	E485	**=300+250*$F$2**
D486	**=130+250*$G$2**	E486	**=300+250*$F$2**

12. Отключите отображение линий сетки.

Теперь лист должен выглядеть, как показано на рис. 3.15.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Распределение температур в перегруженном кремниевом диоде								
2			Угол проекции:		60	0,866025	0,5		
3	Y (μ)	Z (μ)	T (K)	x	y				
4	0	0	300	0	300				
5	0	1	425	1	425				
6	0	2	462	2	462				
7	0	3	463	3	463				
8	0	4	453	4	453				
9	0	5	440	5	440				
10	0	6	424	6	424				
11	0	7	405	7	405				
12	0	8	389	8	389				
13	0	9	380	9	380				
14	0	10	381	10	381				
15	0	11	385	11	385				
16	0	12	391	12	391				

Рис. 3.15. Новая таблица распределения температур в перегруженном кремниевом диоде

Создание диаграммы с пропорциональной сеткой

Создадим диаграмму на основании данных в столбцах D и E.

1. Выделите ячейки D4:E486.
2. Щелкните на кнопке Мастер диаграмм.
3. Создайте диаграмму со следующими свойствами:
   Тип: **Точечная**;
   Вид: **Точечная диаграмма со значениями, соединенными отрезками без маркеров**;
   Ряды в **столбцах**;
   Использовать **первый столбец** в качестве координат по оси *x*;
   Легенда: **нет**;
   Название диаграммы: **Распределение температур в кремниевом диоде**;
   Ось X (категорий): **z (мкм)** ;
   Ось Y (значений): **T (K)** ;
   Подписи данных: **y (мкм)** ;
   Поместить диаграмму **в ячейках K2:R16**.
4. Щелкните на диаграмме, чтобы начать ее редактирование. Выделите область построения и щелкните на кнопке Цвет заливки на панели инструментов Форматирование. Выберите в раскрывающейся палитре белый цвет.

Теперь разметим ось *y*. Нужно добавить метки, создав новое скрытое изображение, и присвоив метки к каждой точке.

5. Скопируйте содержимое ячеек A354:E354 в ячейки L19:P19.
6. Скопируйте содержимое ячеек A418:E418 в ячейки L20:P20.
7. Скопируйте содержимое ячеек A482:E482 в ячейки L21:P21.
8. Выделите диапазон O19:P21 и выберите команду Правка ➤ Копировать.
9. щелкните на диаграмме, чтобы сделать ее доступной для редактирования.
10. Выберите команду Правка ➤ Специальная вставка. В появившемся диалоговом окне включите режимы новые ряды и Категории (значения по оси X) в первом столбце. Щелкните на кнопке OK.
11. Выделите новую кривую и выберите команду Формат ➤ Выделенный ряд. В появившемся диалоговом окне перейдите на вкладку Подписи данных, включите режим Значение и щелкните на кнопке OK.
12. Выделите подпись, находящуюся впереди остальных, и измените ее значение на **------60**.
13. Выделите подпись, находящуюся посередине, и измените ее значение на **------155 (мкм)**.
14. Выделите подпись, находящуюся позади, и измените ее значение на **------250**.
15. Щелкните на кривой, выберите команду Формат ➤ Выделенный ряд, перейдите на вкладку Вид и включите режим отсутствует в группах параметров Линия и Маркер.
16. Выделите горизонтальную ось и выберите команду Формат ➤ Выделенная ось. В появившемся диалоговом окне перейдите на вкладку Шкала и установите минимальное значение равным 0. Щелкните на кнопке OK.
17. Сохраните рабочую книгу.

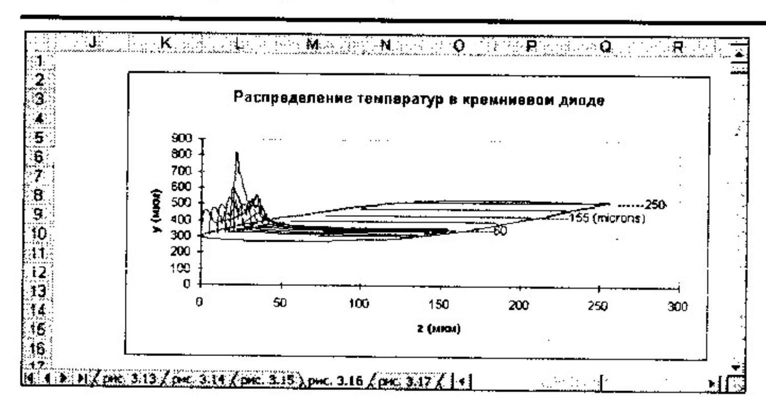


Рис. 3.16. Другой вариант трехмерной диаграммы распределения температур в перегруженном кремниевом диоде

Готовая трехмерная диаграмма должна выглядеть, как показано на рис. 3.16, если на шаге 7 вы использовали данные из таблицы, а не заменяющую их формулу. Диаграмма, созданная на основе формулы, изображена на рис. 3.17. Можно изменить значение угла отображения и посмотреть, как изменится вид диаграммы.



Рис. 3.17. Трехмерная диаграмма, построенная по замещающей формуле

Создание рисунков

Наряду со средствами для построения диаграмм, Excel предоставляет пользователю инструментарий для рисования. С помощью кнопок панели **Рисование** (рис. 3.18) можно создавать разноцветные линии, окружности и прямоугольники, позволяющие выделить на листе результаты вычислений. Чтобы вывести на экран панель инструментов **Рисование**, щелкните на кнопке **Рисование** панели инструментов **Стандартная** или выберите команду **Вид ➤ Панели инструментов ➤ Рисование**.

Кроме того, возможности графического представления данных в Excel можно использовать для создания на экране сложных рисунков. На рис. 3.19 представлено изображение, составленное из ломаных линий. Для его создания потребовалось примерно 425 пар координат, описывающих 53 отрезка. На оцифровку рисунка вручную и ввод пар точек на лист потребовался один вечер, что не так уж много для столь сложного рисунка. Конечно, сюда не входит время, потраченное моей женой Джулией на то, чтобы нарисовать исходное изображение.

Использование графических объектов на диаграммах повышает их наглядность. Например, если отображается выходной сигнал электрической цепи, добавление в углу диаграммы упрощенной схемы этой цепи делает результаты более понятными читателю. Для создания графики можно использовать либо инструменты рисования, либо сегментный рисунок, такой как на рис. 3.19.

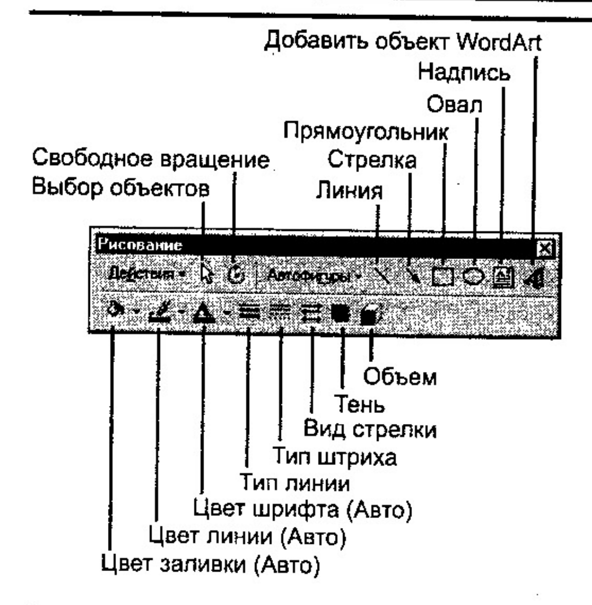


Рис. 3.18. Панель *Рисование* и ее инструменты

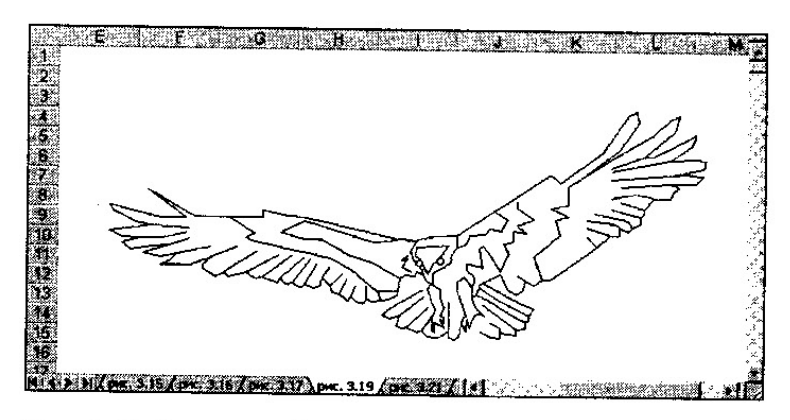


Рис. 3.19. Сегментный рисунок, созданный средствами графического отображения данных Excel (летящая скопа, автор — Джулия Стивенс Орвис)

Частотный фильтр Делианниса

Частотный фильтр Делианниса — это активная фильтрующая электрическая цепь, пропускающая частоты определенного диапазона и отфильтровывающая остальные. Схема такого фильтра показана на рис. 3.20. Ее коэффициент передачи, или передаточный коэффициент (отношение выходного напряжения к входному) определяется по следующей формуле.

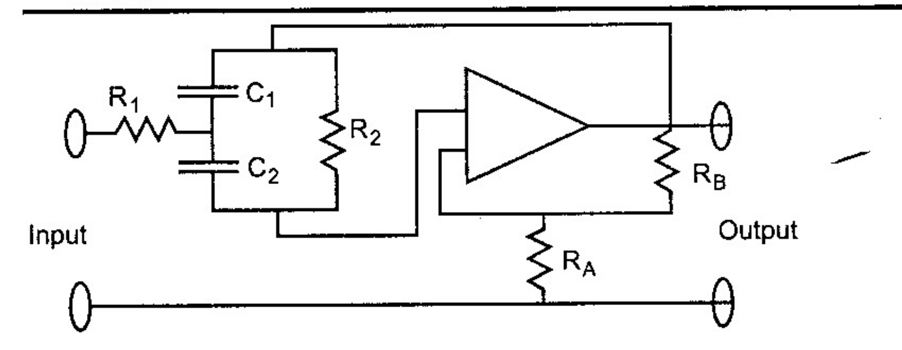


Рис. 3.20. Схема частотного фильтра Делианниса

ω

$$|G(i\omega)| = \frac{R_1C_2(1-1/k)}{\sqrt{(\omega_p^2-\omega^2)^2+\omega^2(\omega_p/Q_p)^2}}$$

Здесь ω — угловая частота:

$$k = 1 + \frac{R_A}{R_B}$$

$$\omega_p^2 = \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}$$

$$\frac{\omega_p}{Q_p} = \frac{1}{R_2C_1} + \frac{1}{R_2C_2} - \frac{1}{k-1}\frac{1}{R_1C_2}$$

Создание таблицы

Пусть $C_1 = C_2 = 1$ мкФ, $R_1 = R_2 = R_B = 10$ Ом и $R_A = 32$ Ом. Тогда центр полосы частот приходится примерно на 100 кГц. Задача: создать график коэффициента передачи и начертить на нем электрическую схему фильтра.

1. Создайте новый лист и назовите его рис. 3.21.
2. Присвойте столбцам следующую ширину:

A	3	E	9
B	10	F	9
C	10	G	9
D	23		

3. Введите в ячейке A1 текст **Частотный фильтр Делианниса**.
4. Введите в указанные ячейки следующие значения:

Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое
B3	**RES1**	C3	**10**	D3	**CAP1**
B4	**RES2**	C4	**10**	D4	**CAP2**
B5	**K**	C5	**=1+RESA/RESB**	D5	**WP**
E3	**1E-6**	F3	**RESA**	G3	**32**
E4	**1E-6**	F4	**RESB**	G4	**10**
		F5	**WPQP**		

5. Введите в ячейке E5 такую формулу:

   =КОРЕНЬ(1/(RES1*RES2*CAP1*CAP2))

6. Введите в ячейке G5 такую формулу:

   =1/(RES2*CAP1)+1/(RES2*CAP2)-(1/(K-1))*1/(RES1*CAP2)

7. Выровняйте ячейки B3:B5, D3:D5 и F3:F5 по правому краю.
8. Выделите ячейки B3:C5 и выберите команду Вставка ➤ Имя ➤ Создать. В появившемся диалоговом окне включите режим В столбце слева и щелкните на кнопке OK. Повторите эту операцию для ячеек D3:E5 и F3:G5.
9. Введите в указанные ячейки следующие значения:

Ячейка	Содержимое
B8	**Частота**
C8	**|G(s)|**
D8	**Примечания**

10. Введите в ячейки B9 и B10 числа 1E4 и 2E4. Выделите ячейки B9:B10 и перетащите маркер заполнения вниз до ячейки B49.

Частотный фильтр Делианниса

RES1	10	CAP1	1,00E-06	RESA	32
RES2	10	CAP2	1,00E-06	RESB	10
K	4,2	WP	100000	WPQP	1,69E+05

Частота	|G(s)|	Примечания
1,00E+04	0,13	Начало расчета фильтра
2,00E+04	0,26	
3,00E+04	0,38	
4,00E+04	0,49	
5,00E+04	0,58	
6,00E+04	0,66	
7,00E+04	0,71	
8,00E+04	0,75	
9,00E+04	0,77	
1,00E+05	0,78	
1,10E+05	0,77	
1,20E+05	0,76	
1,30E+05	0,74	
1,40E+05	0,72	
1,50E+05	0,70	
1,60E+05	0,67	
1,70E+05	0,65	

рис. 3.21

Рис. 3.21. Таблица для расчета коэффициента передачи частотного фильтра Делианниса

11. Введите в ячейку C9 и скопируйте в диапазон C9:C49 следующую формулу:

    =(B9/(RES1*CAP2*(1-1/K)))/SQRT((WP^2-B9^2)^2+WPQP^2*B9^2)

12. Введите в ячейке D9 текст Начало расчета фильтра.
13. Введите в ячейке D49 текст Конец расчета фильтра.
14. Присвойте ячейкам B9:B133, E3:E5 и G5 экспоненциальный, а ячейкам C9:C135 — числовой формат с двумя десятичными знаками.
15. Присвойте таблице обрамление, как показано на рис. 3.21.
16. Отключите отображение линий сетки.

На этом ввод данных для расчета коэффициента передачи заканчивается. Рабочий лист должен выглядеть, как показано на рис. 3.21.

Создание диаграммы

Построим график коэффициента передачи частотного фильтра.

1. Выделите ячейки B9:C49 и щелкните на кнопке Мастер диаграмм.
2. Пройдите шаги Мастера диаграмм и введите следующую информацию:

   Тип: **Точечная**;

   Вид: **Точечная диаграмма со значениями, соединенными сглаживающими линиями без маркеров**;

   Ряды **в столбцах**;

   Использовать **первый столбец** в качестве координат по оси *x*;

   Легенда: **нет**;

   Название диаграммы: **Частотный фильтр Делианниса**;

   Ось X (категорий): **Угловая частота (рад/с)** ;

   Ось Y (значений): **Коэффициент передачи**;

   Поместить диаграмму **в ячейках I1:Q18**.

3. Щелкните на диаграмме, чтобы сделать ее доступной для редактирования. Щелкните на области построения и выберите команду Формат ➤ Выделенная область построения. В появившемся диалоговом окне включите режим прозрачная в группе параметров Заливка. Щелкните на кнопке OK, затем — на рабочем листе, чтобы отменить выделение диаграммы.
4. Выделите диаграмму и перетащите ее вниз, удерживая нажатой клавишу <Ctrl>. Получится копия исходной диаграммы. Она нам понадобится позже.

Создание чертежа электрической схемы с помощью инструментов рисования

В первой копии диаграммы нарисуйте электрическую схему фильтра, используя инструменты рисования. Для этого сначала сделайте видимой панель инструментов Рисование и увеличьте изображение, чтобы было легче создавать чертеж.

1. Прокрутите лист до тех пор, пока верхняя диаграмма не станет видимой и щелкните на ней, чтобы сделать ее доступной для редактирования.
2. Щелкните на кнопке Рисование панели инструментов Стандартная. Появится панель инструментов Рисование.
3. Поместите панель Рисование на экране так, чтобы ею было удобно пользоваться.
4. Установите в строке Масштаб панели инструментов Стандартная увеличение 200%.
5. Используя инструменты рисования, начертите электрическую схему, показанную на рис. 3.20. Основная работа выполняется с помощью инструмента Линия. Чтобы нарисовать четыре эллипса, используйте инструмент Овал, а для обозначения компонентов цепи — инструмент Надпись. С помощью команды Формат ➤ Объект откройте диалоговое окно Формат Объекта, перейдите на вкладку Цвета и линии и отмените обрамление и заливку текстовых областей. Затем перейдите на вкладку Шрифт, выберите на ней размер шрифта, равный 8 пунктам и включите режим нижний индекс.

Экспресс-метод

Процесс рисования можно ускорить, сначала начертив один из одинаковых объектов — например, резистор — а потом используя его копии. Чтобы скопировать объект, выделите его и перетащите на новое место, удерживая нажатой клавишу <Ctrl>.

6. Восстановите отображение диаграммы в натуральную величину, введя в строке Масштаб значение 100%.
7. С помощью инструмента Выбор объектов панели Рисование выделите весь рисунок.
8. Выберите из раскрывающегося меню Действия команду Группировать. Все элементы рисунка сгруппируются в один объект и будут передвигаться вместе. Для последующего редактирования рисунка его нужно будет разгруппировать.

Диаграмма должна выглядеть, как показано на рис. 3.22.

Создание чертежа электрической схемы по точкам

Теперь попробуем сделать то же самое со второй копией диаграммы, но воспользуемся дополнительным набором данных. Чтобы определить координаты *x* и *y* для концов отрезков, образующих чертеж, я сделал эскиз на бумаге в клеточку. Все объекты должны быть нарисованы в том же масштабе, что и уже готовая диаграмма. Следовательно, нужно рисовать схему на равномерной сетке, а потом использовать простую функцию для отображения на диаграмме значений из таблицы.

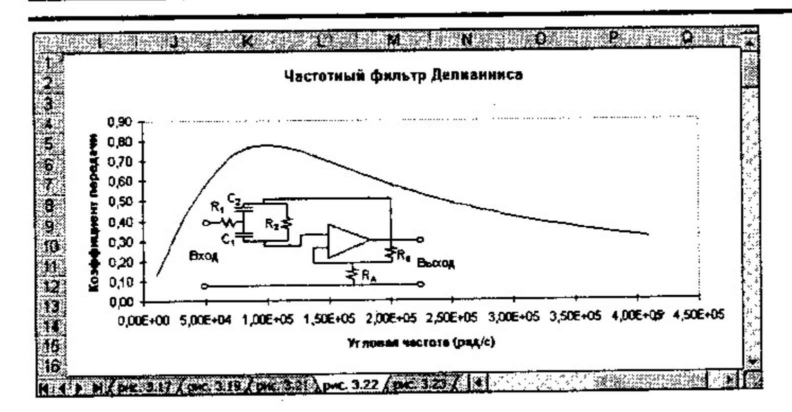


Рис. 3.22. График коэффициента передачи частотного фильтра Делианниса. Чертеж электрической схемы выполнен с помощью инструментов рисования

1. Введите в ячейки B52:D133 следующие значения:

Строка	Столбец B	Столбец C	Столбец D
53			Координаты схемы
54	0,5	1,0	"земля"
55	3,0	1,0	
56			
57	2,3	1,0	Резистор A
58	2,3	1,2	
59	2,35	1,3	
60	2,25	1,4	
61	2,35	1,5	
62	2,25	1,6	
63	2,35	1,7	
64	2,35	1,8	
65	2,3	2	
66			
67	2,0	2,4	Операционный усилитель
68	2,5	3,0	
69	2,0	3,6	
70	2,0	2,4	
72	2,0	2,6	Резистор B и проводник
73	1,9	2,6	между входной схемой
74	1,9	2,0	и операционным усилителем
75	2,8	2,0	
76	2,8	2,2	
77	2,85	2,3	
78	2,75	2,4	
79	2,85	2,5	
80	2,75	2,6	
81	2,85	2,7	
82	2,8	2,8	
83	2,8	4,2	

Строка	Столбец B	Столбец C	Столбец D
84	1,25	4,2	
85	1,25	3,9	
86			
87	1,0	3,5	Резистор 2
88	1,0	3,9	
89	1,5	3,9	
90	1,5	3,3	
91	1,45	3,2	
92	1,55	3,1	
93	1,45	3,0	
94	1,55	2,9	
95	1,45	2,8	
96	1,5	2,7	
97	1,5	2,1	
98	1,0	2,1	
99	1,0	2,5	
100			
101	0,85	2,5	
102	1,15	2,5	Конденсатор 1
103			
104	0,85	2,6	
105	1,15	2,6	
106			
107	0,85	3,4	Конденсатор 2
108	1,15	3,4	
109			
110	0,85	3,5	
111	1,15	3,5	
112			
113	0,5	3,0	Резистор 1
114	0,6	3,0	
115	0,65	3,1	
116	0,7	2,9	
117	7,5	3,1	
118	0,8	2,9	
119	0,85	3,1	
120	0,9	3,0	
121	1,0	3,0	
122			
123	2,5	3,0	Выходной контакт
124	3,0	3,0	
125			
126	1,0	2,6	Проводник между C1 и C2
127	1,0	2,6	
128			
129	1,25	2,1	Проводник между
130	1,25	1,8	входной схемой и
131	1,8	1,8	операционным усилителем
132	1,8	3,3	
133	2,0	3,3	

Теперь создадим функцию отображения, преобразующую значения в столбцах B и C в единицы, используемые в диаграмме. Это делается путем простого линейного преобразования каждого значения.

2. Введите в указанные ячейки следующие значения:

Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое
D51	**Смещение**	E51	**0**	F51	**0**
D52	**Множитель**	E52	**1E5**	F52	**0,1**
		E53	**x**	F53	**y**
		E54	**=E$51+E$52*B54**	F54	**=F$51+F$52*C54**

3. Выделите ячейки E54:F54 и перетащите маркер заполнения вниз до ячейки F133.
4. Просмотрите таблицу сверху вниз и удалите содержимое всех ячеек в столбцах E и F, которые соответствуют пробелам в столбцах B и C.
5. Разграфите таблицу, как показано на рис. 3.23. Выделите ячейки E54:F133 и выберите команду Правка ➤ Копировать.
6. щелкните на сделанной ранее копии диаграммы, чтобы сделать ее доступной для редактирования.
7. Выберите команду Правка ➤ Специальная вставка. В появившемся диалоговом окне включите режим Значения (Y) в столбцах и установите флажок Категории (подписи оси X) в первой строке, затем щелкните на кнопке OK.

	A	B	C	D	E	F	G	H
49		4,10E+05	0,31	Конец расчета фильтра				
50								
51				Смещение	0	0		
52				Множитель	1,00E+05	0,1		
53				Координаты схемы	x	y		
54		0,50	1,00	"земля"	5,00E+04	0,10		
55		3,00	1,00		3,00E+05	0,10		
56								
57		2,30	1,00	Резистор A	2,30E+05	0,10		
58		2,30	1,20		2,30E+05	0,12		
59		2,35	1,30		2,35E+05	0,13		
60		2,25	1,40		2,25E+05	0,14		
61		2,35	1,50		2,35E+05	0,15		
62		2,25	1,60		2,25E+05	0,16		
63		2,35	1,70		2,35E+05	0,17		
64		2,30	1,80		2,30E+05	0,18		
65		2,30	2,00		2,30E+05	0,20		
66								
67		2,00	2,40	Операционный усилитель	2,00E+05	0,24		
68		2,50	3,00		2,50E+05	0,30		
69		2,00	3,60		2,00E+05	0,36		
70		2,00	2,40		2,00E+05	0,24		
71								
72		2,00	2,60	Резистор B и проводник	2,00E+05	0,26		

рис. 3.19 / рис. 3.21 / рис. 3.22 / рис. 3.23 / рис. 3.24

Рис. 3.23. Данные для создания схемы частотного фильтра

8. Выделите электрическую схему и выберите команду Формат ➤ Выделенный ряд. В появившемся диалоговом окне перейдите на вкладку Вид. Включите режим отсутствует в группе параметров

Маркер, выберите черный цвет линии черный и сбросьте флажок **Сглаженная линия**. Затем щелкните на кнопке ОК.

9. С помощью свободного текста (введенного в поле формулы при выделенной диаграмме), создайте четыре окружности по углам схемы (используйте маленькую букву *о*) и введите обозначения резисторов и конденсаторов. Выберите команду **Формат ➤ Объект**. В появившемся диалоговом окне перейдите на вкладку **Шрифт** и уменьшите размер текста до 8 пунктов. Затем перейдите на вкладку **Цвета и линии** и отмените обрамление и заливку.
10. Щелкните на листе вне окна диаграммы.

Готовая диаграмма должна выглядеть, как показано на рис. 3.24.

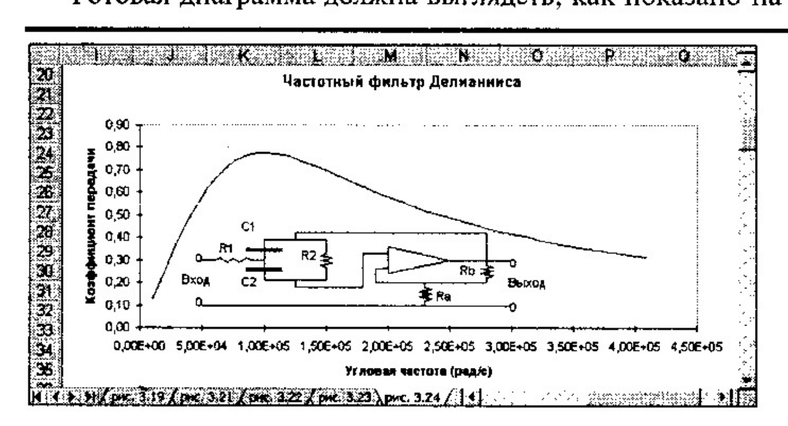


Рис 3.24. График коэффициента передачи частотного фильтра Делианниса. Чертеж электрической схемы выполнен по табличным данным

✓ Совет

> На самом деле существует гораздо более простой способ поместить в диаграмму графический объект: нарисовать его с помощью графического редактора, скопировать рисунок и вставить его в рабочий лист или диаграмму. В большинстве графических редакторов работать легче, чем создавать рисунки в Excel.

Резюме

В этой главе было показано, как создавать диаграммы на основе табличных данных и улучшать их внешний вид с помощью надписей, меток, легенд и заголовков. Кроме обычных функций построения графиков, были исследованы графические возможности Excel, позволяющие выполнять другие типичные исследовательские и инженерные задачи, такие как создание логарифмических, полулогарифмических и трехмерных диаграмм, а также добавление к ним простых рисунков.

Немного изобретательности — и с помощью описанных в данной главе приемов вы сможете решить большинство задач отображения и представления данных. Для других систем координат, например полярных, применяйте линейное преобразование данных в линейные x- и y-координаты Excel. Сначала постройте график, а затем добавьте необходимые оси координат и надписи с помощью графического инструментария Excel.

Дополнительная литература

Сопротивление кремния

S. M. Sze, *Physics of Semiconductor Devices*, 2nd ed. (New York: Wiley, 1981), Ch. 1.

Коэффициент лавинного умножения электронов в кремнии

W. N. Grant, "Electron and Hole Ionization Rates in Epitaxial Silicon at High Electric Fields," *Solid State Electronic 16* (1973):1189-1203.

Частотный фильтр Делианниса

D. G. Fink and D. Christiansen, *Electronics Engineers' Handbook* (New York: McGraw Hill, 1982).

Обзорные задачи

1. Постройте график результатов первой инженерной таблицы в предыдущей главе (теплопроводность кремния). Не забудьте подписать оси.
2. Гиперболический синус (sinh) угла в радианах вычисляется по формуле:

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

   a. Используя эту формулу, вычислите значения sinh(x) для 40 значений x от 0 до 2π радиан. Постройте график по этим значениям и сделайте подписи под осями.
   b. Добавьте на ту же координатную плоскость графики гиперболического косинуса (cosh) и гиперболического тангенса (tanh). Создайте легенду.

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \qquad \tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$$

   c. Разместите названия кривых возле самих кривых с помощью функции подписи данных, а не легенды.

3. Измените пример с уравнением Ван-дер-Ваальса из предыдущей главы так, чтобы вычислить таблицу трех изотерм уравнения состояния Ван-дер-Ваальса для двуокиси углерода. Пусть объем изменяется от 0,06 до 0,4 л/моль с шагом 0,01. Вычислите в трех столбцах давление при температурах 264 К, 304 К и 344 К. Постройте график зависимости давления от объема для этих трех изотерм и подпишите под ними значения температуры.
4. Выполните упражнение 3, используя вместо уравнения Ван-дер-Ваальса закон идеального газа.
5. Выполните упражнение 2 на полулогарифмической координатной плоскости. Постройте логарифмический график гиперболических функций для значений x от 0 до 10.
6. Создайте шаблон для графиков в полярной системе координат. Начертите на экране оси x и y в диапазоне от -2,5 до +2,5 с точкой отсчета в центре. Нарисуйте окружности с радиусами 1 и 2, обе с центром в точке отсчета. Создайте функцию преобразования для пересчета координат r и v в значения x и y, которые могут быть внесены в шаблон.
7. Постройте график функции "четырехлепестковой розы" в полярной системе координат, созданной в упражнении 6:

   $r = a\sin(2\theta) \quad 0 < \theta < 2\pi \qquad a = 2$

8. Постройте график зависимости напряжения в нагруженной балке из примера в главе 2 от положения нагрузки. В углу графика сделайте чертеж балки, закрепленной одним концом (рис. 2.14). (Нарисуйте прямую балку, а не искривленную.)
9. Постройте по таблице калибровки линейного переменно-дифференциального трансформатора из главы 2 график четырех кривых калибровки в зависимости от показаний вольтметра. Сделайте в легенде соответствующие пометки.
10. Для примера расчета собственной концентрации носителей заряда из главы 2 постройте график зависимости ширины запрещенной зоны и собственной концентрации (логарифмический) от температуры. Надпишите кривые.
11. Создайте трехмерный график функции $\sin(x \times y)$ для x и y, изменяющихся от $-\pi$ до $+\pi$.
12. Создайте трехмерный график в виде проволочного каркаса для примера объемного графика, рассмотренного в главе. (На каркасном графике точки соединены в обоих направлениях, а не в одном, как это было в примере.) Сначала нанесите данные вдоль оси y, как в примере, а потом еще раз вдоль оси z. Результат должен выглядеть как натянутая на точки данных сеть, образуя поверхность в пространстве.

Упражнения

1. Средняя скорость молекул идеального газа вычисляется по формуле:

$$c = \sqrt{\frac{3P}{\rho}},$$

где ρ — плотность (для воды ρ = 1000 кг/м^3), а P — давление в Н/м^2. Вычислите и постройте диаграмму скоростей при давлениях от 0,001 до 100 атм. В случае необходимости используйте логарифмическую шкалу.

2. В главе 2 была создана таблица зависимости относительной и абсолютной величины звезд от расстояния до светила (рис. 2.12). Вычислите эту таблицу и постройте диаграмму в виде двумерного проволочного каркаса, используя встроенные процедуры создания трехмерных диаграмм.
3. Отобразите данные из задачи 2 на трехмерной диаграмме с объемной поверхностью. Сравните результат с задачей 2.
4. Данные из задачи 2 в действительности следует отображать на вертикальной логарифмической шкале. Измените вертикальную шкалу на логарифмическую и снова создайте диаграммы в виде проволочного каркаса и объемной поверхности.
5. Изменения эклиптической долготы (X) и значения наклона эклиптики к экватору (ε) вычисляются по формулам:

$$X = 50.2564'' + 0.00222''t$$

$$\varepsilon = 23^0 27' 8.26'' - 0.4684''t,$$

где t — количество лет после 1900 года. Вычислите X и ε для всех t от 0 до 100 и постройте диаграмму на основе полученных результатов. Нарисуйте на диаграмме фрагменты рис. 2.7, иллюстрирующие X и ε.

6. Цистерна диаметром 3 м и высотой 3 м наполнена водой. В ее нижней части расположена труба диаметром 5 см и длиной 30 см. Считая, что давление воды составляет 1 Па/см^2 на 1 м глубины, постройте диаграмму скорости вытекания жидкости по трубе для различных высот столба воды в цистерне. См. закон Пуазейля в упражнении 6 главы 2.
7. Выполните упражнение 6, начертив иа полях диаграммы эскиз цистерны и трубы, по которой вытекает вода.
8. Вычислите синус, косинус, тангенс, секанс, косеканс и котангенс для углов в диапазоне от -2π до 2π и на основе результатов создайте диаграмму. Не забудьте подписать кривые.
9. Вычислите и отобразите на диаграмме зависимость времени t от скорости вытекания Q воды из цистерны (см. упражнение 6). Закон Пуазейля описывает зависимость скорости вытекания от давления. Давление — это глубина, помноженная на константу, а глубина — это

объем цистерны, деленный на площадь основания. Сложите все это — и получите простое дифференциальное уравнение, которое можно решить аналитически:

$$Q = KV_0 \, e^{-Kt},$$

где:

$$K = \frac{\pi a^4 u}{8\eta l A},$$

a — радиус трубы, u — падение давления на единицу глубины (для воды 0,2 Па/см^2 на м), v — вязкость, l — длина трубы, A — площадь поперечного сечения цистерны.

10. Для примера с термоэлектрическим радиатором из главы 2 (рис. 2.18) преобразуйте калькулятор функции в таблицу. Вычислите и постройте диаграмму термоэлектрического КПД и величины теплопередачи при входиом токе, изменяющемся от 20 до 40 А.

Глава 4

Использование Visual Basic for Applications

В этой главе

- ✓ **Запись макросов**
- ✓ **Создание функций**
- ✓ **Создание приложений**

В 1994 году поддержка макрокоманд компоиентами пакета Microsoft Office в значительной степени расширилась. Разработчики преследовали цель сделать Visual Basic основным макроязыком стандартных приложений, и программа Excel первой подверглась изменениям. Visual Basic удачно справился с ролью языка для разработки приложений Windows, в чем немалая заслуга визуального интерфейса (пользователь может как бы "нарисовать" приложеиие) и относительной простоты этого языка. Многие профессиональные программисты глумятся над Basic, упрямо ие желая замечать, что Visual Basic является полноправным языком программирования, поддерживающим блочные структуры, процедуры и объекты. В приложение Excel иитегрирована иеполная версия VB под названием Visual Basic, Application Edition или Visual Basic for Applications, которая обладает большей частью стандартных функциональных возможностей. Кроме того, эта специальная версия поддерживает объекты, которые позволяют обращаться к содержимому ячеек и управлять приложеиием Excel.

Если вы уже имеете опыт программирования иа одной из современных версий Basic или FORTRAN, то иаверняка будете чувствовать себя комфортно в среде Visual Basic. Если вы программист иа С или Pascal, переход иа новый язык тоже вряд ли будет болезненным. С другой стороны, программирующим на GW-BASIC или BASICA придется переосмыслить некоторые концепции, поскольку современный Basic значительно отличается от своих предшественников.

Visual Basic for Applications является полиофункциональным языком программироваиия, заслуживающим отдельной книги (уж я-то знаю, поскольку написал имеиио такую книгу). В этой главе будут рассмотрены функциональные возможности, которые окажутся полезными для инженеров и научных работников. Тем не менее, дать полное описание языка программирования в одной главе просто невозможно. Дополнительные сведения о языке можно почерпнуть в одной из книг, перечисленных в

разделе этой главы "Дополнительная литература". В поисках описания функций и поддерживаемых возможностей полезно будет заглянуть в *Руководство пользователя Excel* , а также в систему интерактивной справки.

Создание процедур Visual Basic

Процедурой в Visual Basic считается фрагмент кода, выполняемый как один блок. Процедура в обязательном порядке имеет заголовок и завершающую инструкцию, между которыми и находится собственно выполняемый код. Синтаксис заголовка процедуры:

Sub *Имя_Проц*(*аргум*)

где *Имя_Проц* соответствует имени процедуры, а *аргум* — всем аргументам, переданным в процедуру. Инструкция завершения

End Sub

ставится за последним выражением процедуры.

Процедуры помещаются в отдельный модуль рабочей книги Excel. Чтобы вставить модуль в рабочую книгу Excel, запустите редактор Visual Basic с помощью команды Сервис ➤ Макрос ➤ Редактор Visual Basic или комбинации клавиш <Alt+F11>. В результате будет открыто приложение Microsoft Visual Basic, основное окно которого показано на рис. 4.1.

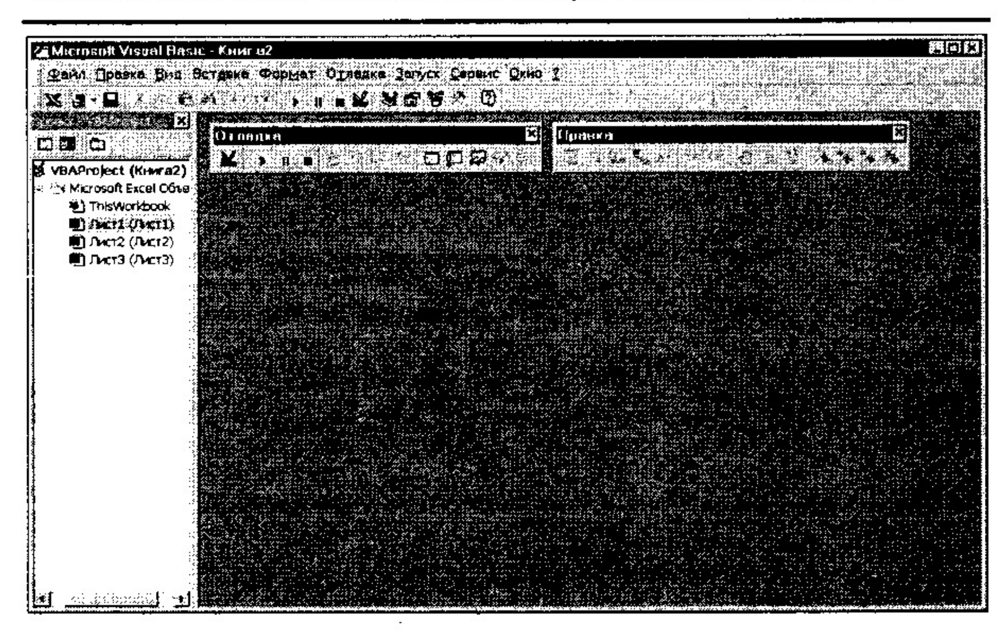


Рис. 4.1. Редактор Microsoft Visual Basic

Выполните команду Вставка ➤ Модуль, после чего должно появиться диалоговое окно нового модуля. Теперь можно выполнить команду

Вставка ➤ Процедура. В диалоговом окне Вставка процедуры (рис. 4.2) необходимо задать имя процедуры, ее тип и область определения. Щелкните на кнопке OK — в окне модуля появится заготовка для процедуры (заголовок и инструкция завершения). Панель инструментов Отладка (рис. 4.3) содержит все необходимые для выполнения и трассировки процедур Visual Basic кнопки.

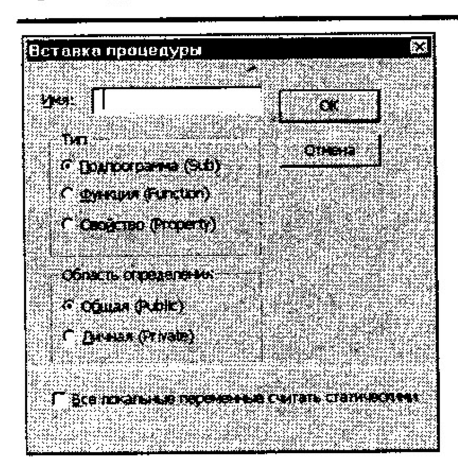


Рис. 4.2. Диалоговое окно Вставка процедуры



Рис. 4.3. Панель инструментов Отладка

Пользователю предоставлена возможность вставлять в создаваемые приложения специальные диалоговые окна (формы) с кнопками, флажками, переключателями и другими элементами управления, которые являются составной частью интерфейса приложения. Для создания такой формы следует выполнить в редакторе Visual Basic команду Вставка ➤ UserForm. В результате будет открыто диалоговое окно для создания формы и появится панель инструментов Элементы управления (рис. 4.4). Для создания объекта просто щелкните на соответствующей кнопке панели инструментов и нарисуйте объект в диалоговом окне. В предыдущих версиях Excel был реализован несколько иной подход к созданию диалоговых окон, однако пользователям не придется рисовать формы в редакторе Visual Basic или непосредственно на рабочем листе. Дело в том, что при желании в рабочую книгу можно вставить так называемое диалоговое окно Excel.

После создания объекта в диалоговом окне ему следует назначить процедуру Visual Basic. Щелкните на объекте правой кнопкой и выберите из контекстного меню команду Программа. Если в предыдущих версиях

можно было присвоить объекту существующий макрос, выбрав его из списка, то в Excel 97 процедуру можно написать и самостоятельно. Однако теперь пользователь может определить процедуры для каждого возможного действия над кнопкой (щелчок, двойной щелчок, перемещение указателя мыши над объектом и т.д.). Окно модуля, позволяющее создать процедуру, показано на рис. 4.5.

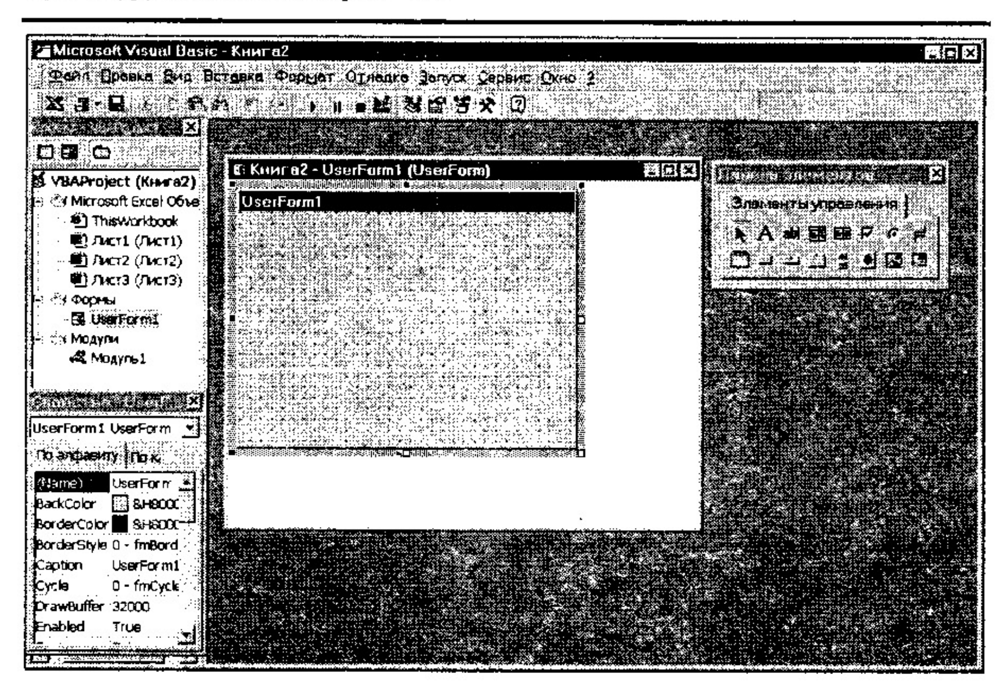


Рис. 4.4. Средства создания форм в Microsoft Visual Basic

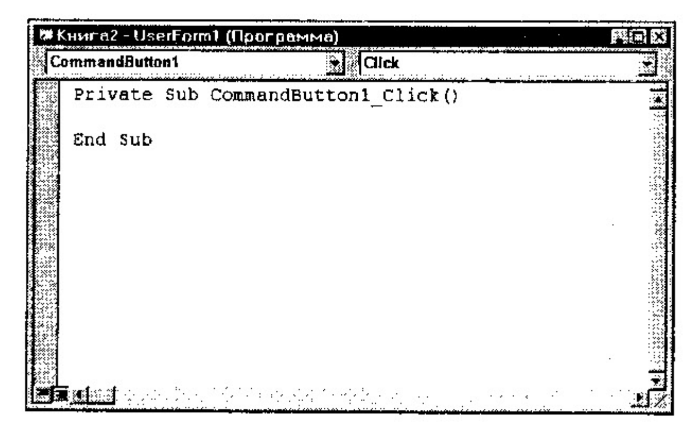


Рис. 4.5. Окно модуля

Объектно-ориентированное программирование

В соответствии с концепцией объектно-ориентированного программирования данные (свойства) и код (методы), манипулирующий этими данными, интегрируется в один "контейнер", который и называется объектом. В Visual Basic кнопка является объектом, который содержит данные о расположении в диалоговом окне, размере, цвете и отображаемом тексте. Объект также содержит код для прорисовки кнопки на экране, для создания иллюзии нажатой кнопки, а также для запуска заданных пользователем процедур после выполнения над кнопкой определенных действий.

Манипуляции с объектом осуществляются либо путем изменения свойств, либо путем выполнения присущих ему методов. Например, объект типа "кнопка" обладает свойствами Left и Top, которые задают его расположение относительно верхнего левого угла диалогового окна. С помощью этих параметров процедура может определять текущее расположение кнопки и, в случае необходимости, изменять его. Объект такого типа также обладает методом Copy, который после выполнения помещает копию кнопки в буфер обмена.

Для поддержки новых и усовершенствованных функциональных возможностей в объектную модель Microsoft Excel 97 Visual Basic были внесены значительные изменения. Многие объекты, свойства и методы были изменены. Для обеспечения возвратной совместимости большая часть замененных компонентов была просто скрыта, а не удалена. Это означает, что такие компоненты по умолчанию не будут фигурировать в иерархических средствах просмотра объектов, но существующий код, который использует скрытые компоненты, по-прежнему будет корректно функционировать. Тем не менее, при создании собственных программ на Visual Basic следует использовать только новые объекты, свойства и методы.

Обращение к объектам в Visual Basic

Visual Basic for Applications не принадлежит к полностью объектно-ориентированным языкам, в которых программист может создавать собственные объекты. Однако любой элемент Excel является объектом и, следовательно, доступен из программы Visual Basic. Более того, обращаться можно не только к ячейкам или рабочим листам, но и ко всем командам и функциям приложения Excel.

В соответствии с объектной моделью Visual Basic, любая ячейка или группа ячеек является объектом Range, который, в свою очередь, является производным от объекта Worksheet. При обращении к свойству объекта следует точно указывать всю иерархию контейнеров. Например, для обращения к значению ячейки A1 рабочего листа Тек_расчеты в рабочей книге План необходимо использовать следующую конструкцию:

Application.Workbooks("План").Sheets("Тек_расчеты").Range("A1").Value

Итак, все объекты разделяются точками. В том случае, если названия объекта и его свойства совпадают, то для обращения к объекту используется точка, для обращения к свойству — восклицательный знак (!).

Совсем необязательно перечислять все объекты. Вместо пропущенных "родительских" объектов по умолчанию подразумевается активизированные в текущий момент. Поэтому в большинстве случаев для обращения к ячейке достаточно указать только рабочий лист и диапазон. Например:

Sheets("Тек_расчеты").Range("A1")

Кроме того, существуют специальные объекты, соответствующие активизированным элементам рабочей книги. Например, объект ActiveSheet соответствует выделенному в настоящее время рабочему листу, а объект ActiveCell — ячейке. Следовательно, для обращения к текущей ячейке текущего рабочего листа можно воспользоваться конструкцией ActiveSheet.ActiveCell.

Примечание

Для ознакомления со всеми свойствами и методами объекта можно воспользоваться диалоговым окном **Просмотр объектов** (см. рис. 4.6). Чтобы открыть это диалоговое окно, щелкните на кнопке с таким же названием, расположенной на панели инструментов **Стандарт** редактора Visual Basic. Затем выберите в диалоговом окне библиотеку и сам объект. В результате будет отображен список всех существующих свойств и методов объекта. В нижней части окна для каждого выбранного свойства или метода выводится его синтаксис. Чтобы раскрыть посвященный методу (свойству) раздел справочной системы, щелкните на кнопке со знаком вопроса (**?**).

Создание процедур с целью автоматизации рутинных задач

Большинство элементарных процедур Visual Basic предназначено для автоматизации рутинных операций над рабочими листами. Процедуры подобного типа называются командными, поскольку они выполняются как команды меню. Практически любую рутинную задачу (ввод единообразных данных, несложные расчеты и т.д.) можно автоматизировать с помощью командных процедур, которые призваны сохранить время пользователям при выполнении повторяющихся действий. Кроме того, процедуры оказываются просто незаменимы во время создания автоматизированных рабочих листов для неподготовленных пользователей Excel. Потратьте некоторое время на изучение этой главы, и вы сможете удивить своих коллег и друзей рабочими листами, которые будут автоматически выполнять необходимые действия без вашего вмешательства.

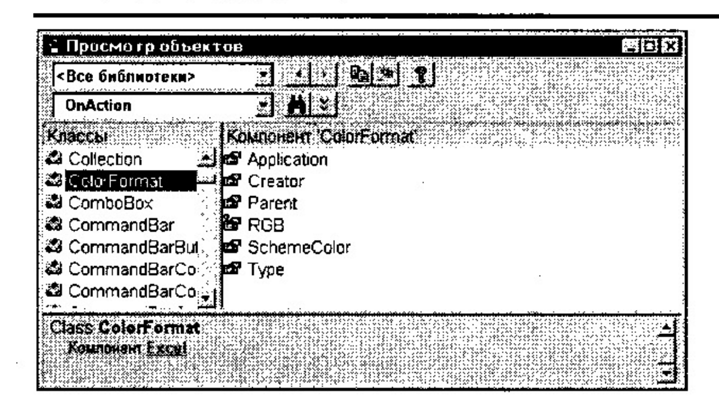


Рис. 4.6. Диалоговое окно Просмотр объектов

Запись процедуры

Командную процедуру легко создать и еще проще использовать. Придайте рабочему листу такой вид, который он должен иметь перед запуском процедуры и выполните команду **Сервис ➤ Макрос ➤ Начать запись.** В результате появится изображенное на рис. 4.7 диалоговое окно.

В этом диалоговом окне следует задать название макроса или согласиться с предложенным Excel по умолчанию и (что необязательно) назначить для макроса комбинацию клавиш. Последнюю операцию можно будет проделать позже, во время присвоения макроса кнопке панели инструментов. Макрос можно сохранить в текущей рабочей книге, новой книге или личной книге макросов. Если записываемую процедуру предполагается использовать в различных рабочих книгах, ее целесообразно сохранить в личной книге макросов, которая загружается при каждом запуске Excel. Локальные процедуры следует помещать в ту книгу, в которой они будут использоваться. Чтобы создать краткое описание макроса, введите необходимый текст в поле **Описание**.

Запись макроса
Имя макроса:
Макрос1
OK
Сочетание клавиш: Сохранить в:
Отмена
Ctrl+ e
Эта книга
Описание:
Макрос записан 23.02.98 (Sergey Murashkin)

Рис. 4.7. Диалоговое окно Запись макроса

Если в предыдущих версиях Excel существовала возможность записывать макросы на различных языках программирования, то теперь пользователю уже не приходится выбирать язык для создания процедуры.

После щелчка на кнопке ОК появится панель инструментов **Остановка записи** с кнопкой **Остановить запись**, а приложение Excel начинает записывать все ваши действия, включая открытие и закрытие файлов, создание формул и т.д. Выполнив необходимую последовательность действий, выберите команду **Сервис ➤ Макрос ➤ Остановить запись** или щелкните на кнопке **Остановить запись**.

Если процедура записывалась на листе модуля, переключитесь на него с помощью ярлычков или кнопок прокрутки, расположенных в нижней части окна рабочей книги.

Примечание

По умолчанию, при записи макроса используются абсолютные ссылки. Макрос, записанный с абсолютными ссылками, при выполнении всегда обрабатывает те же ячейки, которые обрабатывались при его записи. Для того чтобы с помощью макроса обрабатывать произвольные ячейки, следует записать его с относительными ссылками. Для этого щелкните на кнопке **Относительная ссылка** на панели инструментов **Остановка записи**. Относительные ссылки будут использоваться до конца текущего сеанса работы в Microsoft Excel или до повторного нажатия кнопки.

Редактирование существующих макросов

Подкорректировать предварительно записанный макрос можно только в редакторе Visual Basic. В меню **Сервис** приложения Excel установите указатель мыши на пункт **Макрос** и выполните команду **Макросы** (или нажмите комбинацию клавиш <Ctrl+F8>). Выберите имя макроса из списка и щелкните на кнопке **Изменить**. В результате соответствующий макросу код будет открыт в редакторе Visual Basic.

Назначение макроса объекту

Вместо того чтобы запускать макрос-процедуру с помощью комбинации клавиш или через меню **Сервис**, его можно назначить объекту (например, кнопке). Для инициирования макроса достаточно будет щелкнуть на объекте. Кнопку можно создать с помощью соответствующего инструмента панели **Формы**. В случае необходимости макрос можно назначить любому объекту рабочего листа, включая внедренную диаграмму или графический элемент (прямоугольник или линия). Чтобы назначить процедуру объекту, щелкните на нем правой кнопкой, выберите из контекстного меню команду **Назначить макрос**, выберите необходимую процедуру из списка диалогового окна **Назначить макрос объекту** и щелкните на кнопке ОК.

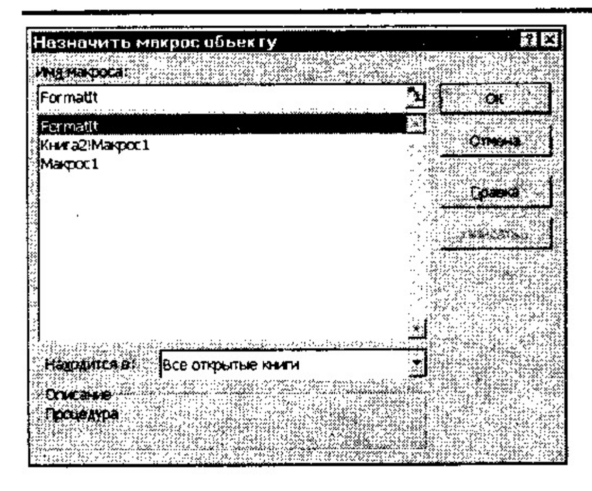


Рис. 4.8. Диалоговое окно Назначить макрос объекту

После расположения над объектами, которым уже назначен макрос, указатель мыши принимает форму руки. Чтобы поставить в соответствие объекту другой макрос, воспользуйтесь описанной выше процедурой.

Запуск командной процедуры

Запустить процедуру можно с помощью назначенной ей комбинации <Ctrl+клавиша>, с помощью щелчка на объекте (которому назначен макрос) или путем выполнения команды Сервис ➤ Макрос и выбора названия процедуры из списка диалогового окна Макрос.

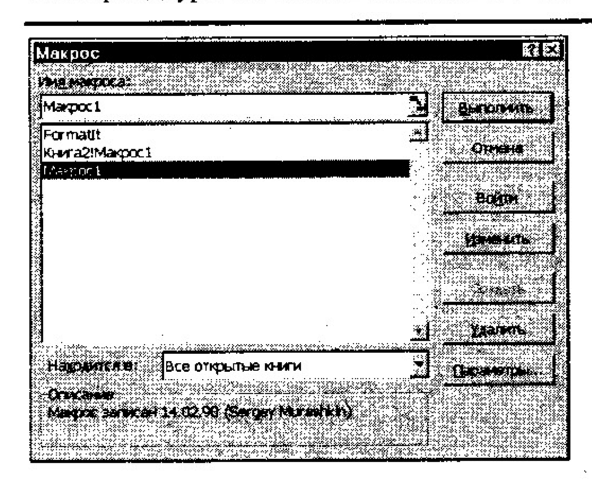


Рис. 4.9. Диалоговое окно Макрос

Процедура форматирования ячейки

В качестве примера рассмотрим последовательность действий для создания процедуры форматирования и обрамления ячейки. В результате должен быть записан макрос, который преобразует содержимое ячейки (или ячеек) в числовой формат с двумя десятичными знаками после запятой и рисует вокруг ячеек прямоугольник. Впоследствии этот макрос можно будет назначить какому-то объекту.

1. Перейдите на новый рабочий лист.
2. Выделите любую ячейку (например, B7) и введите в нее произвольное число.
3. Выделите ячейку A1 и выполните команду **Сервис ➤ Макрос ➤ Начать запись**.
4. Назовите макрос FormatIt, наберите для него краткое описание, задайте комбинацию клавиш и щелкните на кнопке OK.

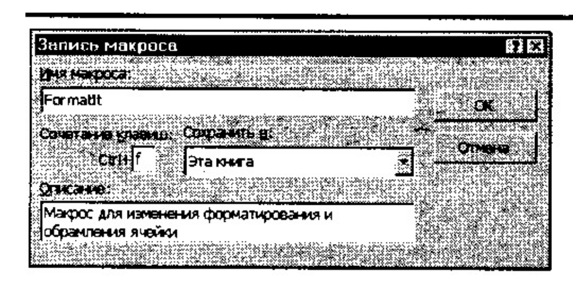


Рис. 4.10. Диалоговое окно Запись макроса

5. Когда появится панель инструментов **Остановка записи**, щелкните на кнопке **Относительные ссылки** (если она еще не нажата). В результате макрос сможет обрабатывать произвольные ячейки.
6. Щелкните на ячейке, которая содержит число, выполните команду **Формат ➤ Ячейки**, перейдите на вкладку **Число**, выберите формат **Числовой** с двумя десятичными знаками после запятой и щелкните на кнопке OK.
7. Щелкните на стрелке раскрытия списка возле кнопки **Обрамление** и выберите необходимый тип контура (например, тонкий внешний контур).
8. Щелкните на кнопке **Остановить запись**.

Теперь перейдите в редактор Visual Basic и в окне **Проект** щелкните дважды на соответствующем макросу модуле. Записанный код макроса, который соответствует всем выполненным действиям, будет отображен в отдельном окне. На рис. 4.11 показано, что под заголовком процедуры были автоматически вставлены некоторые комментарии.

Сразу за заголовком и блоком комментариев расположена конструкция для выбора ячеек. Она появилась в результате выборе режима относительной адресации ячеек и последующего выделения ячейки B7.

Примечание

Комментариями в Visual Basic считаются строки, начинающие с апострофа (') или слова **REM**, за которым следует пробел. Комментарий может начинаться как в начале строки, так и после значащей инструкции. По умолчанию комментарии выделяются в тексте зеленым цветом. Не стесняйтесь вставлять комментарии в процедуры — в результате ваши программы станут более понятными.

ActiveCell.Offset(6, 1).Range("A1").Select

Объект ActiveCell в данном случае относится к выделенной ячейке в активизированном рабочем листе (A1). Метод Offset(6, 1) смещает фокус на 6 строк вниз и 1 столбец вправо, на ячейку B7. Метод Range("A1") возвращает верхнюю левую ячейку в диапазоне смещения. В нашем случае метод Offset превращает в верхнюю левую ячейку диапазона ячейку B7. В случае выбора нескольких ячеек, методу Range в качестве аргумента будет передан диапазон ячеек. Метод Select присваивает новой ячейке статус активной.

Test.xls - Модуль2 (Программа)

(Общая область) | FormatIt

```
Sub FormatIt()
' FormatIt Макрос
' Процедура
    ActiveCell.Select
    Selection.NumberFormat = "0.00"
    Selection.Borders(xlDiagonalDown).LineStyle = xlNone
    Selection.Borders(xlDiagonalUp).LineStyle = xlNone
    With Selection.Borders(xlEdgeLeft)
        .LineStyle = xlContinuous
        .Weight = xlMedium
        .ColorIndex = xlAutomatic
    End With
    With Selection.Borders(xlEdgeTop)
        .LineStyle = xlContinuous
        .Weight = xlMedium
        .ColorIndex = xlAutomatic
    End With
    With Selection.Borders(xlEdgeBottom)
        .LineStyle = xlContinuous
        .Weight = xlMedium
        .ColorIndex = xlAutomatic
    End With
    With Selection.Borders(xlEdgeRight)
        .LineStyle = xlContinuous
        .Weight = xlMedium
        .ColorIndex = xlAutomatic
    End With
End Sub
```

Рис. 4.11. Код макроса FormatIt

Далее следует инструкция Selection.NumberFormat, задающая формат вывода чисел в выбранном диапазоне. Две следующие строки определяют диапазон действия инструкций изменения типа обрамления. После определения типа обрамления с помощью соответствующей кнопки может одновременно изменяться несколько свойств ячейки: тип, толщина и цвет различных линий обрамления.

Примечание

Все переменные на рис. 4.11, которые начинаются с xl (xlDiagonalDown, xlDiagonalUp, xlEdgeLeft, xlContinuous и т.д.) являются глобальными константами, которые доступны из приложений Visual Basic. Все определенные константы описаны в системе справки, а, кроме того, фигурируют в средстве просмотра объектов в разделах библиотек Excel и Visual Basic. Надеюсь, что опытных программистов не следует убеждать в целесообразности использования констант, а начинающие примут этот тезис без лишней иронии.

Вы еще не забыли, что наша процедура предназначается для форматирования любых выделенных ячеек (а не только попадающих в диапазон 6 строк вниз и 1 столбец вниз от текущей ячейки)? Необходимо удалить инструкции выбора ячеек. Имейте в виду, что в том случае, если бы мы записали процедуру, выделив единственную ячейку, никаких дополнительных манипуляций с кодом макроса выполнять не пришлось бы. Кроме того, нам осталось еще назначить макрос какому-то объекту.

1. Удалите или закомментируйте первую значащую строку процедуры.
2. Перейдите на необходимый рабочий лист.
3. Если панель инструментов **Формы** до сих пор не открыта, выполните команду **Вид ➤ Панели инструментов ➤ Формы**.
4. Выберите инструмент **Кнопка** и нарисуйте на рабочем листе соответствующий элемент управления.
5. Щелкните на кнопке правой кнопкой и выполните из контекстного меню команду **Назначить макрос**.
6. В появившемся диалоговом окне **Назначить макрос объекту** выберите необходимый макрос и щелкните на кнопке **OK**.
7. Выделите курсором мыши текст на поверхности кнопки и задайте для нее описательное с вашей точки зрения название. Имейте в виду, что впоследствии надпись (и сам макрос) можно будет изменить.

Вот и все. Введите несколько чисел в ячейки, выделите их и щелкните на только что созданной кнопке. Выделите несколько других ячеек и запустите процедуру непосредственно из списка макросов (команда **Сервис ➤ Макрос ➤ Макросы** или комбинация клавиш <Alt+F8>). Выделите еще один набор ячеек и нажмите соответствующую макросу комбинацию клавиш. Во всех трех случаях вызываемая процедура должна корректно сработать.

Созданная процедура будет доступна на всех рабочих листах книги, а не только на том, на котором она была записана.

Программирование на языке Visual Basic for Applications

Процедуры вовсе не обязательно должны быть такими простыми, как в только что приведенном примере. На языке Visual Basic можно написать функционально полную программу, включающую уникальные диалоговые окна и меню, выполняющую сложные вычисления и операции с файлами, рабочими листами, ячейками и т.д. Более того, существует возможность внедрить в программу Visual Basic процедуру из другого языка высокого уровня, преобразовав ее предварительно в библиотеку динамической компоновки (DLL, или ресурс CODE для платформ Macintosh) и объявив ее в Excel с помощью выражения Declare. Программа Excel не делает различий между внутренними процедурами и корректно зарегистрированными внешними. В приложении Д читатель найдет все сведения, необходимые для создания и обращения к внешним функциям.

Обращение к ячейкам

В том случае, когда Visual Basic используется для управления Excel, наиболее распространенной операцией будет обращение к ячейкам или диапазонам ячеек. Любой диапазон ячеек рабочей книги, будь то единственная ячейка или несколько сотен, является объектом типа Range. Для обращения к диапазону ячеек используется метод Range, которому в качестве аргумента передается перечень необходимых ячеек. Например, конструкция Range("B7:F9") выделяет прямоугольный диапазон ячеек B7:F9. Если же последовательно обратиться к двум методам Range, то аргумент второго метода будет относиться не ко всему рабочему листу, а лишь к выбранному первым методом диапазону (другими словами, координаты ячеек аргумента второго метода являются относительными для начала выбранного первым методом диапазона). Например, конструкция

```
ActiveSheet.Range("B7:F9").Range("B2") = 1
```

присвоит единицу ячейке C8, несмотря на то, что фигурирует явная ссылка на ячейку B2. Первый метод выделяет диапазон B7:F9, второй метод выбирает в этом диапазоне ячейку, которая расположена на одну строку ниже и один столбец правее верхней левой ячейки предварительно выделенного диапазона.

Не менее полезным оказывается при выделении диапазонов метод Cells(), которому в качестве аргумента передаются два целочисленных значения, соответствующих строке и столбцу. Метод возвращает ссылку на ячейку, которая находится на пересечении заданных строки и столбца. Чаще всего метод Cells используется в циклах или других структурах с

последовательным обращением к ячейкам по индексам их строк и столбцов. Например, конструкция

ActiveSheet.Range("B7:F9").Cells(2,2) = 1

эквивалентна приведенной выше и тоже обращается к ячейке C8. Эквивалентными являются также конструкции

ActiveSheet.Range(Cells(7,2), Cells(9,6)) = 1 и ActiveSheet.Range("B7:F9") = 1

Переменные Visual Basic

В Visual Basic for Applications нет необходимости заранее объявлять переменные — они автоматически создаются при первом обращении к ним. Тем не менее, предварительное объявление переменных считается правилом хорошего тона и, кроме того, позволяет сразу же определять орфографические ошибки в именах переменных. Существует инструкция Option Explicit, которая налагает на уровне модуля требование на явное описание всех переменных этого модуля. Инструкция Option Explicit при ее использовании должна находиться в модуле до любой процедуры. При попытке использовать неописанное имя переменной возникает ошибка во время компиляции. Когда инструкция Option Explicit не используется, все неописанные переменные имеют тип Variant (если используемый по умолчанию тип данных не задается с помощью инструкции Def *Тип*). Всегда пользуйтесь описанной инструкцией для того, чтобы избежать неверного ввода имени объявленной переменной или возникновения конфликтов в программе, когда область определения переменной не совсем ясна.

Переменные объявляются с помощью инструкций Dim, Private, Public, ReDim или Static. Инструкция Dim описывает переменные и выделяет для них память. Переменные, описанные с помощью ключевого слова Dim на уровне модуля, доступны для всех процедур в данном модуле. Переменные, описанные на уровне процедуры, доступны только в данной процедуре. Синтаксис инструкции:

Dim [WithEvents] имя_Переменной[([индексы])] [As [New] тип] [, [WithEvents] имя_Переменной[([индексы])] [As [New] тип]]...

Все элементы синтаксиса, заключенные в квадратные скобки, являются необязательными. В таблице приведено описание всех элементов.

WithEvents	Ключевое слово, указывающее на тот факт, что имя_Переменной является объектной переменной, которая используется при отклике на события, генерируемые объектом ActiveX. Применяется только в модулях класса. Пользователь имеет возможность описать с помощью ключевого слова WithEvents произвольное количество отдельных переменных, однако при этом не допускается создание массивов. Не допускается также использование ключевого слова New с ключеаым словом WithEvents

имя_ Переменной	Имя переменной, удовлетворяющее стандартным правилам именования
Индексы	Размерности переменной массива; допускается описание до 60 размерностей. Для задания индексов используется следующий синтаксис: [нижний To] верхний [, [нижний To] верхний]... Если нижний индекс не указан явно, нижняя граница массива определяется инструкцией Option Base. Если инструкция Option Base отсутствует, нижняя граница массива равна нулю
New	Ключевое слово, указывающее на возможность неявного создания объекта. Если ключевое слово new фигурирует при описании объектной переменной, новый экземпляр объекта создается при первой ссылке на объект, поэтому необходимость присвоения ссылки на объект с помощью инструкции Set отсутствует. Ключевое слово new нельзя использовать для описания переменных любых внутренних типов данных, для описания экземпляров зависимых объектов, а также вместе с ключевым словом WithEvents
тип	Тип данных переменной. Поддерживаются типы Byte, Boolean, Integer, Long, Currency, Single, Double, Decimal (с некоторыми оговорками), Date, String (для строк переменной длины), String * длина (для строк фиксированной длины), Object, Variant, определяемый пользователем тип или объектный тип. Для каждой описываемой переменной следует использовать отдельное предложение As тип

✓ Совет

Не забывайте следовать стандартным правилам именования переменных. Рекомендуется присваивать переменным описательные имена, отражающие одновременно их тип. Например, целочисленному счетчику было бы целесообразно присвоить имя intCounter, а строке — strFileName.

В приведенной ниже таблице вкратце описаны поддерживаемые Visual Basic типы данных, а также перечислены рекомендуемые для именования переменных префиксы.

Тип	Префикс	Описание
Integer	int	Целочисленное значение (2 байта) в диапазоне от -32 768 до 32 767
Long	lng	Целочисленное длинное значение (4 байта) в диапазоне от -2 147 483 648 до 2 147 483 647

Тип	Префикс	Описание
Single	sng	Число с плавающей точкой обычной точности (4 байта) в диапазоне от -3.402823E38 до -1.401298E-45 для отрицательных значений и от 1.401298E-45 до 3.02823E38 для положительных значений
Double	dbl	Число с плавающей точкой двойной точности (8 байт) в диапазоне от -1.79769313486232E308 до -4.94065645841247E-324 для отрицательных значений и от 4.94065645841247E-324 до 1.79769313486232E308 для положительных значений
Currency	cur	Используется для представления денежных сумм (8 байт) в диапазоне от -922 337 203 685 477.5808 до 922 337 203 685 477.5807
Date	date	Используется для представления даты и времени (8 байт) в диапазоне от 1 января 100 г. до 31 декабря 9999 г
String	str	Используется для представления текстовой строки произвольной или заданной длины. Размер переменной определяется длиной строки
Variant	var	Используется для представления данных числовых (16 байт) или строковых (22 байта + длина строки) подтипов
Boolean	f	Используется для представления логических значений True или False. Занимает 2 байта
Тип данных, определяемый пользователем с помощью ключевого слова Type	в зависимости от объекта	Размер и диапазон каждого элемента определяется его типом данных
Decimal	dec	Масштабируемое целое значение (14 байт) в диапазоне +/-79 228 162 514 264 337 593 543 950 335 без дробной части или +/-7,9228162514264337593543950335 с 28 знаками справа от запятой

В предыдущих версиях Visual Basic существовал также тип данных Array, который позволял организовать массивы переменных. В Excel 97 VBA собственно тип данных Array отсутствует — вместо нее появилась функция с таким же названием. Функция возвращает значение типа Variant, содержащее массив последовательно индексированных элементов.

Примечание

Тип данных Variant является особым типом, к которому относятся все переменные, не описанные явно с другим типом данных (с помощью инструкций Dim, Private, Public или Static). Переменные этого типа могут содержать любые данные, за исключением строк фиксированной длины и определяемых пользователем типов. Переменная типа Variant может также содержать специальные значения Empty, Error, Nothing и Null. Для указания характера подтипов типа Variant предназначены функции VarType и TypeName. Следует также учитывать тот факт, что реальный тип переменных Variant проверяется во время выполнения, а не во время трансляции, что может послужить причиной ошибки.

Синтаксис инструкций Private и Public не отличается и совпадает с рассмотренным выше сннтаксисом инструкции Dim.

```
Private [WithEvents] имя_Переменной[([индексы])] [As [New] тип]
[,[WithEvents] имя_Переменной[([индексы]) ] [As [New] тип]]...

Public [WithEvents] имя_Переменной[([индексы])] [As [New] тип]
[,[WithEvents] имя_Переменной[([индексы])] [As [New] тип]]...
```

Обе инструкции применяются на уровне модуля. Переменные типа Private доступны только в модуле, в котором они описаны. Переменные, описанные с помощью инструкции Public, доступны для всех процедур во всех модулях всех приложений (если не действует инструкция Option Private Module). В последнем случае переменные являются общими только внутри того проекта, которому они принадлежат. Запрещается использовать инструкцию Public в модуле класса для описания строковых переменных заданной длины.

Внимание

Использовать глобальные переменные, которые доступны ао всех модулях, очень удобно, однако не следует сбрасывать со счетов возможность их некорректной модификации. При обращении из процедуры к необъявленной глобальной переменной, ее значение изменится.

Инструкция ReDim применяется на уровне процедуры для задания или. изменения размера динамического массива, который уже был формально описан с помощью инструкции Private, Public или Dim без указания размерности. Ее синтаксис

```
ReDim [Preserve] имя_Переменной(индексы) [As тип]
[, имя_Переменной(индексы) [As тип]]...
```

В данном случае Preserve является необязательным ключевым словом, которое используется с целью сохранения данных существующего массива во время изменения его размерности.

Инструкция Const объявляет не переменную, а постоянное значение. Ее синтаксис:

[Public | Private] Const имя_Константы [As тип] = выражение

Все обнаруженные в коде программы ссылки на объявленные константы заменяются соответствующими литералами. Поскольку литеральные значения констант вставляются в код на этапе компиляции, их невозможно изменить во время выполнения программы. Константы позволяют сделать программы более доступными для исправлений и понимания.

Для описания переменных, сохраняющих свое значение во время выполнения программы, предназначена инструкция Static. Ее синтаксис:

Static имя_Переменной[([индексы])] [As [New] тип]
[, имя_Переменной[([индексы])] [As [New] тип]]...

После запуска программы переменные модуля, описанные с помощью инструкции Static, сохраняют свои значения до сброса или перезапуска модуля. Инструкция Static применяется в нестатических процедурах для явного описания переменных, видимых только в этих процедурах, но имеющих время жизни, равное времени жизни модуля процедуры.

Примечание

Инструкция Static и ключевое слово Static похожи, но предназначены для получения различных результатов. При описании процедуры с ключевым словом Static (например, Static Sub CountSales()), память для всех локальных переменных процедуры выделяется только один раз, а результате чего значения этих переменных сохраняются на все время выполнения программы. Для нестатических процедур память для переменных выделяется при каждом вызове процедуры и освобождается при завершении процадуры. Инструкция Static используется в процедурах для описания типа данных переменной, которая сохраняет свое значение в промежутках между вызовами процедуры и обычно помещается в начало процедуры вместе с другими инструкциями описания, как-то Dim.

✓ Совет

Рекомендуется поместить объявления всех глобальных переменных и констант в отдельный модуль. В результате искать и радактировать их в случае необходимости станет намного легче.

Программирование математических выражений

Запрограммированные математические выражения (вычисляющие значение и присваивающие его переменной) во многом похожи на соответствующие им алгебраические выражения. Слева от оператора присваивания (знака равенства) располагается переменная, которой следует присвоить вычисленное значение. Собственно формула для расчета рас-

полагается справа от знака равенства. Для обозначения операций сложения, вычитания, умножения и деления используются стандартные алгебраические символы. Для возведения в степень используется оператор ^.

Математические функции имеют такие же названия и работают точно так же, как используемые в формулах рабочих листов функции. Более того, допускается использование функций рабочих листов в выражениях Visual Basic.

Например, формула из главы 2,

$$\mu = \frac{\mu_0 \left(T/T_0\right)^{-\delta}}{\left(1+\left(E_/ E_C\right)^{\beta}\right)^{1/\beta}}$$

соответствует следующему выражению Visual Basic:

```
u = (u0*(T/T0)^(-delta))/((1+(E/Ec)^beta)^(1/beta))
```

Обратите внимание на расставленные скобки, которые позволяют проводить вычисления в корректном порядке.

Предупреждение

Старшинство операторов, определяющее порядок выполнения вычислений в Visual Basic и формулах рабочих листов, несколько отличается. Если в Visual Basic for Applications возведение в степень осуществляется перед отрицанием, то на рабочих листах дело обстоит иначе. Например, результат вырежения -1^2 в Visual Basic равен -1, а на рабочем листе — 1. Чтобы добиться одинаковых результатов в Visual Basic и рабочих листах следует явно задаветь порядок вычислений с помощью кавычек: (-1)^2.

В Visual Basic не последнюю роль играет тип переменных, с которыми выполняются вычисления. Во время обработки выражения, которое содержит различные типы данных, Visual Basic автоматически осуществляет приведение переменных к необходимому типу. Вычисленный результат приводится к типу переменной, которой он присваивается. Как правило, приведение типов переменных не оказывает влияния на общий результат. В противном случае с помощью специальных функций перед выполнением вычислений преобразуйте все переменные к одному типу.

Обработка операций ввода/вывода

Для ввода пользователем текстовой строки используется функция InputBox. Для вывода сообщения предназначена функция MsgBox. Обе функции отображают диалоговое окно с текстовой информацией и кнопками. Кроме того, функция InputBox отображает также поле ввода, которое должно быть заполнено пользователем. Содержимое этого поля и возвращается функцией. Помимо использования стандартных диалоговых окон, пользователю предоставлена возможность создать свои собственные.

Для этого необходимо вставить модуль UserForm и с помощью панели инструментов **Формы** нарисовать необходимые элементы управления.

Для обращения к хранящимся на диске файлам используются стандартные диалоговые функции, отображающие привычные диалоговые окна Windows **Открытие документа** и **Сохранение документа**, которые позволяют выбрать или задать имя необходимого файла. В действительности стандартные диалоговые окна не открывают файл, а просто возвращают корректное имя и путь к файлу. Для обращения к двум стандартным диалоговым окнам используются следующие конструкции:

результат = **Application.GetSaveAsFilename** (стр_Имя _Файла, стр_Фильтр)
результат = **Application.GetOpenFilename** (стр_Имя _Файла, стр_Фильтр)

Полный синтаксис этих функций включает еще несколько аргументов, однако перечисленных достаточно для успешного использования функций. В качестве **результата** функции возвращают имя и полный путь к файлу, который необходимо открыть. Параметр **стр_Имя_Файла** содержит имя файла, которое будет вставлено в диалоговое окно **Сохранение документа**. Пользователь не обязан использовать предложенное по умолчанию имя файла и может его изменить. Параметр **стр_Фильтр** содержит маску для отображения файлов в диалоговом окне. Если не задать маску-фильтр, в диалоговом окне будут перечислены все файлы.

После определения имени файла и пути к нему следует с помощью инструкции Open подготовить файл к доступу. Синтаксис инструкции:

Open имя_Файла For Доступ As #номер_Файла

Параметр **имя_Файла**, как всегда, соответствует имени файла и пути к нему. Аргумент определяет режим доступа к файлу: Append, Binary, Input, Output или Random. По умолчанию, файл открывается для доступа в режиме Random. Параметр **номер_Файла** задает порядковый номер файла в диапазоне от 1 до 511. Именно этот номер однозначно определяет файл для методов Input и Write. Синтаксис инструкции Open гораздо шире, но в большинстве ситуаций достаточно рассмотренных параметров.

Запись данных в открытый файл осуществляется с помощью процедур Write и Print. Их синтаксис:

Write #номер_Файла, имя_Переменной, имя_Переменной...
Print #номер_Файла, имя_Переменной, имя_Переменной...

В качестве аргументов этим методам передается номер файла и список переменных, которые следует записать в файл. Между методами существуют значительные отличия — Print генерирует данные, которые могут быть впоследствии выведены на экран или принтер. Значения распечатываются столбцами и могут быть отформатированы, содержимое строки переменных может быть выведено без пробелов. С другой стороны, метод Write создает файлы, которые впоследствии проще считывать из программ Visual Basic. Все записываемые переменные отделяются определенными символами, что облегчает их визуальное восприятие и считывание. Каждая выведенная строка заключается в кавычки, между компонентами строки обычно ставятся запятые.

Для считывания данных из файла используются ключевые слова Input и Line Input. Их синтаксис.

```
Input #номер_Файла, имя_Переменной, имя_Переменной...
Line Input #номер_Файла, строковая_Переменная
```

Input считывает данные из файла до тех пор, пока не будут заполнены все переменные. Line Input считывает из файла данные в строковую переменную до тех пор, пока не встретит символ возврата каретки или символ перевода строки. Инструкция Input является дополнением к Write и позволяет считывать данные именно в том формате, в котором те были записаны. Считывание строк, записанных в файл с помощью Print, потребует дополнительной их обработки. Например, состоящая из разделенных запятыми выражений строка может быть выведена в файл с помощью инструкций Write или Print. Разница заключается в том, что выведенная инструкцией Write строка будет помещена в кавычки. В этом случае инструкция Input будет корректно обрабатывать запятые при считывании строки. Поскольку инструкция Print не заключает строку в кавычки, Input будет рассматривать запятую в качестве разделителя и прекратит считывать строку при обнаружении первой же запятой.

Инструкция Line Input позволяет считывать данные из файла построчно. При этом все разделители, кроме символа возврата каретки и символа перевода строки, игнорируются. В считываемую строку включаются все символы, включая запятые, кавычки и т.д.

Примечание

На машинах, работающих под управлением MS-DOS или Windows, идентификатором новой строки являются последовательно расположенные символ возврата каретки и перевода строки. На платформах Macintosh это символ возврата каретки, на машинах UNIX — символ перевода строки.

Завершив все манипуляции с файлом, закройте его с помощью инструкции Close. Ее синтаксис:

```
Close #номер_Файла
```



Предупреждение

Если в программе открывается файл, а сама программа ненормальным образом прерывает выполнение до закрытия файла с помощью инструкции Close, файл останется открытым до завершения сеанса работы с Excel. При следующем запуске программы во время повторного открытия файла возникнет фатальная ошибка. Чтобы закрыть файл, выполните в окне отладки инструкцию Close. При желании можно создать несложную процедуру, поместив в нее инструкцию Close без аргументов. Такая процедура будет закрывать все открытые файлы.

Управление процессом выполнения программы

Очередность выполнения операторов в программе управляется циклами, переходами, условиями, а также вызовами функций и процедур. Циклы реализуются с помощью ключевых слов For/Next, Do Loop н For Each/Next. Инструкция For/Next используется для выполнения наборов инструкций заданное количество раз. Ее синтаксис:

For счетчик = нач_значение **To** кон_значение **Step** шаг

.

Инструкции

.

Next счетчик

Все циклы For используют в качестве счетчика переменную, значение которой увеличивается или уменьшается при каждом выполнении цикла. В начале цикла счетчику присваивается нач_значение. В цикле счетчик инкрементируется на шаг до тех пор, пока не будет достигнуто заданное кон_значение. В следующем примере счетчик I изменяется с шагом 2 при каждом выполнении цикла и, соответственно, принимает значения 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 и 20.

For I = 2 **To** 20 **Step** 2

.

Инструкции

.

Next I

Если инкремент счетчика равен единице, задавать его явно необязательно (т.е. инструкцию шаг = 1 можно опустить).

Инструкция Do/Loop используется для выполнения наборов инструкций до тех пор, пока не будет выполнено заданное условие. Некоторой разновидностью этой инструкции является While/Wend, которая наоборот, выполняет цикл до тех пор, пока заданное условие ложно. Синтаксис инструкции Do/Loop:

Do [While (логическое условие)|**Until** (логическое условие)]

.

Инструкции

.

Loop [While (логическое условие)|**Until** (логическое условие)]

Только одна из четырех инструкций While и Until может быть использована для организации цикла. Расположение инструкции While или Until определяет время проверки логического условия. Если инструкция ставится в верхней части цикла, сформулированное условие проверяется перед первой итерацией. Если же инструкция расположена в нижней части цикла, перед проверкой логического условия весь код цикла будет выполнен как минимум один раз. Если использована инструкция While, цикл будет выполняться до тех пор, пока условие истинно. Действие инструкции Until противоположно — цикл выполняется до тех пор, пока условие ложно.

Например, следующий цикл продолжает вычисления до тех пор, пока значение переменной А равно 10. Логично будет предположить, что внутри цикла находятся какие-то инструкции, в конечном счете, присваивающие переменной необходимое значение, поскольку в противном случае цикл продолжается вечно.

Do Until (A = 10)

.

Инструкции

.

Loop

Для организации циклов по массивам объектов или переменных используется инструкция For Each/Next. Имена всех множественных объектов должны быть коллекциями, например, Worksheets или TextBoxes. Коллекция Worksheets содержит все объекты Worksheet рабочей книги. Как правило, для обращения к отдельному рабочему листу достаточно указать его имя в коллекции Worksheets. Для выполнения одинаковых манипуляций со всеми членами коллекции (или над каждым элементом массива) организуйте цикл For Each/Next:

For Each объект **In** коллекция

.

Инструкции

.

Next объект

Естественно, что тип переменной объект должен соответствовать типу коллекции объектов. В качестве коллекции допускается использовать массив переменных — следовательно, переменная объект в этом случае должна быть элементом массива. Поскольку значение переменной объект изменяется при каждой итерации цикла, вычисления выполняются над каждым объектом коллекции или элементом массива.

Нельзя обойти вниманием инструкцию If, которая анализирует логическое условие и принимает решение о выполнении (либо невыполнении) фрагмента кода в зависимости от полученного значения. Синтаксис конструкции If:

If (условие_1) **Then**

.

Фрагмент кода 1

.

ElseIf (условие_2)

.

Фрагмент кода 2

.

Else

.

Фрагмент кода 3

.

End If

В начале выполнения блока If проверяется первое логическое условие. Если условие истинно, выполняется Фрагмент кода 1. В противном случае проверяется второе логическое условие. Если условие это истинно, выполняется Фрагмент кода 2. Для проверки различных условий в один блок If можно включать несколько инструкций ElseIf, однако, выполнен будет код только того условия, которое первым примет значение True. Все остальные фрагменты будут проигнорированы даже в том случае, если их условия истинны. Если ни одно из сформулированных условий так и не приняло значения True, выполняется фрагмент кода, соответствующий инструкции Else. Инструкции ElseIf и Else не являются обязательными.

Инструкция Select Case позволяет поставить в соответствие каждому возможному значению переменной определенный фрагмент кода. Синтаксис этой инструкции:

```
Select Case выражение
        [Case список_Выражений-n
                [инструкции-n]]...
        [Case Else
                [инструкции_else]]
End Select
```

Значение переменной **выражение** сравнивается со списком значений список список_Выражений. В случае обнаружения соответствия выполняется соответствующий фрагмент кода. Если же соответствия не найдено, выполняется фрагмент кода, следующий за инструкцией **Case Else**. Если **выражение** соответствует сразу нескольким значениям из списка, выполняется только первый подходящий фрагмент кода. Остальные будут проигнорированы.

Вызов других процедур

В качестве процедур могут выступать как независимые программы, так и логические фрагменты большой структурированной программы. Если одни и те же инструкции повторяются в различных частях программы, можно просто скопировать соответствующий код несколько раз или же преобразовать код в процедуру, которая и заменит его. Структурирование кода, соответствующего повторяющимся задачам, уменьшает размер программы и упрощает ее отладку. Кроме того, разбиение большой программы на меньшие части позволяет лучше осмыслить задачи, которые необходимо реализовать.

Для обращения из одной процедуры к другой процедуре типа Sub просто наберите ее имя. Если процедуре необходимо передать аргументы, перечислите их через запятую. Ни в коем случае при вызове процедуры не берите перечень аргументов в скобки (даже если в заголовке процедуры аргументы указаны в скобках).



Примечание

> Для вызова процедуры можно использовать инструкцию Call, указав для этого после инструкции имя процедуры и необходимые аргументы. В этом случае все перечень аргументов должен быть указан в скобках

Вызов пользовательских функций ничем не отличается от вызова встроенных функций. В правой части формулы наберите имя процедуры, левую скобку, список аргументов и правую скобку. Результат функции (процедуры) возвращается через ее имя и может (в свою очередь) выступать в качестве аргумента другой процедуры.

Создание форм

Пользователю предоставлена возможность создания собственных диалоговых окон или, как их еще называют, форм. Для создания диалогового окна достаточно открыть панель инструментов с названием **Формы**, проиллюстрированную на рис. 4.12. Имейте в виду, что воспользоваться созданной формой можно будет только после сохранения ее в формате шаблон и создания на ее основе нового документа.

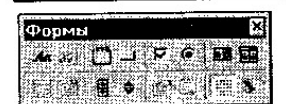


Рис. 4.12. Панель инструментов Формы

Рисование формы

Для создания нового объекта необходимо щелкнуть на одной из кнопок панели инструментов и нарисовать элемент управления на форме. Внешний вид и поведение объекта зависят от его свойств. Все свойства объекта доступны как в контекстном меню, так и непосредственно из программ Visual Basic, что позволяет оперативно изменять их с помощью соответствующих инструкций.

В приведенной ниже таблице описаны все кнопки панели инструментов **Формы**.

	Надпись	Позволяет отобразить в форме текст, не подлежащий редактированию, например, сообщение для пользователя
	Текстовое поле	Этот компонент диалоговых окон содержит вводимый и редактируемый пользователем текст
	Рамка	Позволяет сгруппировать элементы управления. Перед группированием следует сначала создать рамку, а затем внутри нее расположить необходимые объекты

Кнопка	Создает кнопку, после щелчка на которой будет выполняться определенная команда
Флажок	Вставляет элемент управления, позволяющий включить или отключить определенный параметр
Переключатель	Вставляет элемент управления, позволяющий задать одно из предопределенных значений параметра
Список	Вставляет список выбираемых пользователем элементов. Допускается прокручивание списка, если не все его элементы видны одновременно
Поле со списком	Вставляет объект, являющийся сочетанием списка и поля. Пользователь может либо выбрать нужное значение из списка, либо ввести его в поле
Поле со списком (еще одно)	Вставляет некоторую комбинацию списка и поля со списком. Пользователь может либо выбрать значение из списка, либо ввести его самостоятельно в поле
Поле с раскрывающимся списком	Вставляет некоторую комбинацию списка и поля со списком. Пользователь может либо выбрать значение из списка (предварительно открыв его), либо ввести его самостоятельно в поле
Полоса прокрутки	Вставляет стандартную полосу прокрутки. Этому элементу управления соответствует определенное числовое значение, изменяющееся в зависимости от положения бегунка полосы прокрутки
Счетчик	Вставляет прокручивающий элемент управления, который используется совместно с другими элементами для увеличения или уменьшения числовых значений. Допускается его использование для выбора объекта из диапазона значений или из списка элементов
Свойства элемента управления	После щелчка на этой кнопке открывается диалоговое окно Формат элемента управления для выбранного в настоящий момент объекта
Текст программы	Эта кнопка открывает диалоговое окно с текстом макроса, назначенного объекту. Название макроса фигурирует в свойстве OnAction
Сетка	Кнопка отображает и скрывает сетку на форме
Отобразить окно	Запускает процедуру Visual Basic, назначенную объекту. Используется во время отладки форм



Примечание

Свойство OnAction содержит текстовую ссылку на имя макроса Visual Basic, который будет запущен после щелчка на элементе управления.

Особое внимание следует обратить на панель Элементы управления, проиллюстрированную на рис. 4.13. Расположенные на панели инструментов кнопки соответствуют элементам ActiveX. Элементы ActiveX аналогичны элементам управления Visual Basic, их точно так же можно добавить к форме, созданной с помощью редактора Visual Basic. При добавлении элемента ActiveX на лист создается макрос, который сохраняется непосредственно вместе с элементом управления, а не только запускается при его выборе.

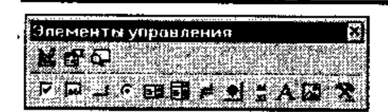


Рис. 4.13. Панель инструментов Элементы управления

Настройка элементов ActiveX осуществляется путем изменения некоторых их свойств. Элементы ActiveX обладают множеством различных макрокоманд или событий, которые могут проявляться, например, в изменении формы указателя мыши в тот момент, когда он находится над элементом управления. Элементы ActiveX используются для создания форм и окон диалога для пользовательских программ Visual Basic. Панель инструментов Элементы управления содержит некоторые элементы управления, которые отсутствуют на панели инструментов Формы, например, выключатель и рамки объекта. Кроме того, доступны специальные элементы управления, созданные другими приложениями.

Отображение диалогового окна

Необходимо располагать какими-то средствами для отображения созданного диалогового окна из выполняемой программы. Именно для этого предназначен метод Show объекта типа Dialog или UserForm. Синтаксис:

[объект.]Show

Необязательный прототип объект представляет собой объектное выражение. Если этот элемент синтаксиса опущен, предполагается, что объектом является форма UserForm, связанная с активным модулем UserForm.

Сокрытие диалогового окна

После завершения манипуляций с диалоговым окном от него следует каким-то образом избавиться, поскольку в противном случае программа не сможет продолжить работу. Тут на помощь придет метод Hide, который, как правило, назначается кнопке OK диалогового окна. Его синтаксис:

[объект.]Hide

Прототип объект представляет собой объектное выражение. Если этот элемент синтаксиса опущен, предполагается, что объектом является обладающая фокусом форма UserForm.

Назначение процедур злементам управления диалогоаого окна

Чтобы заставить диалоговое окно выполнять какие-то действия, его элементам управления следует назначить процедуры. Каждый элемент управления обладает свойством OnAction, которое содержит имя процедуры, выполняемой при обращении к элементу. Действие-условие выполнения процедуры зависит от типа элемента управления. Для кнопки таким действием считается щелчок, для поля — изменение содержимого.

Если необходимо задать значение свойства OnAction, выделите элемент управления (при этом желательно удерживать клавишу <Ctrl>), щелкните правой кнопкой, выполните из контекстного меню команду Назначить макрос и выберите из предложенного списка необходимую процедуру. Аналогичная процедура позволяет изменить свойство OnAction. Свойство доступно из программ Visual Basic. Например, следующий код назначает объекту myControl процедуру MySub:

```
myControl.OnAction = "MySub"
```

 **Примечание**

Имя процедуры, назначаемой элементу управления, обычно составляют из названия объекта и названия действия, после которого выполняется процедура. Например, Button1_Click является именем процедуры, которая запускается после щелчка на кнопке Button1.

Создание функций

В заголовке процедуры в обязательном порядке фигурирует инструкция Sub или Function. Если процедура типа Sub просто выполняет предписанные ей действия, то процедура типа Function еще и возвращает результат. Однако это не значит, что процедура Function в состоянии выполнять только те действия, которые необходимы для вычисления результата. Простейшие (и наиболее распространенные) процедуры-функции возвращают единственное значение. Тем не менее, в случае необходимости можно создать процедуры, которые возвращают массив значений и обрабатываются при этом приложением Excel как стандартные интегрированные функции.

Создание функции-макроса

Пользовательские процедуры-функции имеет смысл создавать только в том случае, когда поставленную задачу невозможно решить с помощью

стандартных функций Excel или их комбинации. В главе 2 для расчета внутренней плотности носителей заряда необходимо было узнать энергию перехода для кремния. В приложении Excel функция для вычисления энергии перехода отсутствует, но ее полезность для занимающихся физикой твердого тела научных сотрудников очевидна. Во второй главе исходными данными для вычисления являлся один столбец, результаты же записывались в другой столбец.

В соответствии с формулами из последней главы энергия перехода кремния является несложной функцией от температуры. Создадим функцию-макрос, которая для переданной в качестве аргумента температуры возвращает вычисленное значение температуры. Чтобы результат возвращался в электрон-вольтах, а не в Джоулях, в формуле следует опустить компонент q.

1. Перейдите в редактор Visual Basic и с помощью команды **Вставка ➤ Модуль** вставьте новый модуль .
2. В окне модуля наберите следующий код:

```
'
' Функция для вычисления энергии перехода
'
Function EnergyGap(T As Double) As Double
Const Eg0 = 1.17
Const Eg1 = 0.000473
Const Eg2 = 636
EnergyGap = Eg0 - (Eg1 * T ^ 2) / (T + Eg2)
End Function
```

Вот и все. Теперь функция с названием EnergyGap будет доступна непосредственно на рабочих листах. Собственно процедура начинается с трех строк описательных комментариев. За ними следует заголовок процедуры, свидетельствующий о принадлежности ее к типу функций. Заголовок также определяет имя функции, имя и тип ее единственного аргумента и тип данных. Затем следуют три инструкции Const, которые определяют три фигурирующие в формуле константы, и собственно математическое выражение для вычисления результата формулы. В левой части выражения должно быть указано имя функции, с помощью которого результат вычислений будет передан в рабочий лист. Наконец, в последней строке расположена завершающая инструкция.

Чтобы воспользоваться функцией на рабочем листе, достаточно набрать ее имя и перечислить необходимые аргументы в скобках. Например, если ячейка A3 содержит значение температуры, то следующая формула, набранная в некоторой иной ячейке, вернет значение энергии перехода в электрон-вольтах:

```
=EnergyGap(A3)
```

Если функция принадлежит другой рабочей книге, перед ее именем следует указать все ссылки на соответствующие контейнеры. Например:

```
=ch4.xls!EnergyGap(A3)
```

Проще всего вставить функцию в формулу с помощью мастера Вставка функции. Поместите курсор в ячейку с формулой и щелкните на кнопке **Вставка функции**, которая расположена на стандартной панели инструментов. В открывшемся диалоговом окне (рис. 4.14) выберите в категории пользовательских функций название необходимой процедуры.

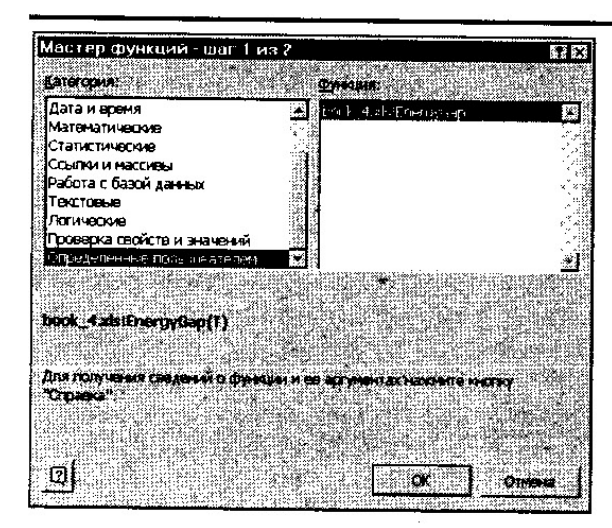


Рис. 4.14. Первое диалоговое окно мастера Вставка функции

После щелчка на кнопке OK ссылка на функцию будет вставлена в формулу, а вам будет предложено определить конкретные аргументы функции (см. рис. 4.15).

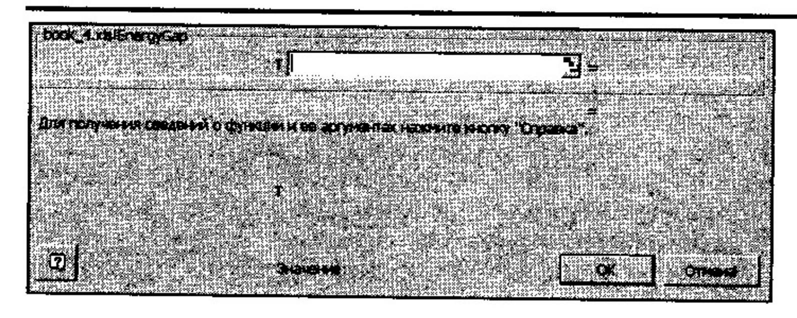


Рис. 4.15. Первое диалоговое окно мастера Вставка функции

Создание функций, возвращающих массивы значений

Уже шла речь о том, что функции могут возвращать и массивы значений. Несложная функция, код которой представлен ниже, в зависимости от значения переданного аргумента вычисляет массив переменных.

```
'
' Функция Array
' Пример функции, возвращающей массив
'
Function ArrayTest(n As Integer) As Variant
Dim A(2, 3) As Integer
A(0, 0) = n
A(1, 0) = n + 1
A(0, 1) = n + 2
A(1, 1) = n + 3
A(0, 2) = n + 4
A(1, 2) = n + 5
ArrayTest = A
End Function
```

Как и раньше, функция начинается с описательных комментариев и заголовка. Обратите внимание, что возвращаемый функцией тип данных определен как Variant — только в этом случае функция сможет возвратить массив. Затем идет определение массива и вычисление его значений. Вычисленный массив присваивается имени функции. В конце функции расположен завершающий идентификатор.

Чтобы воспользоваться функцией на рабочем листе, выделите область размером три ячейки на две ячейки, наберите в строке формулы имя функции с необходимыми аргументами и нажмите комбинацию клавиш <Ctrl+Shift+Enter> (<Cmd+Shift+Enter> на платформах Macintosh). Функция заполнит выделенные ячейки вычисленными значениями. Например, если выбрать ячейки D2:F3 и выполнить функцию

=ArrayTest(5)

будет получен следующий результат:

D	E	F	G
5	7	9	
6	8	10	

Создание программ на Visual Basic

Visual Basic позволяет создавать не только простые вычислительные процедуры, но и функционально полные программы, с помощью которых можно обрабатывать ввод с клавиатуры и критические ситуации, выводить сообщения о ошибках, выполнять сложные вычисления и т.д. В качестве наглядного примера давайте рассмотрим программу, которая преобразует рабочие листы в другой формат.

Программа для преобразования рабочих листов Excel в FORTRAN

Процесс преобразования большого рабочего листа в формат другого приложения достаточно утомителен и длителен. Кроме того, вероятность возникновения ошибки во время преобразования достаточно высока. Предположим, что возникла необходимость преобразовать рабочий лист с тысячами заполненных ячеек в скомпилированную программу FORTRAN. Вместо того чтобы выполнять эту неблагодарную работу вручную, напишите программу Visual Basic, которая выполнит все необходимые действия за вас. Приведенные в этом разделе процедуры не полностью конвертируют рабочий лист в FORTRAN, но результат преобразования можно считать более чем удовлетворительным.

Программа создает и открывает текстовый файл, после чего отображает диалоговое окно, предлагающее пользователю выбрать ячейки для преобразования. После выбора ячеек макрос построчно сканирует выделенную область, пытаясь определить ячейки с числовыми значениями, формулами или текстом.

Если ячейка содержит текст, макрос преобразует его в комментарий FORTRAN. Если ячейка содержит значение или формулу, макрос сгенерирует соответствующие инструкции FORTRAN, формируя для этого текстовую строку, состоящую из шести пробелов, ссылки на ячейку и собственно формулы или значения. Затем следующее выражение анализируется на предмет поиска стрелки вверх (оператора возведения в степень), которую следует преобразовать в соответствующую инструкцию FORTRAN. Сформированная таким образом текстовая строка записывается в файл.

Следует сразу же обратить ваше внимание на тот факт, что программа не проверяет корректность определения значений перед их использованием. Однако, поскольку большая часть рабочих листов составляется сверху вниз и слева направо, обычно проблем не возникает. После завершения преобразования следует в обязательном порядке проверить полученные результаты и убедиться в том, что все массивы и переменные объявлены корректно.

Создание диалогового окна и элементов управления

Диалоговое окно, которое необходимо нарисовать, показано на рис. 4.16.

1. Щелкните правой кнопкой на ярлычке одного из рабочих листов и выберите из контекстного меню команду **Добавить**.
2. В появившемся диалоговом окне **Вставка** перейдите на вкладку **Общие** и дважды щелкните на пиктограмме **Окно диалога Excel 5.0** (рис. 4.17).
3. В результате в рабочую книгу будет вставлен новый лист **Диалог1**. Переименуйте его в **Конв_Диалог**. На листе уже расположена заготовка для диалогового окна, которое предстоит создать.

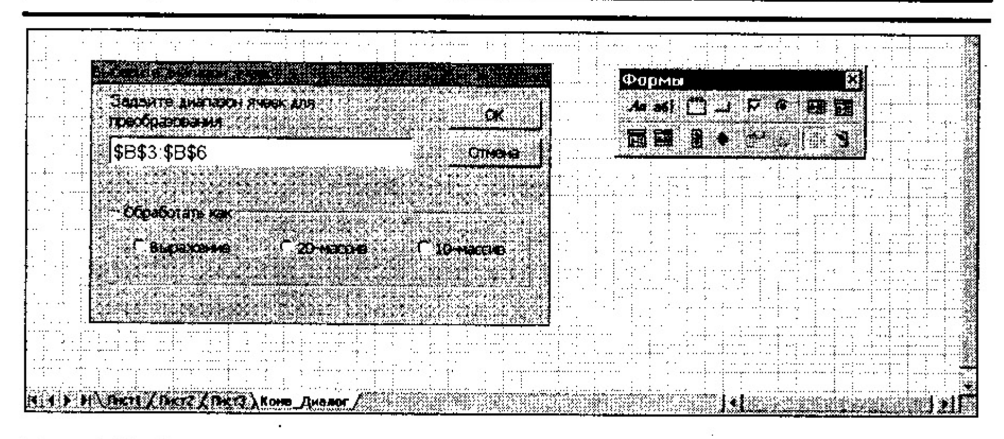


Рис. 4.16. Диалоговое окно программы преобразования рабочих листов Excel в формат FORTRAN

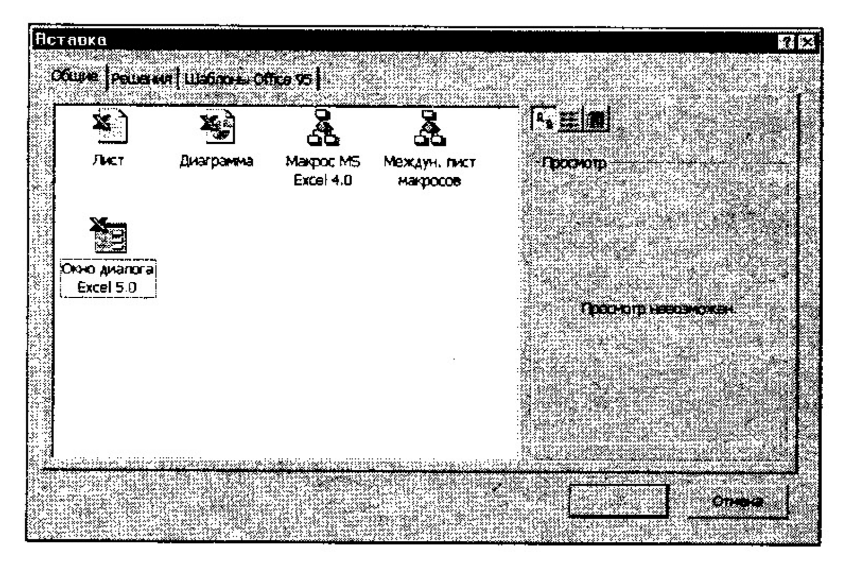


Рис. 4.17. Вставка диалогового модуля

4. Выделите надпись **Заголовок окна диалога** в заготовке и наберите текст **Выберите диапазон ячеек**.
5. Используя рис. 4.16 в качестве образца, нарисуйте с помощью инструмента **Надпись** в верхней части диалогового окна область для текстовой строки. Выделите содержимое области и наберите **Задайте диапазон ячеек для преобразования**.
6. Активизируйте инструмент **Текстовое поле** и нарисуйте область редактирования.

7. Не снимая выделения с области редактирования, наберите в поле имени текст **SelectionBox** и нажмите клавишу <Enter>. Если клавишу не нажать, имя элемента управления не изменится .

Создаваемая программа будет в состоянии обрабатывать стандартные инструкции присвоения, а также инструкции присвоения одномерным и двумерным массивам. Поэтому следует вставить в диалоговое окно соответствующий переключатель.

8. Активизируйте инструмент **Рамка** и нарисуйте в нижней части диалогового окна рамку для переключателей. Выделите заголовок рамки и наберите **Обработать как**.
9. Активизируйте инструмент **Переключатель** и нарисуйте в рамке три переключателя. Измените их заголовки на **Выражение**, **2D-массив** и **1D-массив**.
10. Измените названия переключателей соответственно на **Выражение**, **Как2D**, **Как1D**.
11. Выберите кнопку **OK** и измените ее название на **OKBtn**. Не снимая выделения, щелкните на кнопке **Свойства** панели инструментов **Формы**. На вкладке **Элемент управления** появившегося диалогового окна **формат элемента управления** в разделе параметров **Функция кнопки** опустите флажок **не определена**.
12. Расположите элементы управления так, как это показано на рис. 4.16.
13. Щелкните правой кнопкой на сером (с точками сетки) фоне диалогового окна. Выполните из контекстного меню команду **Последовательность перехода** — в результате должно появиться диалоговое окно с таким же названием (рис. 4.18). С помощью клавиш управления курсором переместите элемент **SelectionBox** на самую верхнюю позицию списка.

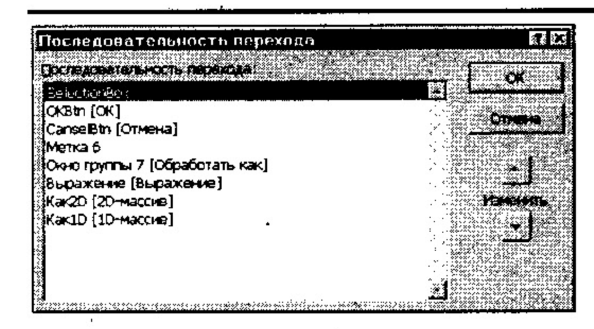


Рис. 4.18. Диалоговое окно Последовательность перехода

Список диалогового окна определяет последовательность передачи фокуса между элементами управления при нажатии клавиши <Tab>. Чтобы содержимое области редактирования автоматически выделялось при каждом обращении к диалоговому окну, элемент управления **SelectionBox** должен быть расположен на первой позиции списка. Итак, создание собственно диалогового окна полностью завершено.

Создание процедур для элементов управления

Теперь осталось создать процедуры и назначить их элементам управления диалогового окна.

1. Перейдите в редактор Visual Basic и вставьте новый модуль (команда Вставка ➤ Модуль).
2. В окне модуля (скорее всего, что это будет Модуль1) наберите следующий код, соответствующий общему заголовку и главной процедуре:

```
Option Explicit              'Требование на явное описание всех переменных.
Public fCancelNotPushed As Boolean      ' Проверка состояния кнопки
                                        ' Отмена.
Sub Excel2For()                         ' Начало программы.
Dim strFilter As String
Dim strFileName As String
Dim answer As Variant
'Фильтр для файлов с исходным кодом Fortran и имя файла по умолчанию.
strFilter = "Fortran Source (*.FOR),*.FOR"
strFileName = "prog.for"
'Вывод диалогового окна SaveAs.
answer = Application.GetSaveAsFilename(strFileName, strFilter)
If answer = False Then Exit Sub         ' Пользователь щелкнул на кнопке
                                        ' Отмена, выйти из программы.
'Удаление из имени файла пробелов и его открытие.
strFileName = Trim(answer)
Open strFileName For Output As #1
fCancelNotPushed = True
'Отображать диалоговое окно до тех пор, пока
'пользователь не щелкнет на кнопке Отмена.
Do While fCancelNotPushed = True
  Sheets("Конв_Диалог").Show
Loop
'Закрыть файл и выйти из программы.
Close #1
End Sub
'
```

В заголовке с помощью инструкции Option Explicit накладывается условие явного описания всех переменных модуля. В результате использования инструкции Public флаговая переменная fCancelNotPushed объявляется глобальной.

Процедура Excel2For является основным модулем программы. В ней стандартный метод GetSaveAsFilename используется для составления имени текстового файла, в который будет записан код. Перед обращением к методу необходимо задать фильтр для файлов и предлагаемое по умолчанию имя файла. В данном случае фильтр состоит из двух частей, разделенных запятой. Первая часть соответствует тексту, который будет выведен в строке Тип файлов диалогового окна Save As. Вторая часть со-

ответствует собственно фильтру (или маске), который будет использован при отображении имен файлов. Пользователям DOS должны быть знакомы основные концепции составления масок.

```
StrFilter = "Fortran Source (*.FOR),*.FOR"
```

Если пользователь щелкает на кнопке Отмена, диалоговое окно сохранения файла возвращает в программу значение False. Для проверки возвращенного значения предназначена конструкция If. Если пользователь не задал имя файла, программа завершает свою работу. В противном случае из имени файла удаляются пробелы, а затем создается соответствующий текстовый файл.

Открытому файлу назначается идентификатор #1, флагу fCancelNotPushed присваивается значение True, после чего организуется цикл, в котором с помощью метода Show отображается диалоговое окно. Цикл будет продолжаться до тех пор, пока флагу fCancelNotPushed не будет присвоено значение False. Инструкция Close закрывает файл и на этом программа завершает работу.

3. Наберите в окне модуля следующую процедуру:

```
' Процедуры типа Sub
'
' CancelBtn_Click( )
'
'
Sub CancelBtn_Click( )
' Как только пользователь щелкнет на кнопке Отмена,
' флагу будет присвоено значение False,
' после чего диалоговое окно будет закрыто.
fCancelNotPressed = False
Sheets("Конв_Диалог").Hide
End Sub
```

Процедуру CancelBtn_Click() следует назначить кнопке Отмена диалогового окна. После щелчка на кнопке процедура опустит флаг и спрячет диалоговое окно.

4. Наберите в окне модуля следующую процедуру:

```
' OKBtn_Click Macro
'
' Эта процедура преобразует содержимое выделенных ячеек
' в соответствующие инструкции FORTRAN.
'
Sub OkBtn_Click( )
Dim rngSelArea As Range
Dim intConvType As Integer
Dim strAddress As String
Dim strCellAddress As String
Dim rngCell As Range
Dim strFormula As String
```

```
Dim strFormula2 As String
Dim intRows As Integer
Dim intCols As Integer
Dim intI As Integer
Dim intJ As Integer
Dim intCellType As Integer
Dim strNote As String
Dim strName As String
Const AsStatements = 1                ' Режим преобразования
Const As2DArray = 2
Const As1DArray = 3
Const AFormula = 1                    ' Тип содержимого ячеек
Const AValue = 2
Const ALabel = 3
' Взвести флаг fCancelNotPushed
fCancelNotPushed = True
' Скрыть диалоговое окно.
Sheets("Конв_Диалог").Hide
' Выделить диапазон ячеек, указанный в диалоговом окне.
ActiveSheet.Range(Sheets("Конв_Диалог").EditBoxes("SelectionBox").Text).Select
' Сохранить выделение как объект Range.
Set rngSelArea = Selection
' Определить режим преобразования по состоянию переключателей
' в диалоговом окне.
If Sheets("Конв_Диалог").OptionButtons("Выражение").Value = 1 Then
  intConvType = AsStatements
ElseIf Sheets("Конв_Диалог").OptionButtons("Как2D").Value = 1 Then
  intConvType = As2DArray
Else
  intConvType = As1DArray
End If
' Преобразовать адрес верхней левой ячейки
' выделенного диапазона в строку.
strAddress = rngSelArea.Cells(1, 1).Address(False, False)
' Определить количество строк и столбцов в выделенном диапазоне.
intRows = rngSelArea.Rows.Count
intCols = rngSelArea.Columns.Count
' Цикл по всем ячейкам выделенного диапазона.
For intI = 1 To intRows
  For intJ = 1 To intCols
    ' Передать фокус очередной ячейке.
    Set rngCell = rngSelArea.Cells(intI, intJ)
    ' Преобразовать формулу ячейки в строку.
    strFormula = rngCell.Formula
    ' Преобразовать едрес ячейки в строку и в том случае, если
    ' выбран переключатель Выражение, изменить
```

```
    ' ссылку на выделенный диалазон адресом ячейки.
    strCellAddress = rngCell.Address(False, False)
    If intConvType = 1 Then
      strAddress = strCellAddress
    End If
    ' Определить тип содержимого ячейки
    If rngCell.HasFormula Then
      intCellType = AFormula
    ElseIf Application.IsNumber(rngCell.Value) Then
      intCellType = AValue
    Else
      intCellType = ALabel
    End If
    ' Преобразовать примечание, соответствующее ячейке,
    ' в комментарий.
    strNote = rngCell.NoteText
    If strNote <> "" Then
      Print #1, "c  " + strAddress + ": Примечание:" + strNote
    End If
    ' Преобразовать содержимое ячейки в выражения Fortran.
    If intCellType = AFormula Then
      ' Содержимое является формулой, преобразовать его в выражения
      Select Case intConvType
      Case AsStatements
        strFormula = "     " + strAddress + strFormula
        strFormula2 = ""
      Case As2DArray
        strFormula = "      " + strAddress + "(" + Str(intI) + "," + Str(intJ)+ ")" +
strFormula
        ' В том случае, если в формуле фигурирует явная ссылка на
        ' ячейку, обработать формулу соответствующим образом.
        strFormula2 = "     " + strCellAddress + "=" + strAddress  + "(" + Str(intI) + ","
+ Str(intJ) + ")"
      Case As1DArray
        strFormula = "      " + strAddress + "(" + Str(intI + (intJ - 1) * intRows) + ")" +
strFormula
        strFormula2 = "      " + strCellAddress + "=" + strAddress + "(" + Str(intI+
(intJ - 1) *  intRows) + ")"
      End Select
    ElseIf intCellType = AValue Then
      ' Если содержимое ячейки является значением,
      ' преобразовать его а выражение
      Select Case intConvType
      Case AsStatаments
        strFormula = "      " + strAddress + "=" + strFormula
        strFormula2 = ""
```

```
      Case As2DArray
        strFormula = "      " + strAddress + "(" + Str(intl) + "," + Str(intJ) + ")=" +
strFormula
        strFormula2 = "      " + strCellAddress + "=" + strAddress + "(" + Str(intl) + ","
+ Str(intJ) + ")"
      Case As1DArray
        strFormula = "      " + strAddress + "(" + Str(intl + (intJ - 1) * intRows) + ")=" +
strFormula
        strFormula2 = "      " + strCellAddress + "=" + strAddress + "(" + Str(intl + (intJ
- 1) * intRows) + ")"
      End Select
    Else ' Метка
      strFormula = "c    " + strCellAddress + ": " + strFormula
    End If
    ' Преобразовать в синтаксис Fortran.
    If intCellType = AFormula Then
      strFormula = Application.Substitute(strFormula, "^", "**")
      ' Заменить ^ на **
    End If
    ' Вывод результатов.
    Print #1, strFormula
    If strFormula2 <> "" Then Print #1, strFormula2
    ' Если ячейка является поименованной, создать еще одну
      ' формулу с перекрестными ссылками.
    ' В обязательном порядке необходимо проверять возникновение
    ' ошибки в случае обработки неименованной ячейки.
    On Error Resume Next
    strName = rngCell.Name.Name
    If Err = 0 Then
      Print #1, "      " + strName + " = " + strCellAddress
    End If
    'If IsNull(mgCell.Name!Name) Then
    ' Print #1, "      " + mgCell.Name.Name + "=" + strAddress
    ' End If
    ' Этот фрагмент кода следует закомментироаать.
  Next intJ
Next intl
Print #1, "c ******************************"
End Sub
```

Процедура OKBtn_Click назначается кнопке OK диалогового окна. Именно эта процедура выполняет преобразование содержимого ячеек рабочего листа в соответствующие инструкции FORTRAN.

Для наглядности после каждого абзаца с описанием фрагмента процедуры приводится соответствующий блок кода. Первый фрагмент соответствует заголовку процедуры и объявлению переменных и констант.



Присвоение константам описательных имен считается правилом хорошего тона. В результате "читабельность" кода значительно повышается.

```
' OKBtn_Click Macro
'
' Эта процедура преобразует содержимое выделенных ячеек
' в соответствующие инструкции FORTRAN.
'
Sub OkBtn_Click( )
Dim rngSelArea As Range
Dim intConvType As Integer
Dim strAddress As String
Dim strCellAddress As String
Dim rngCell As Range
Dim strFormula As String
Dim strFormula2 As String
Dim intRows As Integer
Dim intCols As Integer
Dim intI As Integer
Dim intJ As Integer
Dim intCellType As Integer
Dim strNote As String
Dim strName As String
Const AsStatements = 1          ' Режим преобразования
Const As2DArray = 2
Const As1DArray = 3
Const AFormula = 1              ' Тип содержимого ячеек
Const AValue = 2
Const ALabel = 3
```

В следующем фрагменте кода диалоговое окно скрывается, после чего определяется состояние его элементов управления. Затем указанные в диалоговом окне ячейки преобразуются в объект Range. Блок If позволяет определить активизированный переключатель группы Обработать как. Переменной intConvType присваивается соответствующе типу режиму преобразования значение.

```
' Взвести флаг fCancelNotPushed
fCancelNotPushed = True
' Скрыть диалоговое окно.
Sheets("Конв_Диалог").Hide
' Выделить диапазон ячеек, указанный в диалоговом окне.
ActiveSheet.Range(Sheets("Конв_Диалог").EditBoxes("SelectionBox").Text).Select
' Сохранить выделение как объект Range.
Set rngSelArea = Selection
```

```
' Определить режим преобразования по состоянию переключателей
' в диалоговом окне.
If Sheets("Конв_Диалог").OptionButtons("Выражение").Value = 1 Then
  intConvType = AsStatements
ElseIf Sheets("Конв_Диалог").OptionButtons("Как2D").Value = 1 Then
  intConvType = As2DArray
Else
  intConvType = As1DArray
End If
```

В следующем фрагменте определяется адрес выделенного диапазона и его размер в строках и столбцах.

```
' Преобразовать адрес верхней левой ячейки
' выделенного диапазона в строку.
strAddress = rngSelArea.Cells(1, 1).Address(False, False)
' Определить количество строк и столбцов в выделенном диапазоне.
intRows = rngSelArea.Rows.Count
intCols = rngSelArea.Columns.Count
```

Затем для перебора всех ячеек выделенного диапазона организуется два цикла. В цикле каждой ячейке передается фокус и определяется ее адрес. Адрес ячейки используется для преобразования ее содержимого (если это формула) в соответствующие выражения Fortran. Если выбран переключатель Выражение, ссылка на весь выделенный диапазон заменяется адресом конкретной ячейки.

```
For intI = 1 To intRows
  For intJ = 1 To intCols
    ' Передать фокус очередной ячейке.
    Set rngCell = rngSelAreв.Cells(intI, intJ)
    ' Преобразовать формулу ячейки в строку.
    strFormula = rngCell.Formula
    ' Преобразовать адрес ячейки в строку и в том случае, если
    ' выбран переключатель Выражение, изменить
    ' ссылку на выделенный диапазон адресом ячейки.
    strCellAddress = rngCell.Address(False, False)
    If intConvType = 1 Then
      strAddress = strCellAddress
    End If
```

Код приведенного ниже листинга определяет тип содержимого ячейки. Метод HasFormula возвращает значение True в том случае, если ячейка содержит формулу, метод IsNumber — если ячейка содержит числовое значение. Обратите внимание на необходимость использования объекта Application с целью определения содержимого ячейки как формулы. Если содержимое ячейки не удалось определить как числовое значение нли формулу, оно считается меткой.

```
' Определить тип содержимого ячейки
If rngCell.HasFormula Then
  intCellType = AFormula
ElseIf Application.IsNumber(rngCell.Value) Then
  intCellType = AValue
Else
  intCellType = ALabel
End If
```

Примечания ячеек преобразовываются в комментарии FORTRAN и записываются в текстовый файл. В соответствии с форматом вывода в первой позиции строки помещается символ с (превращающий строку в комментарий), затем следует текст: Примечание: и сам текст примечания.

```
' Преобразовать примечание, соответствующее ячейке,
' в комментарий.
strNote = rngCell.NoteText
If strNote <> "" Then
  Print #1, "c  " + strAddress + ": Примечание:" + strNote
End If
```

Собственно преобразование выражений выполняет следующий фрагмент кода. Если ячейка содержит формулу, для преобразования ее в выражение FORTRAN остается только расположить слева от символа присвоения (=) имя переменной. В зависимости от режима преобразования выражений будут выполняться соответствующие инструкции блока Select Case. Если преобразование выполняется "по выражениям", в качестве имени переменной используется ссылка на ячейку. Если же преобразование выполняется в одно- или двумерный массив, в качестве имени массива используется адрес верхней левой ячейки диапазона, а в качестве индексов используются текущие значения переменных IntI и IntJ. Кроме того, поскольку в формуле может фигурировать явная ссылка на ячейку (а не как на элемент массива), формируется перекрестная ссылка, которая заменяет конкретный адрес ячейки на соответствующий элемент массива.

```
' Преобразовать содержимое ячейки в выражения Fortran.
If intCellType = AFormula Then
  ' Содержимое является формулой, преобразовать его в выражения
  Select Case intConvType
  Case AsStatements
    strFormula = "      " + strAddress + strFormula
    strFormula2 = ""
  Case As2DArray
    strFormula = "      " + strAddress + "(" + Str(intI) + "," + Str(intJ)+ ")" +
strFormula
    ' В том случае, если в формуле фигурирует явная ссылка на
    ' ячейку, обработать формулу соответствующим образом.
    strFormula2 = "      " + strCellAddress + "=" + strAddress  + "(" + Str(intI) + ","
```

```
+ Str(intJ) + ")"
      Case As1DArray
        strFormula = "      " + strAddress + "(" + Str(intI + (intJ - 1) * intRows) + ")" +
strFormula
        strFormula2 = "      " + strCellAddress + "=" + strAddress + "(" + Str(intI+
(intJ - 1) *  intRows) + ")"
      End Select
```

Если же ячейка содержит значение, при выводе в текстовый файл его необходимо предварить именем переменной и знаком равенства. Опять же, в зависимости от режима преобразования, выполняются соответствующие инструкции блока Select Case.

```
    ElseIf intCellType = AValue Then
        ' Если содержимое ячейки является значением,
        ' преобразовать его в выражение
        Select Case intConvType
        Case AsStatements
          strFormula = "      " + strAddress + "=" + strFormula
          strFormula2 = ""
        Case As2DArray
          strFormula = "      " + strAddress + "(" + Str(intI) + "," + Str(intJ) + ")=" +
strFormula
          strFormula2 = "      " + strCellAddress + "=" + strAddress + "(" + Str(intI) +
"," +  Str(intJ) + ")"
        Case As1DArray
          strFormula = "      " + strAddress + "(" + Str(intI + (intJ - 1) * intRows) + ")="
+ strFormula
          strFormula2 = "      " + strCellAddress + "=" + strAddress + "(" + Str(intI +
(intJ - 1) *  intRows) + ")"
        End Select
```

И, наконец, последняя возможная ситуация, когда содержимое ячейки является меткой. Путем добавления в первую позицию строки символа c, вывода адреса ячейки и его содержимого метка преобразуется в комментарий FORTRAN.

```
    Else ' Метка
        strFormula = "c    " + strCellAddress + ": " + strFormula
    End If
```

Синтаксис операторов возведения в степень FORTRAN и Visual Basic не совпадает, поэтому обнаруженный в формуле символ ^ должен быть заменен на символы **. Все остальные (необходимые с вашей точки зрения) преобразования синтаксиса должны выполняться здесь же.

```
    ' Преобразовать в синтаксис Fortran.
    If intCellType = AFormula Then
      strFormula = Application.Substitute(strFormula, "^", "**")
      ' Заменить ^ на **
    End If
```

Составленное выражение FORTRAN, которое включает формулу и перекрестную ссылку на имя ячейки, необходимо вывести в текстовый файл.

```
' Вывод результатов.
Print #1, strFormula
If strFormula2 <> "" Then Print #1, strFormula2
```

Если ячейка является именованной, ее имя может фигурировать в формуле и поэтому должно быть указано в перекрестной ссылке на ячейку. К сожалению, определить, является ли ячейка именованной, можно только экспериментальным путем. Для этого с помощью инструкции On Error необходимо активизировать подпрограмму обработки ошибок. Данная инструкция определяет возможность продолжения выполнения программы в случае возникновения ошибки. В нашем случае возникновение ошибки выполнения приводит к передаче управления на инструкцию, непосредственно следующую за инструкцией, при выполнении которой возникла ошибка. Если инструкцию On Error опустить, при попытке обработки любой неименованной ячейки будет возникать ошибка выполнения.

Примечание

Инструкция On Error позволяет обойти некоторые недостатки языка Visual Basic путем продолжения выполнения программы после возникновения фатальной ошибки. Таким образом, программисту предоставляется возможность создания процедур-обработчиков ошибок.

В данном случае после активизации обработчика ошибок предпринимается попытка сформировать из ссылки на диапазон имя ячейки. Конструкция Name.Name является необходимой, поскольку первая инструкция Name извлекает объект типа Name, а вторая извлекает из этого объекта текстовую строку. Если ячейка не обладает именем, возникает ошибка и обработчик заставляет программу выполнять инструкции после выражения Err = 0. В случае возникновения ошибки функция Err возвращает ее код. Отсутствию ошибки соответствует возвращенное нулевое значение. Если ошибки не произошло, следовательно, ячейка обладает именем и преобразование между именем и адресом ячейки возможно.

```
' Если ячейка является поименованной, создать еще одну
' формулу с перекрестными ссылками.
' В обязательном порядке необходимо проверять возникновение
' ошибки в случае обработки неименованной ячейки.
On Error Resume Next
strName = rngCell.Name.Name
If Err = 0 Then
  Print #1, "     " + strName + " = " + strCellAddress
End If
```

Последний фрагмент кода содержит завершающие инструкции организованных выше циклов, а также инструкцию вывода комментария в конце каждого раздела.

```
 ' Этот фрагмент кода следует закомментировать.
  Next intJ
Next intI
Print #1, "c *****************************"
End Sub
```

5. Наберите в окне модуля следующую процедуру:

```
'
' Процедура Close_File для закрытия файлов на диске
' в процессе отладки программы.
'
Sub Close_File( )
Close
End Sub
```

Последняя процедура окажется полезной при отладке. Если процедура по каким-то причинам завершает свою работу ненормальным способом, все файлы остаются открытыми. При попытке повторного открытия файла возникает фатальная ошибка. После выполнения приведенной короткой процедуры все открытые файлы будут закрыты. Всегда запускайте эту процедуру после того, как процедура Excel2For завершает свою работу ненормальным образом.

Теперь осталось назначить процедуры двум клавишам диалогового окна.

6. Перейдите на рабочий лист Конв_Диалог и щелкните на кнопке OK правой кнопкой мыши. Выполните из контекстного меню команду Назначить макрос. В списке выберите макрос OKBtn_Click и щелкните на кнопке OK .
7. Аналогичную процедуру проделайте с кнопкой Отмена, назначив ей макрос CancelBtn_Click.

Программа уже создана. Откройте любой рабочий лист и примените к нему программу. Если вы не сделали ошибок при наборе кода, программа должна работать. Если же программа не работает должным образом, ее придется отлаживать, о чем и пойдет речь в следующем разделе.

Для наглядности применим программу к рабочему листу Delyiannis Bandpass Circuit, созданному в главе 3.

1. Откройте созданный в главе 3 рабочий лист Delyiannis Bandpass Circuit (это рабочий лист Рис. 3.21 в рабочей книге ch03rus.xls на отдельно распространяемой дискете).
2. Перейдите к рабочему листу Конв_Диалог и скопируйте его в книгу ch04rus.xls. Для этого выполните команду Правка ➤ Переместить/скопировать лист. В появившемся диалоговом окне (рис. 4.19) укажите книгу, в которую следует скопировать текущий лист. Кроме того, не забудьте установить флажок Создавать копию.

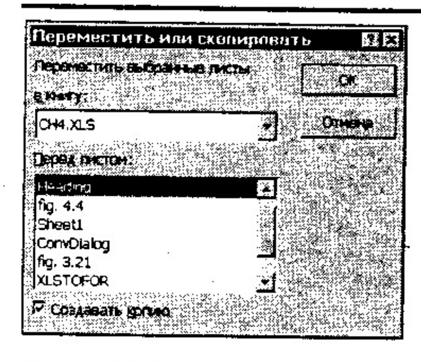


Рис. 4.19. Диалоговое окно Переместить или скопировать

3. Затем перейдите в редактор Visual Basic и в окне проекта перетащите соответствующий созданным процедурам модуль (**Модуль1**) в рабочую книгу ch04rus.xls.
4. Теперь вновь откройте рабочий лист Рис. 3.21, выполните команду Сервис ➤ Макрос ➤ Макросы, выберите в диалоговом окне программу Excel2For и щелкните на кнопке **Выполнить**.
5. В появившемся диалоговом окне **Сохранение документа** согласитесь с предложенным по умолчанию именем файла, в который будут записаны выходные данные, и щелкните на кнопке OK.
6. В результате выполненных действий будет открыто созданное вами диалоговое окно. Задайте в области редактирования ссылку на диапазон ячеек B3:C5, как это показано на рис. 4.20.
7. Выберите переключатель **Выражение** и щелкните на кнопке OK.

	A	B	C	D	E	F	G
2							
3		RES1	10	CAP1	1,00E-06	RESA	32
4		RES2	10	CAP2	1,00E-06	RESB	10
5		K	4,2	WP	100000	WPQP	1,69E+05
6							
7							
8		Frequency	|G(s)|				
9		1,00E+04	0,13				
10		2,00E+04	0,26				
11		3,00E+04	0,38				
12		4,00E+04	0,49				
13		5,00E+04	0,58				
14		6,00E+04	0,66				
15		7,00E+04	0,71				
16		8,00E+04	0,75				
17		9,00E+04	0,77				

Выберите диапазон ячеек
Задайте диапазон ячеек для
$B$3:$C$5
OK
Отмена
Обработать как
Выражение
2D-массив
1D-массив

Heading / fig. 4.4 / Sheet1 / ConvDialog / fig. 3.21 / XLSTOFOR / Sheet2

Рис. 4.20. Выбор диапазона ячеек для преобразования в инструкции FORTRAN

8. Когда диалоговое окно появится вновь, задайте ссылку на диапазон ячеек B9:C11, выберите переключатель 2D-массив и щелкните на кнопке OK.
9. Чтобы закрыть файл и завершить работу программы, щелкните на кнопке Отмена.



Примечание

Чтобы упростить процедуру отладки, с помощью панели инструментов Формы нарисуйте на рабочем листе две кнопки. Одной из них назначьте процедуру Excel2For, второй — CancelBtn_Click. Теперь для запуска программы достаточно будет щелкнуть на кнопке, а не бродить по меню.

Созданный в результате выполнения программы текстовый файл содержит следующую информацию:

```
c  B3: RES1
   C3=10
   RES1 = C3
c  B4: RES2
   C4=10
   RES2 = C4
c  B5: K
   C5=1+RESA/RESB
   K = C5
c ****************************
   B9( 1, 1)=10000
   B9=B9( 1, 1)
   B9( 1, 2)=(B9/(RES1*CAP2*(1-1/K)))/SQRT((WP**2-
B9**2)**2+WPQP**2*B9**2)
   C9=B9( 1, 2)
   B9( 2, 1)=20000
   B10=B9( 2, 1)
   B9( 2, 2)=(B10/(RES1*CAP2*(1-1/K)))/SQRT((WP**2-
B10**2)**2+WPQP**2*B10**2)
   C10=B9( 2, 2)
   B9( 3, 1)=30000
   B11=B9( 3, 1)
   B9( 3, 2)=(B11/(RES1*CAP2*(1-1/K)))/SQRT((WP**2-
B11**2)**2+WPQP**2*B11**2)
   C11=B9( 3, 2)
c ****************************
```

Сгенерированный листинг будет без проблем транслироваться как компилятором FORTRAN, так и другими распространенными компиляторами. Однако по-прежнему необходимо проверять порядок выражений с тем, чтобы исключить возможность использования значений перед их присвоением. Желательно также переписать инструкции If и следить за

тем, чтобы длина строки составляла не более 72 символов, поскольку компилятор FORTRAN все равно болезненно отреагирует на подобные проблемы. Обратите внимание на способ преобразования меток ячеек B3 и B4 в комментарии к программе, а также на манипуляции со значением и названием ячейки C3. Все возможные названия теперь доступны для использования в формулах программы.

Ячейки D3:E5 были преобразованы в двумерный массив. Однако, поскольку первый столбец содержит только метки, он отсутствует в текстовом файле. В качестве названия массива используется название ячейки в верхнем левом углу преобразуемого диапазона.

Отладка макропрограмм

Во многих случаях программы Visual Basic не желают корректно работать при первом запуске. Чтобы понять, где именно вы допустили ошибку, необходимо определить действия процедуры на каждом шаге. После возникновения ошибки выполнения выводится диалоговое окно (рис. 4.21), предлагающее завершить программу, продолжить ее или переключиться в режим отладки.

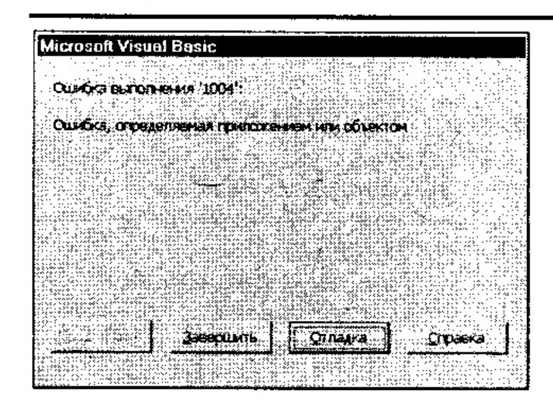


Рис. 4.21. Диалоговое окно, информирующее о возникновении ошибки выполнения

В большинстве случаев наиболее разумным решением будет переключение в окно редактора Visual Basic, изображенное на рис. 4.22.

Внимательный читатель уже заметил причину возникновения ошибки — я закомментировал инструкцию On Error, которая активизировала обработчик ошибок. Естественно, что все возникающие ошибки теперь приводят к прекращению выполнения программы. На данном этапе, чтобы узнать текущее значение любой переменной, достаточно выделить саму переменную и щелкнуть на кнопке Контрольное значение панели инструментов Отладка.

dial.xls - Модуль1 (Программа)

(Общая область) | OkBtn_Click

```
        ' Если ячейка является поименованной, создать еще одну
      ' формулу с перекрестными ссылками.
        ' В обязательном порядке необходимо проверять возникновен
        ' ошибки в случае обработки неименованной ячейки.
        ' On Error Resume Next
        strName = rngCell.Name.Name
        If Err = 0 Then
           Print #1, "      " + strName + " = " + strCellAddress
        End If
        'If IsNull(rngCell.Name!Name) Then
        ' Print #1, "      " + rngCell.Name.Name + "=" + strAddre
        ' End If
        ' Этот фрагмент кода следует закомментировать.
    Next intJ
```

Рис. 4.22. Инструкция, в результате выполнения которой возникла ошибка, выделена желтым цветом

В данном случае очень интересно было бы узнать значение переменной Err (оно должно быть равно 1004). Для того, чтобы постоянно отслеживать значение переменной, щелкните на кнопке Добавить диалогового окна Контрольное значение (рис. 4.23).

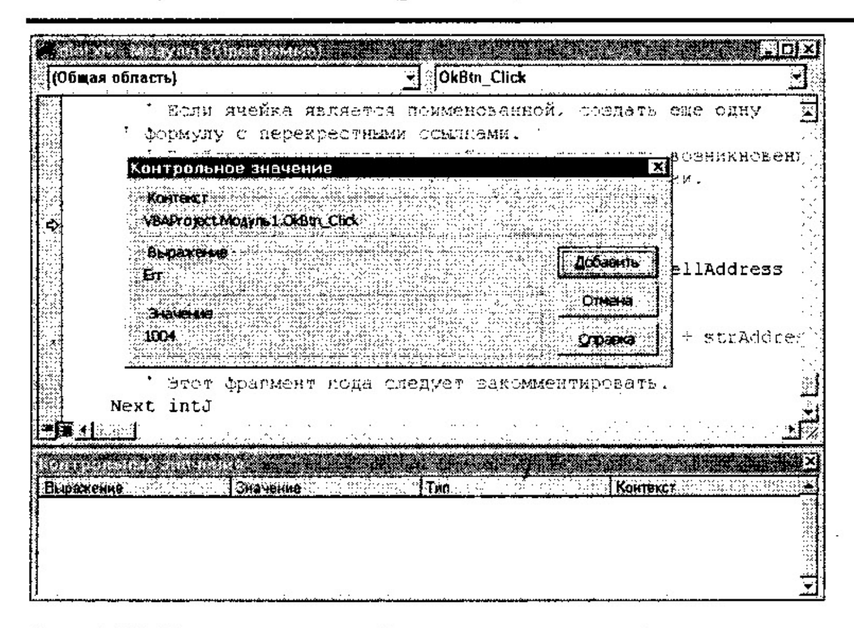


Рис. 4.23. Диалоговое окно Контрольное значение

В результате переменная и ее значение будет постоянно отслеживаться на панели **Контрольные значения**.

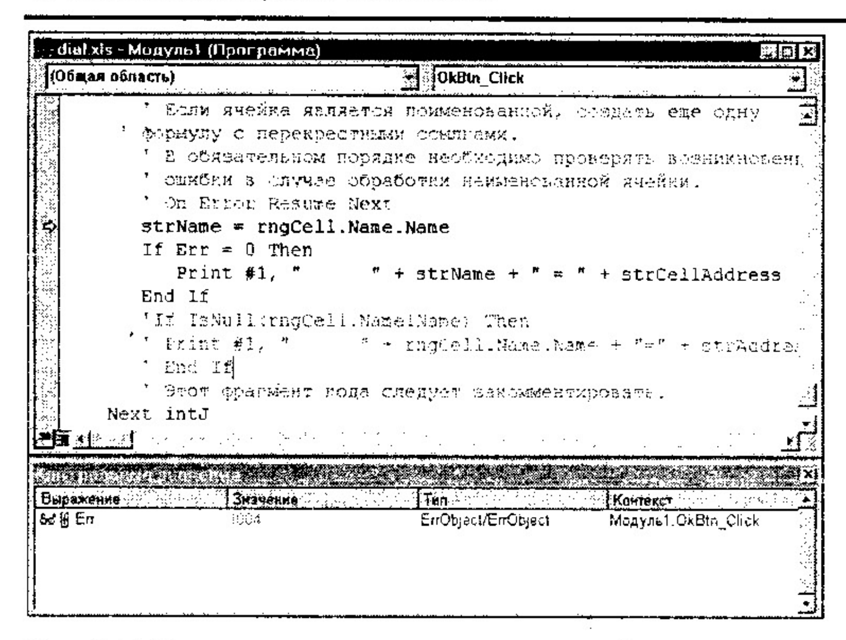


Рис. 4.24. Теперь текущее значение переменной отслеживается постоянно

Не менее эффективным способом поиска некорректной инструкции является выполнение кода в пошаговом или построчном режиме, когда вам предоставлена возможность отслеживать значения переменных до тех пор, пока не произойдет ошибка. Чтобы быстро добраться до проблемного фрагмента кода, выберите выражение перед ним и щелкните на кнопке **Точка останова**. Все инструкции до заданной точки останова выполняются с нормальной скоростью, после чего пользователю предоставляется возможность отладить программу в пошаговом режиме.

Резюме

Visual Basic в значительной степени расширяет функциональные возможности Excel, позволяя автоматизировать трудоемкие рутинные задачи. Кроме того, в случае необходимости можно будет не только расширить диапазон функций рабочего листа, но и написать отдельную программу, предназначенную для выполнения сложной задачи.

Excel позволяет преобразовать выполняемую последовательность действий в набор инструкций Visual Basic. Этот набор инструкций можно с успехом использовать в качестве подпрограммы. Редактор Visual Basic предоставляет все средства, необходимые для отладки процедур, позволяя отслеживать текущие значения переменных и выполнять программу в пошаговом режиме.

В такой небольшой главе невозможно полностью раскрыть широкие функциональные возможности Visual Basic. Этому языку программирования посвящены целые книги, поэтому, если вы действительно заинтересованы в изучении Visual Basic, приобретите одну из них.

Дополнительная литература

Visual Basic for Applications

W. J. Orvis, *Visual Basic for Applications By Example,* Indianapolis, IN: QUE, 1994.

Microsoft, *Руководство пользователя Visual Basic*, а также система справки Visual Basic, входящая в комплект поставки Excel.

В.В. Волков, *Работа на персональном компьютере. Практический курс*, К., Юниор, 1999 г.

Обзорные задачи

1. Напишите процедуру для автоматического создания рабочего листа, показанного на рис. 2.5.
2. Напишите процедуру для автоматического создания рабочего листа, показанного на рис. 3.15—3.17. Вместо таблицы с данными температуры воспользуйтесь альтернативной формулой.
3. Напишите процедуру, которая выводит в диалоговом окне вопрос Сохранить рабочую книгу? и ожидает, пока пользователь щелкнет на кнопке Да или Нет. Если пользователь щелкнул на кнопке Да, процедура должна сохранить рабочую книгу в текущем каталоге, заменив при этом предыдущую версию, и вывести в строке состояния сообщение Рабочая книга сохранена. Если пользователь щелкнул на кнопке Нет, процедура должна вывести в строке состояния сообщение Рабочая книга не сохранена.
4. Напишите процедуру, которая предлагает ввести в диалоговом окне дату вашего рождения, после чего выводит ваш возраст в днях в другом диалоговом окне.
5. Напишите процедуру, которая автоматически создает таблицу углов x и значений гиперболического синуса для одиннадцати углов в диапазоне от 0 до 4, используя при этом следующую формулу:

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

6. Напишите процедуру для представления данных предыдущей задачи в виде графика. Не забудьте вывести по обеим осям разметку.
7. Напишите процедуру для автоматического создания рабочего листа, показанного на рис. 2.8.
8. Напишите процедуру для транспонирования матрицы размером 3x3 (**A**). В транспонированной матрице (**At**) значения переставлены сим-

метрично ее главной диагонали. Использовать стандартную функцию ТРАНСП нельзя.

$$A = \begin{vmatrix} A & B & c \\ D & E & f \\ G & H & i \end{vmatrix}, \qquad A' = \begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix}$$

9. Напишите процедуру, которая считывает значения двух ячеек и формирует из них текстовую ссылку на третью ячейку. Первое число соответствует номеру столбца, второе — номеру строки. Номер столбца необходимо преобразовать в соответствующий буквенный индекс (1 в А, 2 в В и т.д.). Например, если в ячейках записаны значения 3 и 5, процедура должна вернуть строку C5.
10. Напишите процедуру, которая прокручивает рабочий лист вниз иа один экран, перемещая при этом активную ячейку в верхнюю часть экрана. Напишите вторую процедуру, которая прокручивает рабочий лист вверх на один экран, перемещая активную ячейку в нижнюю часть экрана. Напишите еще две аналогичных процедуры для скроллинга вправо и влево.

Упражнения

1. Напишите функцию, которая вычисляет объем цилиндрического бака с водой по заданному диаметру и высоте.
2. Факториал числа равен произведению всех натуральных чисел, не больших заданного, например:

   5! = 1 x 2 x 3 x 4 x 5

   6! = 1 x 2 x 3 x 4 x 5 x 6

   Напишите функцию, которая возвращает факториал аргумента.
3. Дополните созданную раньше программу преобразования даты из григорианского формата в юлианский диалоговым окном.
4. Перепишите процедуру Excel2For таким образом, чтобы содержимое ячеек Excel преобразовывалось в инструкции Visual Basic, а не FORTRAN.
5. Дополните процедуру Thermoelectric Cooler из главы 2 диалоговым окном.
6. Напишите процедуру для вычисления по заданному времени (t) двухэлементного массива, который содержит эклиптическую долготу (X) и отклонение от эклиптики (ε).

$$X = 50.2564'' + 0.00222''t$$

$$\varepsilon = 23^0 27' 8.26'' - 0.4684''t$$

7. Средняя скорость потока жидкости в трубе определяется формулой

$$\bar{v} = \frac{a^2 P}{8\eta l},$$

число Рейнольдса равно

$$\mathrm{Re} = \frac{2\bar{v}a\rho}{\eta}$$

В формулах a соответствует радиусу трубы, ρ — плотности, P/l — градиенту давления, η — вязкости жидкости. Напишите функцию, которая по заданным радиусу трубы, плотности, градиенту давления и вязкости жидкости вычисляет число Рейнольдса.

8. Для обработки металла на токарном станке очень важно подобрать оптимальную скорость вращения заготовки. Если металл будет точиться слишком медленно, этот процесс займет слишком много времени. Если же точить слишком быстро, сломается инструмент или само изделие. Оптимальная скорость точения металла определяется следующей эмпирической формулой:

$$V = \frac{H \times S}{\left(\sqrt[3]{D+Y}\right)\left(\sqrt[3]{F-Z}\right)}$$

где V соответствует скорости движения резца в футах/с, D — глубине резания, выраженной в 1/64 дюйма, F — подаче резца, выраженной в 1/64 дюйма на оборот. Константы H, S, Y и Z зависят от свойств материала и размера резца.

Жесткость материала	**H**
Жесткий	0.6
Средней жесткости	1.0
Мягкий	2.0

Размер инструмента (дюймы)	**Материал**	**S**	**Y**	**Z**
$^3/_4$	чугун	232	3	0
$^1/_2$	чугун	215	8	0.3
$^3/_4$	сталь	325	-2	0.3
$^1/_2$	сталь	288	0	0.5

Создайте функцию, которая вычислит по заданным входным значениям оптимальную скорость резки металла.

9. Профессиональные журналы иногда ограничивают размер аннотаций характеристикой, выраженной в количестве слов. Создайте программу, которая позволит удовлетворить выдвигаемые требования. Она должна открывать указанный файл, подсчитывать находящееся в нем

количество слов и выводить это значение в отдельном диалоговом окне.

10. Стандартная функция Excel СТАНДОТКЛОН, вычисляющая отклонение, пытается обрабатывать даже пустые ячейки. Напишите новую функцию, которая будет игнорировать пустые ячейки. Для вычисления стандартного отклонения используется формула:

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{N - 1}},$$

где N равно количеству обработанных ячеек, x_i — значению очередной ячейки, а $\bar{x}$ — среднему арифметическому всех обработанных ячеек.

Глава 5

Анализ информации с помощью баз данных

В этой главе

- ✓ **Импортирование данных в рабочий лист**
- ✓ **Синтаксический анализ данных**
- ✓ **Обращение к внешним базам данных**
- ✓ **Выбор данных с помощью фильтров**
- ✓ **Выбор данных с помощью форм**
- ✓ **Сортировка данных**

Анализ экспериментальных данных может сводиться к обычному усреднению нескольких значений или усложняться до поиска записей в большой базе данных по некоторому критерию. Программа Excel в состоянии справиться с любыми задачами по обработке данных, включая перечисленные крайности.

Прежде чем обрабатывать данные, их необходимо поместить в Excel. После этого многочисленные команды и функции Excel позволят обработать данные любым необходимым способом и вывести результаты. Например, значения выходного напряжения (или тока) большей части экспериментальных приборов пропорциональны измеряемым физическим величинам. Обрабатывая измеренные значения по формулам Excel, можно будет преобразовывать их в соответствующие характеристики.

Ввод экспериментальных данных

Существует несколько методов ввода данных в рабочую книгу. Естественно, что оптимальный метод ввода зависит от формата данных. Если данные от руки записаны в блокноте, вам остается набивать их самостоятельно. Если данные уже находятся на жестком диске компьютера в некотором текстовом формате, их можно будет загрузить непосредственно в рабочий лист (вполне возможно, что прочитанные данные придется вручную распределить по ячейкам). Меньше всего проблем возникает в том случае, если данные находятся в какой-то внешней базе данных.

Ввод данных вручную

Большая часть экспериментальных данных существует только на бумаге. Записи в журнале исследований и таблицы в научных журналах являются неплохими примерами распечатанных экспериментальных данных. Если вы не являетесь счастливым обладателем сканера и программного обеспечения для оптического распознавания символов (optical character recognition — OCR), такие данные придется набивать вручную. Справедливости ради следует заметить, что один прилежный аспирант с успехом заменяет и сканер, и необходимое программное обеспечение.

Как правило, в комплект поставки сканера входит программа для распознавания напечатанного (но не написанного от руки) текста и преобразования его в файл на диске. Превратить распечатанные данные в редактируемый текст позволит даже недорогой ручной сканер и простейшая программа распознавания. Совсем нелишним будет тщательно проверить корректность распознания данных приложением (или набора их аспирантом).

Набирать данные в Excel совсем несложно. С помощью мыши выделите столбец рабочего листа и начинайте набирать данные. После нажатия клавиш <Enter> или <Tab> активная ячейка будет перемещаться вниз на одну строку, позволяя тем самым ввести следующее значение.



Предупрвждение

Имейте в виду, что после достижения конца выделенного диапазона активная ячейка переместится в его начало и все набранные прежде данные могут быть потеряны.

Если же выделить два и более столбцов, после каждого нажатия клавиши <Enter> (или клавиши <Return> на платформах Macintosh) активная ячейка будет последовательно путешествовать по всем выделенным столбцам сверху вниз. Нажатие клавищи <Tab> (<Enter> на платформах Macintosh) заставляет активную ячейку циклически перемещаться слева направо по столбцам выделенного диапазона. После достижения последнего столбца активная ячейка возвратится к первому, переместившись одновременно на следующую строку. Если во время нажатия <Tab> или <Enter> удерживать еще и клавишу <Shift>, направление движения ячейки изменится на противоположное (вверх для комбинации клавиш <Shift+Enter> и вправо для <Shift+Tab>). Кроме того, все версии Excel для Windows позволяют задать используемое по умолчанию направление смещение активной ячейки после нажатия клавиши <Enter>. Для этого достаточно выполнить команду **Сервис ➤ Параметры** и перейти на вкладку **Правка**.

Импортирование данных из файла

Вставка данных в рабочий лист в значительной степени упрощается в том случае, если данные уже существуют в виде файла на диске. Это могут быть файлы, созданные программами численного моделирования или файлы, полученные из других источников. Существует несколько методов считывания данных из файла на диске в рабочий лист.

Программа Excel в состояиии непосредственно работать с файлами форматов, которые перечислены в табл. 5.1. Кроме того, с помощью надстройки MS Query для Excel 5 можно манипулировать с данными популярных приложений управления базами данных. Надстройка Query сразу же вставляет обнаруженные данные в рабочий лист.

Таблица 5.1. Форматы данных, поддерживаемые Excel

Формат	Расширение файла
Excel 97, 7.0 или 5.0	.XLS, .XLT
Excel 4.0	.XLS, .XLC, .XLM, .XLW, .XLA, .XLT, .XLB, .XLL
Excel 3.0	.XLS, .XLC, .XLM, .XLW, .XLA, .XLT
Excel 2.x	.XLS, .XLC, .XLM, .XLW
Символические связи	.SLK
Текст	.TXT
Значения, разделенные запятыми	.CSV
1-2-3 версия 1A	.WKS
Microsoft Works	.WKS
1-2-3 версия 2.x	.WK1, .FMT
1-2-3 версия 3.x	.WK3, .FM3, .PRN
1-2-3 для Windows	.WK3, .FM3, .PRN
Allways	.ALL
Формат обмена данными	.DIF
DBase II	.DBF2
DBase II	.DBF3
dBase IV	.DBF4
Quattro Pro для MS-DOS	.WQ1, .WQS

Для моделирования физических явлений и поведения механизмов на компьютерах характерно большое количество данных, которые необходимо проанализировать и представить в графическом виде. Если данные уже записаны в текстовый файл, загрузить их в рабочий лист не составит труда.

Если же данные записаны в двоичный файл, придется написать небольшую программу, которая преобразует двоичный файл в текстовый. Чтобы во время преобразования не возникало проблем, данные в текстовом файле должны быть представлены в виде таблицы, в которой столбцы числовых значений или текста разделены табуляторами, а каждая строка завершается символом возврата каретки. Именно такие требования приложение Excel по умолчанию выдвигает к файлам в текстовом формате.

Текстовые файлы, в которых значения разделены запятыми, точками с запятыми, пробелами или любым другим символом, также могут быть прочитаны в Excel, однако для этого необходимо будет явно задать разделяющий символ в диалоговом окне **Мастер текстов (импорт)**.

Программы эмуляции терминалов позволяют устанавливать соединение между компьютерами по модему или локальной сети. С их помощью можно получать результаты моделирования от главного вычислительного сервера (мэйнфрейма) или просто удаленного персонального компьютера. Большинство программ эмуляции терминалов поддерживают возможность сохранения полученных данных в текстовой форме.

Примечание

Программы эмуляции терминалов оказываются незаменимыми в том случае, если возникает необходимость обмена данными между платформами с несовместимыми файловыми системами. С помощью кабеля нуль-модема соедините последовательные порты компьютеров, после чего передавайте необходимые файлы по одному из стандартных протоколов обмена файлами.

Импортирование стандартных текстовых файлов

Если необходимые данные находятся в текстовом файле, отдельные значения в котором разделены табуляторами, достаточно будет открыть этот файл с помощью стандартной команды **Файл ➤ Открыть**. Файлы, в которых значения данных разделены табуляторами, а в конце каждой строки стоит символ возврата каретки, соответствуют требованиям, по умолчанию выдвигаемыми Excel к файлам текстового формата. В случае открытия такого файла Excel создает новую рабочую книгу и считывает символы из файла в ячейку A1 до тех пор, пока не встретит символ табуляции. После этого активная ячейка смещается вправо, и символы считываются в ячейку B1 до тех пор, пока не будет обнаружен следующий символ табуляции. При обнаружении каждого символа табуляции активная ячейка будет смещаться вправо до тех пор, пока не встретиться символ возврата каретки, который вновь переместит активную ячейку в столбец A, но уже на одну строку ниже.

Если для разделения данных используется какой-то другой символ, как то запятая, пробел или точка с запятой, его придется указать в мастере импортирования текстов, который будет автоматически запущен при попытке открыть файл. Мастер позволяет учитывать даже происхождение файла (его принадлежность к определенной операционной системе), поскольку различные платформы используют для обозначения конца строки различные символы.

Текстовый файл с разделенными пробелами значениями

В качестве примера рассмотрим процедуру импортирования представленного на рис. 5.1 текстового файла с разделенными пробелами значениями. Файл был создан в приложении Блокнот, которое входит в комплект поставки Windows. Пользователи платформ Macintosh могут воспользоваться для создания файла приложением Teach Text.

```
Columns - Блокнот
Файл  Правка  Поиск  ?
Файл с данными для считывания в EXCEL

   Зазор возникновения искры (см)

 Макс.  I   Диаметр электрода (см)  I
напряж. I---------------------------I
 (кВ)   I  2.5    5    10    20     I
-------------------------------------
  5       0.13 0.15 0.15 0.16
 10       0.27 0.29 0.30 0.32
 15       0.42 0.44 0.46 0.48
 20       0.58 0.60 0.62 0.64
 25       0.76 0.77 0.78 0.81
 30       0.95 0.94 0.95 0.98
 35       1.17 1.12 1.12 1.15
 40       1.41 1.30 1.29 1.32
 45       1.68 1.50 1.47 1.49
 50       2.00 1.71 1.65 1.66
```

Рис. 5.1. Данные о зазорах возникновения разряда разделены пробелами. Текстовый файл создан в приложении Windows Блокнот

1. В программе Блокнот (или Teach Text) наберите данные, показанные на рис. 5.1. Для выравнивания столбцов используйте пробелы.
2. Сохраните файл под именем COLUMNS.TXT.
3. Запустите приложение Excel и выполните команду **Файл ➤ Открыть.**
4. В диалоговом окне Открытие документа выберите из списка Тип файлов пункт Все файлы.
5. Выберите файл COLUMNS.TXT и щелкните на кнопке Открыть.

В результате выполненных действий будет запущен мастер импортирования текстов, который и поможет прочитать файл в Excel. Имейте в виду, что импортируемый документ содержит разнесенные с помощью пробелов на равные интервалы столбцы данных.

6. Выберите переключатель с разделителями и щелкните на кнопке Далее.

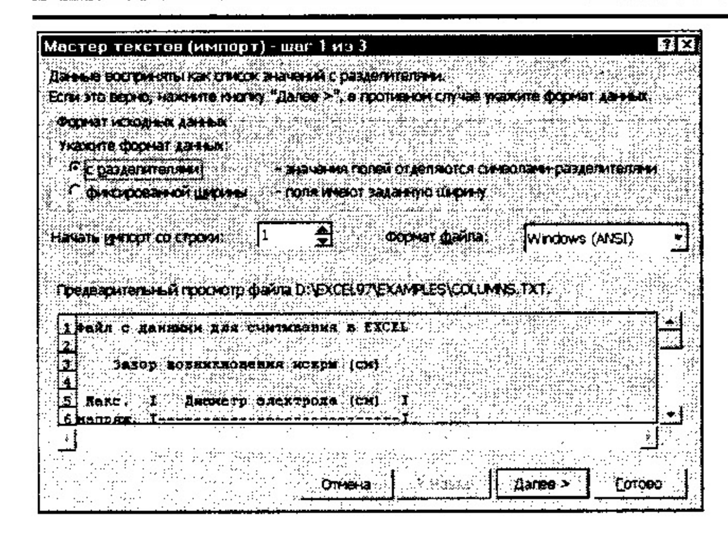


Рис. 5.2. Первое диалоговое окно мастера импортирования

7. Во втором диалоговом окне мастера установите флажки **пробел** и **Считать последовательные разделители одним**. Щелкните на кнопке **Далее**. При желании можно установить и флажок **символ табуляции** — в этом случае все табуляторы тоже будут учитываться во время синтаксического анализа файла с целью выделения столбцов.

   Следующее диалоговое окно позволит задать формат данных для каждого столбца. Оставьте предложенный по умолчанию формат **Общий**, и Excel самостоятельно отформатирует столбцы с текстом и числовыми значениями. Щелкните на кнопке **Готово**.

Мастер текстов (импорт) - шаг 2 из 3
Данный диалог позволяет установить разделители для текстовых данных.
Результат выводится в окне образца разбора.
Символом-разделителем является:
точка с запятой
символ табуляции
Считать последовательные разделители одним
запятая
пробел
другой:
Ограничитель строк:
Образец разбора данных
Файл с данными для считыва
Зазор возникновения искры (см)
Макс. I Диаметр электро
напряж. I-----------------------------I
Отмена
< Назад
Далее >
Готово

Рис. 5.3. Второе диалоговое окно мастера импортирования

Мастер текстов (импорт) - шаг 3 из 3

Данный диалог позволяет установить для каждого столбца формат данных.

"Общий" формат является наиболее универсальным. Для значений этого формата осуществляется автоматическое преобразование числовых значений в числа, дат - в даты, а всех прочих значений - в текст.

Формат данных столбца:
- общий
- текстовый
- дата: ДМГ
- пропустить столбец

Образец разбора данных

Общий	Общий	Общий	Общий	Общий	Общий
	5	0.13	0.15	0.15	0.16
	10	0.27	0.29	0.30	0.32
	15	0.42	0.44	0.46	0.48
	20	0.58	0.60	0.62	0.64
	25	0.76	0.77	0.78	0.81
	30	0.95	0.94	0.95	0.98

Отмена | < Назад | Далее > | Готово

Рис. 5.4. Третье диалоговое окно мастера импортирования

Рабочий лист должен выглядеть так, как это показано на рис. 5.5. Приложение Excel корректно обработало числовые значения, однако всю текстовую информацию придется "растаскивать" по ячейкам самостоятельно.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Файл	с	данными	для	считыванів		EXCEL	
2								
3		Зазор	возникное искры		(см)			
4								
5		Макс.	|	Диаметр	электрода (см)		|	
6	напряж.	|--------------------------|						
7		(кВ)	|	2.5	5	10	20 |	
8	-------------------------------------							
9		5	0.13	0.15	0.15	0.16		
10		10	0.27	0.29	0.3	0.32		
11		15	0.42	0.44	0.46	0.48		
12		20	0.58	0.6	0.62	0.64		
13		25	0.76	0.77	0.78	0.81		
14		30	0.95	0.94	0.95	0.98		
15		35	1.17	1.12	1.12	1.15		
16		40	1.41	1.3	1.29	1.32		
17		45	1.68	1.5	1.47	1.49		
18		50	2	1.71	1.65	1.66		

COLUMNS

Рис. 5.5. Столбцы данных, импортированные в Excel

 Предупреждение

Не забывайте, что приложение Excel использует в качестве разделителя между целой и дробной частью числа символ запятой. Это соответствует заданным по умолчанию параметрам представления чисел в панели управления. Поэтому во время импортирования все числовые значения с дробной частью будут преобразованы в текстовые строки. Откройте раздел **Язык** и стандарты панели инструментов и перейдите на вкладку **Числа**. В поле **Разделитель целой и дробной части числа** удалите символ запятой (,) и введите вместо него символ точки (.).

Но и это еще не все. Теперь числовое значение типа **1.17** может быть преобразовано в дату **17 января**. Перейдите на вкладку **Дата** и задайте в качестве разделителя компонентов даты косую черту (/).

Импортирование разделенных табуляторами значений

Если значения в таблице разделены символами табуляции, обычно процедура импортирования файла происходит намного корректнее. Предлагаю вам убедиться в этом самостоятельно.

Tabdelim - Блокнот

Файл Правка Поиск ?

Файл с данными для считывания в EXCEL

Зазор возникновения искры (см)

Макс. напряж. (кВ)	Диаметр электрода (см) 2.5	5	10	20
5	0.13	0.15	0.15	0.16
10	0.27	0.29	0.30	0.32
15	0.42	0.44	0.46	0.48
20	0.58	0.60	0.62	0.64
25	0.76	0.77	0.78	0.81
30	0.95	0.94	0.95	0.98
35	1.17	1.12	1.12	1.15
40	1.41	1.30	1.29	1.32
45	1.68	1.50	1.47	1.49
50	2.00	1.71	1.65	1.66

Рис. 5.6. Данные о зазорах возникновения искры разделены табуляторами. Текстовый файл создан в приложении Windows Блокнот

1. В программе **Блокнот** (или Teach Text) наберите данные, показанные на рис. 5.6. Для выравнивания столбцов используйте табуляторы.
2. Сохраните файл под именем TABDELIM.TXT.
3. Запустите приложение Excel и выполните команду **Файл** ➤ Открыть.

4. В диалоговом окне Открытие документа выберите из списка Тип файлов пункт **Все файлы**.
5. Выберите файл TABDELIM.TXT и щелкните на кнопке **Открыть**.
6. Во втором окне мастера импортирования установите флажок **символ табуляции** и щелкните на кнопке **Далее**.
7. В третьем диалоговом окне согласитесь с предложенным по умолчанию для ячеек форматом Общий и щелкните на кнопке Готово.

Результат преобразования показан на рис. 5.7. Приложив совсем немного усилий, можно создать таблицу, показанную на рис. 5.8. Согласитесь, что по сравнению с исходным файлом, эта таблица выглядит намного красивее.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Файл с данными для считывания в EXCEL						
2							
3		Зазор возникновения искры (см)					
4							
5	Макс.	Диаметр электрода (см)					
6	напряж	------------------------------					
7	(кВ)	2.5	5	10	20		
8	--						
9	5	0.13	0.15	0.15	0.16		
10	10	0.27	0.29	0.3	0.32		
11	15	0.42	0.44	0.46	0.48		
12	20	0.58	0.6	0.62	0.64		
13	25	0.76	0.77	0.78	0.81		
14	30	0.95	0.94	0.95	0.98		
15	35	1.17	1.12	1.12	1.15		
16	40	1.41	1.3	1.29	1.32		
17	45	1.68	1.5	1.47	1.49		
18	50	2	1.71	1.65	1.66		

TABDELIM

Готово NUM

Рис. 5.7. Импортированные в Excel данные

Импортирование табличных данных

Даже если значения упорядочены в столбцы, разделенные различным количеством пробелов, все равно существует возможность корректно импортировать их в Excel. Многие приложения DOS создают табличные данные, используя для этого моноширинные шрифты. Импортирование файлов подобного типа невозможно без синтаксического анализа, который представляет собой метод преобразования столбцов данных заданной ширины в столбцы рабочего листа. Для выполнения синтаксического анализа необходимо либо выбрать в первом окне мастера импортирования переключатель **фиксированной ширины**, либо выполнить команду **Данные ➤ Текст по столбцам**. Результаты синтаксического анализа будут некорректными в том случае, если шрифт файла не является моноширинным.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Файл с данными для считывания в EXCEL						
2							
3		Зазор возникновения искры (см)					
4							
5	Макс.	Диаметр электрода (см)					
6	напряж.						
7	(кВ)	2.5	5	10	20		
8	5	0.13	0.15	0.15	0.16		
9	10	0.27	0.29	0.3	0.32		
10	15	0.42	0.44	0.46	0.48		
11	20	0.58	0.6	0.62	0.64		
12	25	0.76	0.77	0.78	0.81		
13	30	0.95	0.94	0.95	0.98		
14	35	1.17	1.12	1.12	1.15		
15	40	1.41	1.3	1.29	1.32		
16	45	1.68	1.5	1.47	1.49		
17	50	2	1.71	1.65	1.66		
18							

TABDELIM

Рис. 5.8. Отформатированная таблица с данными о возникновении искры

Примечание

Моноширинным называется шрифт с символами равной ширины. Большая часть компьютеров, которые функционируют в текстовом режиме, используют для выравнивания символов по вертикали растровые моноширинные шрифты. В операционной системе Windows большая часть шрифтов не является моноширинными. Это значит, что ширина букв может пропорционально изменяться (наглядным примером сказанному служит текст этой книги — буква *И* занимает меньше места, чем буква *Ш*).

Если же загрузить текстовый файл в Excel без синтаксического анализа, его строки будут полностью помещены в ячейки единственного столбца А и распознаны как текст.

Предупреждение

Имейте в виду, что простые текстовые файлы создаются редакторами, которые явно обозначают конец каждой строки. Более интеллектуальные редакторы рассматривают абзац как одну длинную строку с единственным символом возврата каретки в конце. После импортирования такого файла в Excel весь абзац (но не более 255 символов) помещается в одну ячейку. Кроме того, современные редакторы вставляют в файл скрытые символы форматирования, что также отрицательно сказывается на результатах импортирования. Перед импортированием файла в Excel, загрузите его в обычный текстовый редактор, удалите все ненужные символы и самостоятельно установите символы конца строки (с помощью клавиши <Enter>). Сохраненный после таких манипуляций файл будет корректно импортирован в Excel.

Элементарные частицы

На рис. 5.9 представлена таблица элементарных частиц и некоторых их свойств. Таблица довольно сложная и содержит смесь из текста и числовых значений различного формата.

```
Tabular - Блокнот
Файл  Правка  Поиск  ?
Элементарные частицы; текстовый файл для импортирования в EXCEL
 Семейство    Частица  Масса   Спин  Активность   Заряд  Время жизни (с)
 ----------------------------------------------------------------------

              Фотон      0      1      0            0    Бесконечность
 Электроны    Электрон   1     1/2     -           -e    Бесконечность
              Нейтрино   0     0.5     -            0    Бесконечность
 Мюоны        Мюон     206.77  0.5     -    -1.6e-19    2.212e-6
              Нейтрино   0     0.5     -            0    Бесконечность
 Мезоны       Пион +    273.2   0      0    +1.6e-19    2.55e-8
              Пион 0    264.2   0      0            0    1.9e-16
              Каон +    966.6   0     +1     1.6e-19    1.22e-8
              Каон 0    974.0   0      1            0    1.00e-10
 Барионы      Протон   1836.12  .5     0     1.6e-19    Бесконечность
              Нейтрон  1838.65 0.5     0            0    1013
              Лямбда   2182.8  0.5    -1            0    2.51e-10
              Сигма +  2327.7  0.5    -1     1.6e-19    8.1e-11
              Сигма -  2340.5  0.5    -1    -1.6e-19    1.6e-10
              Сигма 0  2332    0.5    -1            0    1e-20
              Xi -     2580    0.5    -2    -1.6e-19    1.3e-10
              Xi 0     2570    0.5    -2            0    1e-10
```

Рис. 5.9. Характеристики элементарных частиц (текстовый файл создан в приложении Блокнот)

Чтобы выполнить синтаксический анализ текстового файла, в первом диалоговом окне мастера импортирования выберите переключатель фиксированной ширины. Можно поступить иначе — сначала импортировать файл как текст (в результате он расположится в столбце А), а потом применить команду Данные ➤ Текст по столбцам.

С помощью приложения Блокнот (или Teach Text) создайте показанный на рис. 5.9 файл. Сохраните его под именем TABULAR.TXT.

1. Откройте файл TABULAR.TXT в приложении Excel. В первом диалоговом окне мастера импортирования установите флажок фиксированной ширины и щелкните на кнопке Далее.
2. Во втором окне мастера импортирования задайте ширину полей для разбиения текста на столбцы (рис. 5.10). Щелкните на кнопке Далее.

В третьем диалоговом окне мастера импортирования (рис. 5.11) вам будет предложено задать формат для каждого преобразуемого столбца данных. Согласитесь с предложенным по умолчанию форматом Общий и щелкните на кнопке Готово.

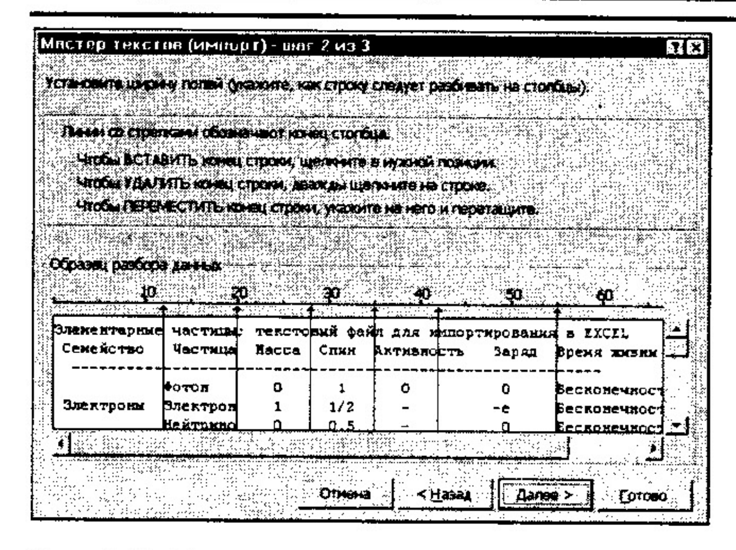


Рис. 5.10. Для импортирования текста задайте соответствующую ширину столбцов



Примечание

Приложение Excel самостоятельно располагает линии со стрелками, которые обозначают концы строк. Для создания новой линии щелкните в необходимой позиции линейки. Двойной щелчок на линии приведет к ее удалению. Чтобы переместить конец строки, укажите на него и перетащите.

Мастер текстов (импорт) - шаг 3 из 3

Данный диалог позволяет установить для каждого столбца формат данных.

"Общий" формат является наиболее универсальным. Для значений этого формата осуществляется автоматическое преобразование числовых значений в числа, дат - в даты, а всех прочих значений - в текст.

Формат данных столбца: общий; текстовый; дата: ДМГ; пропустить столбец

Образец разбора данных

Отмена | < Назад | Далее > | Готово

Рис. 5.11. Выберите для каждого столбца необходимый формат данных

В новом рабочем листе расширьте столбец А таким образом, чтобы преобразованный текст поместился в него полностью.

Представленный на рис. 5.12 результат преобразования можно считать вполне удовлетворительным — данные упорядочены по столбцам, ну а с необходимостью редактирования текста придется смириться. Обратите внимание на то обстоятельство, что числа в ячейках D4 и D5 были интерпретированы Excel как даты, а величина -е в ячейке F5 вообще не была распознана.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Элемента	частицы	; тексто	вый фай	л для и	мпортиро	в EXCEL	
2	Семейств	Частица	Масса	Спин	Активно	сть Заря	Время жизни (с)	
3	----------	--------	--------	------	-------	-------------	----	
4		Фотон	0	1	0	0	Бесконечность	
5	Электрон	Электрон	1	01-фев	-	#ИМЯ?	Бесконечность	
6		Нейтрино	0	0.5	-	0	Бесконечность	
7	Мюоны	Мюон	206.77	0.5	-	-1.60E-19	2.21E-06	
8		Нейтрино	0	0.5	-	0	Бесконечность	
9	Мезоны	Пион +	273.2	0	0	1.60E-19	2.55E-08	
10		Пион 0	264.2	0	0	0	1.90E-16	
11		Каон +	966.6	0	1	1.60E-19	1.22E-08	
12		Каон 0	974	0	1	0	1.00E-10	
13	Барионы	Протон	1836.12	0.5	0	1.60E-19	Бесконечность	
14		Нейтрон	1838.65	0.5	0	0	1013	
15		Лямбда	2182.8	0.5	-1	0	2.51E-10	
16		Сигма +	2327.7	0.5	-1	1.60E-19	8.10E-11	
17		Сигма -	2340.5	0.5	-1	-1.60E-19	1.60E-10	
18		Сигма 0	2332	0.5	-1	0	1.00E-20	
19		Xi -	2580	0.5	-2	-1.60E-19	1.30E-10	
20		Xi 0	2570	0.5	-2	0	1.00E-10	
21								

TABULAR

Рис. 5.12. Импортированные в Excel табличные данные

3. Измените содержимое ячейки D4 на 1 (D5 на 0.5) и примените к ячейкам формат **Общий**.
4. Измените содержимое ячейки F5 на –1.6E–19.
5. Отредактируйте заголовки столбцов, удалите третью строку, назначьте ячейкам обрамление и отключите линии сетки.

Отформатированный подобным образом рабочий лист должен выглядеть так, как это показано на рис. 5.13. Расположение данных во многом схоже с исходной таблицей, однако, теперь каждое числовое значение занимает отдельную ячейку, будучи тем самым доступным для использования во всех формулах рабочего листа.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Элементарные частицы; текстовый файл для импортирования в EXCEL							
2	Семейство	Частица	Масса	Спин	Активность	Заряд	Время жизни (с)	
3		Фотон	0	1	0	0	Бесконечность	
4	Электроны	Электрон	1	1	-	-1.60E-19	Бесконечность	
5		Нейтрино	0	0.5	-	0	Бесконечность	
6	Мюоны	Мюон	206.77	0.5	-	-1.60E-19	2.21E-06	
7		Нейтрино	0	0.5	-	0	Бесконечность	
8	Мезоны	Пион +	273.2	0	0	1.60E-19	2.55E-08	
9		Пион 0	264.2	0	0	0	1.90E-16	
10		Каон +	966.6	0	1	1.60E-19	1.22E-08	
11		Каон 0	974	0	1	0	1.00E-10	
12	Барионы	Протон	1836.12	0.5	0	1.60E-19	Бесконечность	
13		Нейтрон	1838.65	0.5	0	0	1013	
14		Лямбда	2182.8	0.5	-1	0	2.51E-10	
15		Сигма +	2327.7	0.5	-1	1.60E-19	8.10E-11	
16		Сигма -	2340.5	0.5	-1	-1.60E-19	1.60E-10	
17		Сигма 0	2332	0.5	-1	0	1.00E-20	
18		Xi -	2580	0.5	-2	-1.60E-19	1.30E-10	
19		Xi 0	2570	0.5	-2	0	1.00E-10	
20								
21								

TABULAR

Рис. 5.13. Отформатированная таблица с характеристиками элементарных частиц

Импортирование данных с помощью Visual Basic for Applications

Visual Basic обладает достаточными функциональными возможностями для открытия и чтения как текстовых, так и двоичных файлов. На Visual Basic можно написать специальную программу для чтения файла данных и последующего синтаксического анализа. Например, следующая небольшая процедура считывает файл с характеристиками элементарных частиц и упорядочивает его данные по столбцам. Имейте в виду, что данная процедура применима исключительно к уже знакомому файлу элементарных частиц. Процедура будет в состоянии анализировать другие файлы только после соответствующих изменений.

```
Option Explicit
'
' Импортирование характеристик элементарных частиц
'
Sub ImportPhys()
Dim strALine As String
Dim intCtr As Integer
Open "tabular.txt" For Input As #1
Line Input #1, strALine
Sheets("PartPhys").Range("A1").Value = strALine
```

```
' Обработка заголовков
Line Input #1, strALine
Sheets("PartPhys").Range("A2").Value = Mid$(strALine, 1, 12)
Sheets("PartPhys").Range("B2").Value = Mid$(strALine, 13, 8)
Sheets("PartPhys").Range("C2").Value = Mid$(strALine, 21, 8)
Sheets("PartPhys").Range("D2").Value = Mid$(strALine, 29, 5)
Sheets("PartPhys").Range("E2").Value = Mid$(strALine, 34, 9)
Sheets("PartPhys").Range("F2").Value = Mid$(strALine, 43, 11)
Sheets("PartPhys").Range("G2").Value = Mid$(strALine, 54, 99)
' Считать все символы слева от текущей позиции.
Line Input #1, strALine   ' Пропустить линию ----------
' Импортирование собственно таблицы.
For intCtr = 1 To 17
   Line Input #1, strALine
   Sheets("PartPhys").Cells(intCtr + 2, 1).Value = Mid$(strALine, 1, 12)
   Sheets("PartPhys").Cells(intCtr + 2, 2).Value = Mid$(strALine, 13, 8)
   Sheets("PartPhys").Cells(intCtr + 2, 3).Value = Mid$(strALine, 21, 8)
   Sheets("PartPhys").Cells(intCtr + 2, 4).Value = Mid$(strALine, 29, 5)
   Sheets("PartPhys").Cells(intCtr + 2, 5).Value = Mid$(strALine, 34, 9)
   Sheets("PartPhys").Cells(intCtr + 2, 6).Value = Mid$(strALine, 43, 11)
   Sheets("PartPhys").Cells(intCtr + 2, 7).Value = Mid$(strALine, 54, 99)
' Считать все символы слева от текущей позиции.
Next intCtr
Close #1
Sheets("PartPhys").Activate
' Все последующие выражения были записаны как макрос
' и отредактированы.
Columns("G:G").ColumnWidth = 9.57
Range("B3:B19").Select
Selection.HorizontalAlignment = xlRight
Range("A5").Select
Selection.HorizontalAlignment = xlRight
Range("A7").Select
Selection.HorizontalAlignment = xlRight
Range("C2:G2").Select
Selection.HorizontalAlignment = xlCenter
Range("F4").Select
ActiveCell.FormulaR1C1 = "-1.60E-19"
Range("D4").Select
ActiveCell.FormulaR1C1 = "0.5"
Range("A2:A19").Select
Selection.BorderAround Weight:=xlMedium, ColorIndex:=xlAutomatic
Range("B2:B19").Select
Selection.BorderAround Weight:=xlMedium, ColorIndex:=xlAutomatic
Range("C2:G19").Select
Selection.BorderAround Weight:=xlMedium, ColorIndex:=xlAutomatic
```

```
Range("A2:G2").Select
Selection.BorderAround Weight:=xlMedium, ColorIndex:=xlAutomatic
End Sub
```

Для построчного считывания файла в переменную strALine используется инструкция Line Input. Затем с помощью функции Mid$() в считанной строке выделяются логические фрагменты, соответствующие столбцам. Часть процедуры, соответствующая форматированию ячеек, была записана как макрос.



Функция **Mid$()** извлекает из строки заданное количество символов. В функцию передается три аргумента: собственно строка, подлежащая анализу, позиция символа в строке, с которого начинается необходимая подстрока, и количество возвращаемых символов.

Импортирование данных из внешних баз данных

Для обращения к данным внешней базы данных можно воспользоваться входящим в комплект поставки Excel приложением Query для MS Excel 5.0, которое преобразует диапазоны внешних данных из формата Microsoft Excel 97 в формат Microsoft Excel версии 5.0/95, а также позволяет использовать макросы, написанные на Visual Basic для предыдущих версий Microsoft Excel.

Кроме того, приложение Query позволяет извлекать данные из баз данных dBase, Access, FoxPro, Paradox, а также взаимодействовать с внешними SQL-серверами, как то Microsoft SQL Server, Oracle и Sybase. Приложение Query посылает внешней базе данных запрос SQL (Structured Query Language — язык структурированных запросов) и возвращает в Excel необходимые данные.

Создание баз данных (и запросов к ним) заслуживает рассмотрения в отдельной книге. *Руководство пользователя Microsoft Query*, которое входит в комплект поставки Excel, освещает основные концепции, но для эффективной работы с приложением я рекомендую приобрести хорошую книгу по базам данных. К счастью, вам не придется составлять выражения SQL самостоятельно. Графический интерфейс приложения Query позволит как бы "нарисовать" запрос, после чего будут сгенерированы соответствующие инструкции SQL.

Прежде чем воспользоваться услугами Query, приложение следует установить на машине. Имейте в виду, что это приложение не устанавливается вместе с Excel автоматически, поэтому в программе инсталляции Microsoft Office или Microsoft Excel выберите режим выборочной установки и установите флажок напротив пункта **Доступ к данным**. Компоненты доступа к данным включают собственно приложение Query и драйверы ODBC, необходимые для обращения к различным базам данных. После завершения процедуры установки откройте панель управле-

ния и щелкните дважды на пиктограмме 32-bit ODBC. В открывшемся диалоговом окне зарегистрируйте поддерживаемые форматы баз данных. Выводимые в окне подсказки помогут справиться с этой несложной задачей.

Query может быть запущено как отдельное приложение или же как надстройка Excel. Чтобы зарегистрировать приложение Query в качестве надстройки Excel, выполните команду Сервис ➤ Надстройки и установите флажок напротив пункта Надстройка Query для MS Excel 5.0. В результате в меню Данные появится новая команда Внешние данные.

Теперь можно будет с помощью графического интерфейса приложения Query составлять запросы SQL и передавать их внешним базам данных. После обработки запроса база данных возвращает необходимые данные. Накопленные таким образом в Query данные автоматически импортируются в Excel.

Составление запроса к базе данных Борей

Будет логично проиллюстрировать процедуру составления запросов на примере базы данных Борей, которая входит в комплект поставки Microsoft Access.

1. Выполните команду Сервис ➤ Надстройки и установите напротив флажок напротив пункта Надстройка Query для MS Excel 5.0 (рис. 5.14).

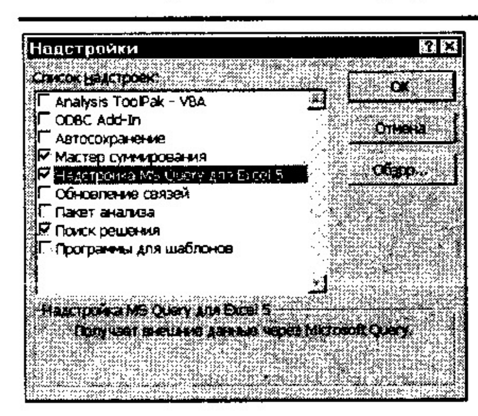


Рис. 5.14. Зарегистрируйте MS Query в качестве надстройки Excel

2. Перейдите на пустой рабочий лист и переименуйте его в Рис. 5.23.
3. Выполните команду Данные ➤ Внешние данные ➤ Создать запрос.
4. В появившемся диалоговом окне Выбор источника данных (рис. 5.15) выберите пункт MS Access 97 Database (not sharable) и щелкните на кнопке OK. Вашему вниманию будет представлено изображенное на рис. 5.16 диалоговое окно Select Database, предлагающее выбрать базу данных для составления запроса. Выберите файл Борей.mdb и щелкните на кнопке OK.

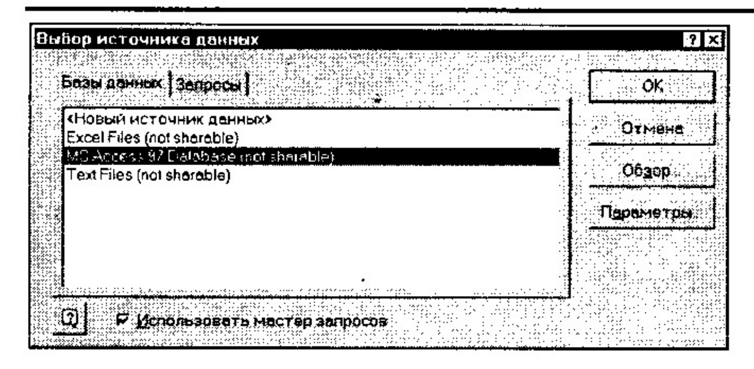


Рис. 5.15. Выберите тип базы данных, к которой предполагается составить запрос

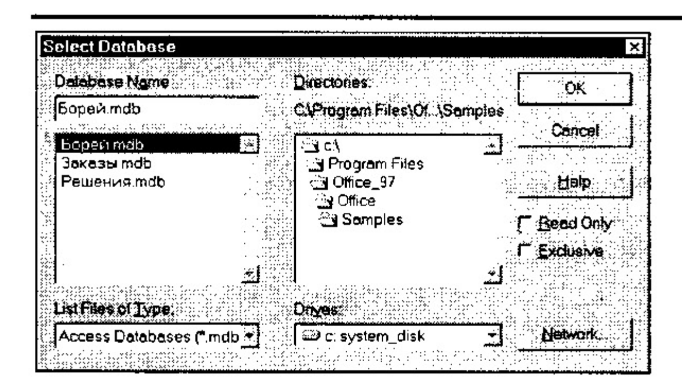


Рис. 5.16. Выберите файл базы данных

Примечание

Учебная база данных "Борей", которая входит в комплект поставки Microsoft Office, Professional Edition и Microsoft Access, позволяет "почувствовать" различные компоненты базы данных (таблицы, запросы, формы, отчеты, макросы и модули), облегчая одновременно освоение концепций построения реляционных баз данных и принципов взаимодействия их объектов, наглядно иллюстрируя процессы ввода, хранения и печати данных, а также манипулирования ими.

По умолчанию база данных будет записана в папку C:\Program Files\Microsoft Office\Office\Samples. Если вам не удалось обнаружить базу данных в указанной папке, воспользуйтесь стандартными средствами поиска файлов в Windows. Если вы пользуетесь нелокализованной (английской) версией Office или Excel, база данных будет называться NWind (NWind80).

После выполнения перечисленных действий будет запущен мастер Создание запроса, первое диалоговое окно которого показано на рис. 5.17.

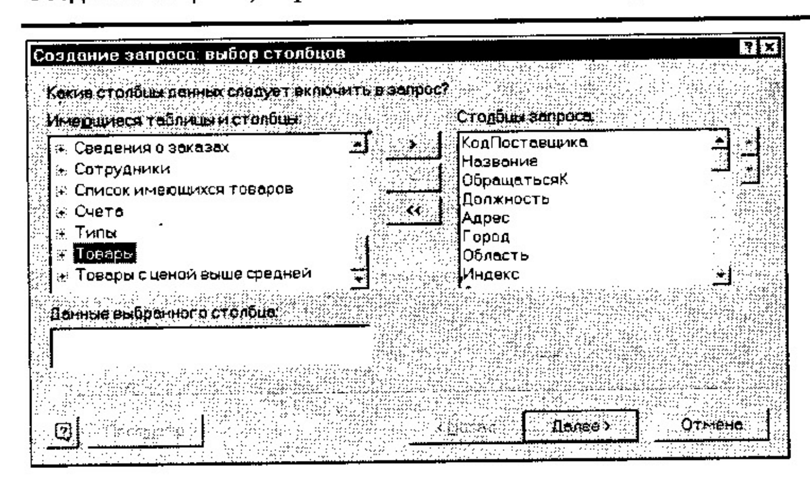


Рис. 5.17. Мастер Создание запроса

5. Вам предлагается выбрать столбцы данных для включения в запрос. Выделяя названия необходимых таблиц и столбцов в левом списке и щелкая на кнопке >, сформируйте в правом списке перечень интересующих вас столбцов. Для наглядности я предлагаю вам выбрать все столбцы таблиц Поставщики, Заказы, Сведения о заказах и Товары. Щелкните на кнопке Далее.

Создание запроса: отбор данных
Задайте правило отбора данных.
Если требуется получить все данные, нажмите кнопку "Далее".
Столбцы для отбора:
Цена
НаСкладе
Ожидается
МинимальныйЗапас
ПоставкиПрекращены
КодЗаказа
КодКлиента
КодСотрудника
ДатаРазмещения
ДатаНазначения
ДатаИсполнения
Возвращать только записи, удовлетворяющие условиям:
ДатаРазмещения
больше
И
Или
< Назад
Далее >
Отмена

Рис. 5.18. Определение критериев отбора данных

6. Теперь следует сформулировать правило отбора записей для импортирования в Excel (см. рис. 5.18). Щелкните на названии того столбца, на данные которого следует наложить условие. В группе элементов

управления **Возвращать только записи, удовлетворяющие условиям** задайте критерии отбора данных для запроса. Условие отбора можно наложить на несколько столбцов, названия которых в результате будут выделены жирным шрифтом. Предположим, что нам необходимо импортировать в Excel из базы данных записи всех заказов товаров по России, сделанных после 15 мая 1996 года.

7. В следующих диалоговых окнах, показанных на рис. 5.19 и 5.20, вам будет предложено задать критерии сортировки отобранных данных и определить необходимость просмотра и редактирования запроса в окне приложения Query.

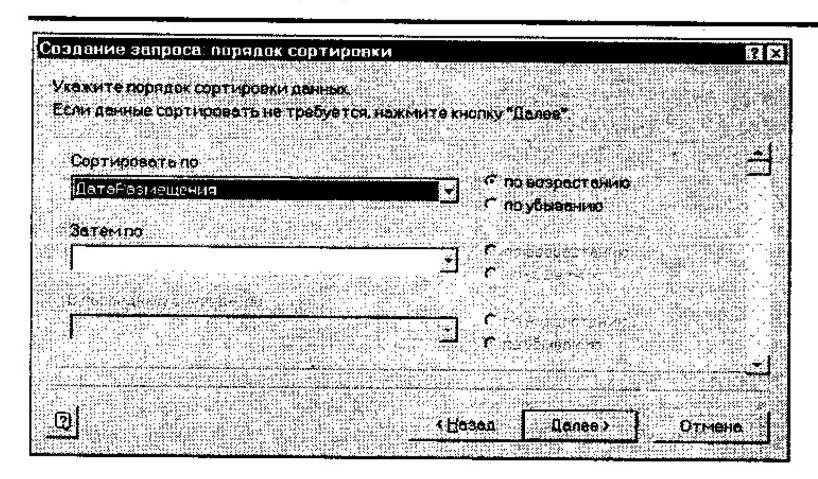


Рис. 5.19. Выбор порядка сортировки

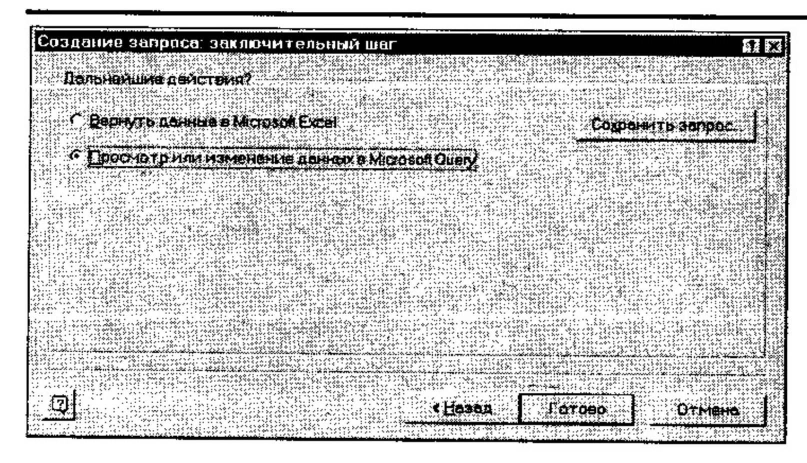


Рис. 5.20. Последнее окно мастера создания запроса

8. В последнем диалоговом окне мастера **Создание запроса** выберите переключатель **Просмотр и изменение данных в Microsoft Query** и щелкните на кнопке **Готово**. В результате вы попадете в окно приложения Query (рис. 5.21).

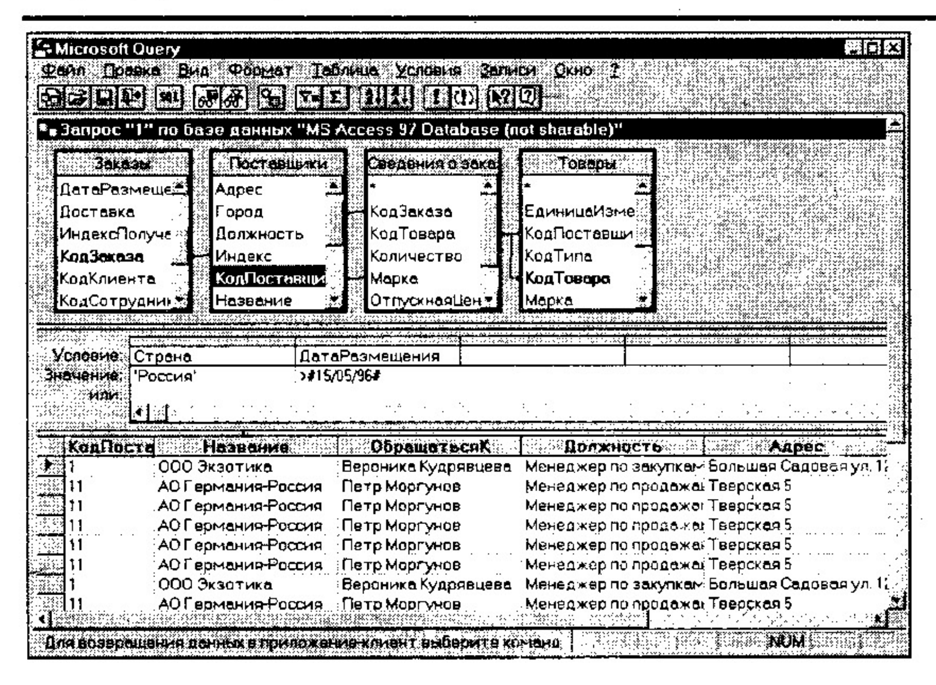


Рис. 5.21. Окно Query с таблицами базы данных "Борей"

Все выбранные при составлении запроса таблицы фигурируют в верхней части окна приложения в виде списков с названиями столбцов. Между элементами таблиц проведены линии со стрелками, символизирующие *соединения* (joins) между ними. Ниже расположены область критерия отбора и собственно отобранные данные.



Примечание

Соединения наглядно иллюстрируют взаимоотношения между компонентами реляционных баз данных. Наиболее распространенными являются внутренние (inner) соединения, которые определяют тот факт, что только выбранные из таблицы записи соответствуют значениям "соединенных" компонентов.



Если кнопка **Автоматический режим** нажата, результаты запроса будут сразу же отображены в нижней части окна приложения Query. В противном случае для вывода результатов запроса придется щелкнуть на кнопке **Выполнить запрос**. Все столбцы с

данными, необходимости в которых нет, рекомендуется удалить. В нашем случае я посоветую оставить только столбцы **Название**, **Страна**, **ДатаРазмещения**, **НазваниеПолучателя** и **СтранаПолучателя**.

9. **SQL** Щелкните на кнопке SQL для того, чтобы ознакомиться с текстом созданного на языке SQL запроса к внешней базе данных (см. рис. 5.22).

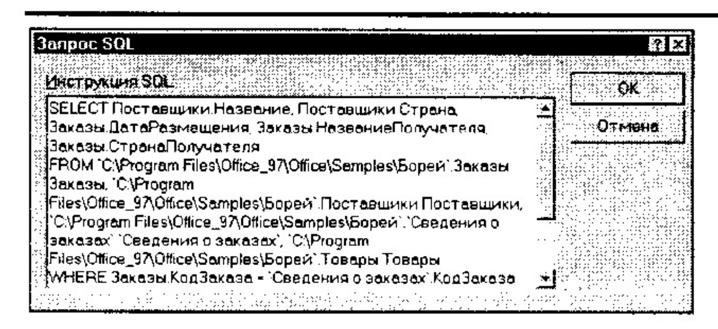


Рис. 5.22. Текст запроса SQL

Запрос SQL состоит из нескольких выражений, каждое из которых начинается с ключевого слова. Блок выражений SELECT определяет перечень столбцов с информативными данными. Фрагмент FROM перечисляет таблицы, которым принадлежат информативные столбцы. В блоке WHERE формулируется критерий отбора данных.

10. В случае необходимости с помощью команды **Файл ➤ Сохранить запрос** определение запроса можно сохранить, что позволит впоследствии выполнять его повторно или редактировать. Чтобы импортировать отобранные данные в приложение-клиент (Excel), выполните команду **Файл ➤ Вернуть данные в Microsoft Excel**. В появившемся диалоговом окне **Возврат данных в Microsoft Excel** задайте ячейку для вставки столбцов и щелкните на кнопке OK.

    Рабочий лист должен выглядеть так, как это показано на рис. 5.23.

Хранение данных и манипуляции с ними

Любой диапазон ячеек Excel может быть использован в качестве базы данных. Тогда каждый столбец диапазона считается полем, которое может содержать строку длиной до 255 символов, числовое значение или формулу. Соответственно, каждая строка диапазона будет считаться записью базы данных. Записи содержат взаимосвязанные данные. Например, измеряемые в отдельном эксперименте значения могут быть сохранены в одной записи. Каждое поле содержит значение соответствующего параметра (как то давления или напряжения), измеряемого в нескольких экспериментах.

Книга1

	A	B	C	D	E
1	**Название**	**Страна**	**ДатаРазмещения**	**НазваниеПолучателя**	**СтранаПолучателя**
2	ООО Экзотика	Россия	17/05/96 00:00	Save-a-lot Markets	США
3	АО Германия-Россия	Россия	17/05/96 00:00	Save-a-lot Markets	США
4	АО Германия-Россия	Россия	20/05/96 00:00	Drachenblut Delikatessen	Германия
5	АО Германия-Россия	Россия	22/05/96 00:00	Specialites du monde	Франция
6	АО Германия-Россия	Россия	23/05/96 00:00	Die Wandernde Kuh	Германия
7	АО Германия-Россия	Россия	24/05/96 00:00	Gourmet Lanchonetes	Бразилия
8	ООО Экзотика	Россия	27/05/96 00:00	Piccolo und mehr	Австрия
9	АО Германия-Россия	Россия	29/05/96 00:00	Ricardo Adocicados	Бразилия
10	ООО Экзотика	Россия	04/06/96 00:00	Ernst Handel	Австрия
11	АО Германия-Россия	Россия	04/06/96 00:00	LILA-Supermercado	Венесуэла
12	АО Германия-Россия	Россия	04/06/96 00:00	Pericles Comidas clasicas	Мексика
13	ООО Экзотика	Россия	05/06/96 00:00	Rattlesnake Canyon Grocery	США
14	ООО Экзотика	Россия	05/06/96 00:00	Rattlesnake Canyon Grocery	США
15	АО Германия-Россия	Россия	05/06/96 00:00	Rattlesnake Canyon Grocery	США
16	АО Германия-Россия	Россия	05/06/96 00:00	Rattlesnake Canyon Grocery	США
17					

Рисунок_5_23 / Лист2 / Лист3

Рис. 5.23. Записи внешней базы данных, импортированные в Excel

Формат базы данных во многом напоминает таблицу исходных данных. Однако, для обращения к информации базы данных приложение Excel предоставляет специальные команды и методы.

Создание диапазона базы данных

Первая запись в диапазоне базы данных содержит названия полей, роль которых во многом сходна с ролью заголовков столбцов рабочего листа. Названия полей должны быть простыми и описательными, при этом они не могут состоять более чем из одной строки и быть отделены от остальных записей базы данных несколькими пустыми записями или строками. Собственно записи базы данных располагаются под названиями полей.



Примечание

Рекомендуется использовать в качестве названий полей одно слово или несколько слов, написанных слитно. В противном случае для обращения к значениям полей из формул или программ Visual Basic for Applications их названия приходится заключать в кавычки.

Использование команд баз данных

Для поиска и манипуляций с записями баз данных предназначены пять команд меню **Данные**.

- Команда **Фильтр ➤ Автофильтр** отбирает записи, которые соответствуют определенному значению.
- Команда **Фильтр ➤ Отобразить все** отображает все существующие записи, скрытые после применения команды **Фильтр ➤ Автофильтр**.
- Команда **Фильтр ➤ Расширенный фильтр** позволяет составить сложный критерий для выбора записей из базы данных.
- Команда **Форма** позволяет просмотреть или отредактировать записи базы данных в режиме формы.
- Команда **Сортировка** предназначена для упорядочения строк базы данных в соответствии с заданным критерием.

Использование форм данных

Простейшим способом обращения к базе данных Excel можно считать команду **Данные ➤ Форма**. Используя названия полей из первой строки диапазона базы данных, приложение Excel конструирует форму с соответствующими полями. Форма данных содержит элементы управления (кнопки) для добавления и удаления записей, создания критерия, а также запуска процедуры поиска необходимой базы данных. Чтобы открыть форму, щелкните на одной из ячеек диапазона базы данных и выполните команду **Данные ➤ Форма**. В результате появится показанное на рис. 5.24 диалоговое окно. Набор отображаемых в диалоговом окне полей зависит от используемой базы данных.

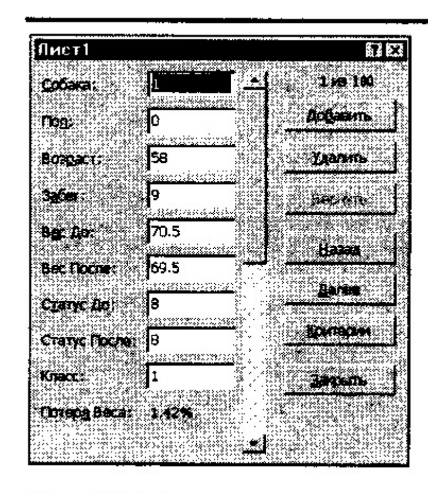


Рис. 5.24. Форма данных

Команда **Данные ➤ Фильтр ➤ Автофильтр**

Эта команда вставляет в верхнюю часть каждого столбца (поля) раскрывающийся список со всеми значениями, принадлежащими данному столбцу. Выбор одного из перечисленных значений приводит к тому, что

будут отображены только те записи базы данных, соответствующие поля которых равны выбранному значению. После применения автофильтра стрелка раскрытия списка существующих значений и номера строк изменяют свой цвет. Дальнейший выбор значений из списка приводит к последующему ограничению отображаемых записей базы данных. Выбрав из списка значение Условие, можно будет задать критерий для отбора из базы данных диапазона записей. Чтобы снять наложенные условия фильтрации, выберите из списка пункт Все. Отключить автофильтр можно путем повторного выполнения команды Данные ➤ Фильтр ➤ Автофильтр.

Команда Данные ➤ Фильтр ➤ Отобразить все

Эта команда предназначена для отображения всех строк списка, к которому уже был применен автофильтр. Команда становится доступной после выполнения одной из других двух команд меню Фильтр, которые уменьшают количество видимых записей базы данных. В результате выполнения команды отключаются все активизированные условия отбора записей.

Команда Данные ➤ Фильтр ➤ Расширенный фильтр

По сравнению с рассмотренным выше автофильтром, расширенный фильтр позволяет задать более сложный критерий отбора записей. Диапазон ячеек, соответствующий условию фильтрации, следует указать в поле Диапазон условий появляющегося в результате выполнения команды диалогового окна (см. рис. 5.25). Отфильтрованные ячейки можно оставить на месте или скопировать в указанный диапазон.

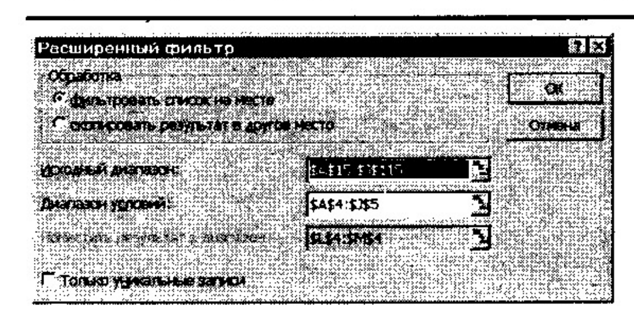


Рис. 5.25. Диалоговое окно Расширенный фильтр

Определение диапазона условий

Чтобы корректно определить расширенный фильтр, необходимо задать диапазон условий. Этот диапазон состоит из копии первой записи базы данных, которая содержит названия полей, и нескольких строк для составления критерия поиска. В качестве критерия выступают текстовые

или числовые значения, по которым и ведется поиск, или логические выражения для поиска диапазонов значений. Определение критериев для каждого поля в значительной степени ограничивает количество возвращаемых записей. Считается, что наложенные на одну строку критерии объединены с помощью оператора логической операции AND. Критерии, наложенные на различные строки, объединяются с помощью оператора логической операции OR.

При составлении критериев поиска по текстовым значениям допускается использовать два шаблонных символа: ? и *. Знак вопроса соответствует одному произвольному символу. Например, критерию С?Т будут соответствовать значения CAT, СОТ и CUT. Звездочка соответствует произвольному количеству символов. Например, критерию С* будут соответствовать слова **стол**, **строка** и **сорока**.

Определение диапазона вывода

Если предполагается не просто отфильтровать базу данных, а еще и извлечь из нее некоторые записи, необходимо задать диапазон вывода. В диапазон вывода в обязательном порядке входит копия первой строки базы данных с названиями полей. Однако, диапазон вывода может содержать только выбранные поля, а не все существующие в базе данных.

Диапазон вывода может состоять из одной или нескольких строк. Если в диапазон вывода входит единственная строка с названиями полей, приложение Excel очистит перед заполнением все расположенные ниже ячейки. Все содержащиеся в них данные будут потеряны. Если был задан диапазон вывода из нескольких строк, любая попытка записи отфильтрованных данных за его пределы приведет к возникновению ошибки. Определение многострочных диапазонов вывода позволяет избежать случайного удаления важной информации, однако целесообразнее всего будет копировать данные в пустую область рабочего листа.

Сортировка списка

Команда **Данные ➤ Сортировка** позволяет отсортировать выделенный диапазон по значениям одного или нескольких столбцов. В случае сортировки базы данных первую строку с названиями полей не стоит включать в диапазон выделения. Показанное на рис. 5.26 диалоговое окно **Сортировка диапазона** позволяет вести сортировку сразу по трем столбцам.

Выберите столбцы для сортировки и укажите для каждого из них режим сортировки (по возрастанию или по убыванию). В случае сортировки базы данных столбцы будут фигурировать под названием поля, которому они соответствуют. При сортировке обычного списка для идентификации столбцов будут использоваться их стандартные обозначения (А, В и т.д.).

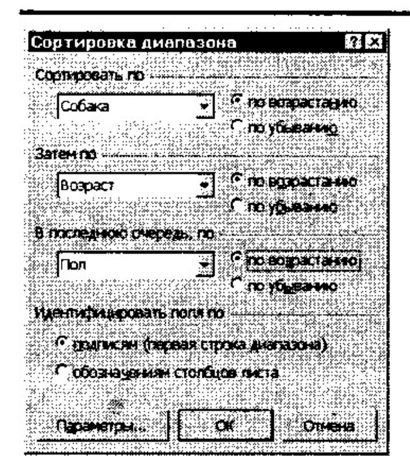


Рис. 5.26. Диалоговое окно Сортировка диапазона



Примечание

В случае определения нескольких столбцов для сортировки, список будет отсортирован сначала по третьему столбцу, затем по второму и лишь затем по первому. В результате записи, значения которых в первом столбце совпадают, будут упорядочены в соответствии со вторым заданным критерием сортировки. Соответственно, записи, значения которых в первом и втором столбце совпадают, будут упорядочены по третьему заданному критерию сортировки.

Функции для работы с базами данных

Перечисленные в табл. 1.10 статистические функции практически идентичны обычным функциям, однако предназначены для выполнения статистических вычислений не со всем списком, а только над теми записями базы данных, которые соответствуют определенному критерию. С их помощью можно вычислить среднее значение или отклонение данных по тем записям, которые имеют общие свойства.

Каждой функции для работы с базами данных передается три аргумента: *база_данных*, *критерий* и *поле*. С помощью аргумента *база_данных* в функцию передается диапазон ячеек, подлежащих обработке. Аргумент *критерий* соответствует ссылке на диапазон условий, аргумент *поле* идентифицирует поле базы данных, с которым предполагается проводить вычисления. Для обозначения поля можно использовать как текстовое название из первой строки базы данных, так и номер столбца в базе данных.

Обезвоживание борзых перед бегвми

Джулию (Julie), которая просматривала текст этой книги, возмутило отсутствие биологических примеров. Будучи по образованию ветеринаром, Джулия больше интересовалась котами и собаками, нежели компьютерами и полупроводниковыми приборами. Мне пришлось признать, что я увлекся сложными инженерными и научными примерами, совершенно забыв о чем-то более приземленном. Не желая обходить вниманием ни одну из наук (н пытаясь сохраннть мир в доме), я попросил ее найти хороший пример, на котором можно было бы продемонстрировать различные манипуляции с базой данных. Моя жена позвонила своей подруге, кандидату наук Линде Блай (Linda Blythe, DVM, Ph.D.) из колледжа ветеринарной медицины при университете Орегона в Корваллисе (College of Veterinary Medicine at Oregon State University in Corvallis, Oregon). Через неделю в моем почтовом ящике оказался конверт с результатами 2552 собачьих забегов. Бега борзых??? Да, естественные науки повернулись ко мне весьма интересной стороной.

Доктор Блай и ее коллега, доктор Дональд Хансен (Donald Hansen), исследовали проблему потери веса у борзых собак перед забегом. Суть проблемы состоит в том, что непосредственно перед забегом собак помещают в специальное помещение с кондиционером (так называемый "ginny pit"). Ожидающие старта собаки теряют до нескольких процентов веса, причем это происходит только за счет слюновыделения и дыхания, поскольку собакн обучены не отправлять естественные надобности в клетках.



Примечание

Через несколько лет после того, как доктор Блай любезно предоставила мне данные о борзых собаках, она получила от принца Чарльза награду за "большой международный вклад в организацию собачьих бегов". Эта первая и единственная в своем роде награда была присуждена Мировой организацией собачьих бегов (World Greyhound Racing Federation) за ее работы в области физиологии и рационального питания борзых, генетики, заболеваний и, естественно, проблемы потери веса перед забегом. (*JAVMA*, Vol. 197, No. 12, Dec. 15, 1990, p. 1563)

Собаки взвешивались перед помещением в комнату и непосредственно перед забегом (с тем, чтобы убедиться в нормальном физическом состоянии собаки). Если собака теряла более трех фунтов веса, к забегу она допускалась только после осмотра ветеринаром. Потеря организмом собаки чрезмерного количества жидкости может вызвать нарушение кислотно-шелочного баланса, следствием которого может оказаться недостаточная способность собаки усваивать столь необходимые ионы кислорода.

Такая потеря веса может оказаться серьезной проблемой для некоторых борзых, что и побудило докторов Блай и Хансен заняться этой проблемой. В качестве исходных данных они использовали протоколы забегов, в которых для каждой собаки указывались ее возраст, пол, вес до и после помещения в комнату с кондиционером, номер и класс забега, а также показанные в забеге результаты.

Доктор Блай прислала мне данные о 489 собаках, участвовавших в 2552 забегах. Естественно, я не мог привести в книге все данные, и поэтому в табл. 5.2 приведены данные о 15 собаках, участвовавших в 100 забегах. Если вам лень набивать все эти данные, для того, чтобы изучить возможные манипуляции с базой данных достаточно 10-20 записей. Но не удивляйтесь, если в этом случае полученные результаты будут отличаться от приведенных в книге. Целесообразнее всего экспериментировать с данными одного из своих проектов.

Создание базы данных

Прежде всего, следует создать базу данных, с которой мы и будем работать.

1. Перейдите на новый рабочий лист и назовите его Рис. 5.27.
2. В ячейке A1 наберите **Потеря веса борзыми собаками перед забегом**. Задайте диапазон условий, включающий строку названий полей базы данных. Коль диапазон условий может быть помещен в любую область рабочего листа, расположите его непосредственно на базой данных.
3. В ячейке A3 наберите **Диапазон условий**.
4. В ячейках A4:J4 наберите следующий текст:

Ячейка	Содержимое
A4	**Собака**
B4	**Пол**
C4	**Возраст**
D4	**Забег**
E4	**Вес_До**
F4	**Вес_После**
G4	**Статус_До**
H4	**Статуо_После**
I4	**Класс**
J4	**Потеря_Веса**

Теперь создайте собственно диапазон базы данных. Первая строка должна содержать названия полей, все последующие — данные.

5. В ячейке A14 наберите **База данных**.
6. Выберите ячейки A4:J4. Поместите указатель мыши на границу выделенного диапазона и, удерживая клавишу <Ctrl> (<Cmd> на платформах Macintosh), перетащите копию названий полей в ячейки A15:J15 (для выполнения подобной операции в предыдущих версиях Excel необходимо воспользоваться командами **Копировать** и **Вставить**).

7. Столбец J должен содержать сведения о потере веса. В ячейке J16 наберите формулу =(E16-F16)/E16, скопируйте ее в ячейку J17 и назначьте формат Процентный с двумя десятичными знаками после запятой.
8. В ячейках A16:I115 наберите данные табл. 5.2.
9. Отключите линии сетки.
10. Сохраните рабочую книгу.

Рабочий лист должен выглядеть так, как это показано на рис. 5.27.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Потеря веса борзыми собаками перед забегом.									
2										
3	Диапазон условий									
4	Собака	Пол	Возраст	Забег	Вес_До	Вес_После	Статус_До	Статус_После	Класс	Потеря_Веса
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14	База данных									
15	Собака	Пол	Возраст	Забег	Вес_До	Вес_После	Статус_До	Статус_После	Класс	Потеря_Веса
16	11	1	21	11	53.5	52.5	2	1	3	1.87%
17	6	1	47	9	58	57	4	1	1	1.72%

Рис. 5.27. Данные об обезвоживании организма борзых перед забегом

Таблица 5.2. Данные об обезвоживании организма борзых перед забегом: соотношение потерянный вес/место в забеге

Собака	Пол*	Возраст (мес.)	Забег	Вес до забега (фунты)	Вес после забега (фунты)	Статус до забега	Статус после забега	Класс забега**	Потеря веса
1	0	58	7	70.5	69.5	9	2	6	1.42%
1	0	58	9	70.5	69.5	8	8	1	1.42%
1	0	58	6	71	70	5	4	6	1.41%
1	0	58	2	72	71.5	1	1	2	0.69%
1	0	58	6	72	71	7	2	2	1.39%
1	0	58	8	72.5	72	5	1	3	0.69%
2	0	29	9	67	67	2	6	1	0.00%
2	0	29	9	67.5	66.5	6	1	1	1.48%
2	0	29	12	68	67.5	2	5	1	0.74%
2	0	29	6	68.5	68	5	5	2	0.73%
2	0	29	6	68.5	68	2	6	1	0.73%

Собака	Пол*	Возраст (мес.)	Забег	Вес до забега (фунты)	Вес после забега (фунты)	Статус до забега	Статус после забега	Класс забега**	Потеря веса
2	0	29	2	69	68.5	4	1	2	0.72%
2	0	29	6	69	68.5	7	5	1	0.72%
3	1	40	6	64	63.5	1	3	1	0.78%
3	1	40	12	64	62.5	3	6	1	2.34%
3	1	40	2	64	63	4	9	1	1.56%
3	1	40	2	64.5	64	2	1	2	0.78%
3	1	40	4	64.5	63.5	5	6	1	1.55%
3	1	40	12	65	63	2	2	1	3.08%
3	1	40	2	65	64	5	9	1	1.54%
4	0	23	12	76	75.5	4	8	1	0.66%
4	0	23	6	76.5	75.5	8	1	1	1.31%
4	0	23	2	76.5	76	9	3	1	0.65%
4	0	23	6	76.5	75.5	9	5	7	1.31%
4	0	23	6	77	76	8	2	1	1.30%
4	0	23	9	77	76	8	4	1	1.30%
4	0	23	9	77	76	1	6	1	1.30%
5	0	24	9	71	70.5	3	1	7	0.70%
5	0	24	9	71	70	7	2	1	1.41%
5	0	24	9	71.5	71	8	1	1	0.70%
5	0	24	6	71.5	71	6	2	7	0.70%
5	0	24	2	71.5	71	5	2	1	0.70%
5	0	24	12	71.5	70.5	5	3	1	1.40%
5	0	24	9	72	71.5	4	4	1	0.69%
6	1	47	9	58	57	4	1	1	1.72%
6	1	47	6	58	57.5	2	3	1	0.86%
6	1	47	9	58.5	57.5	6	2	1	1.71%
6	1	47	9	58.5	58	1	3	1	0.85%
6	1	47	9	58.5	58	1	4	7	0.85%
6	1	47	6	59	58.5	4	4	7	0.85%
6	1	47	12	59	58	6	7	1	1.69%
7	0	34	9	71.5	71	8	3	1	0.70%
7	0	34	9	71.5	71.5	2	3	7	0.00%
7	0	34	9	71.5	71	2	5	1	0.70%
7	0	34	6	71.5	71	5	9	1	0.70%
7	0	34	6	72	71.5	2	1	7	0.69%
7	0	34	12	72	71.5	7	2	1	0.69%

Собака	Пол*	Возраст (мес.)	Забег	Вес до забега (фунты)	Вес после забега (фунты)	Статус до забега	Статус после забега	Класс забега**	Потеря веса
7	0	34	9	72.5	71.5	3	1	1	1.38%
8	0	23	12	71.5	71	8	4	1	0.70%
8	0	23	9	71.5	71	1	9	1	0.70%
8	0	23	11	72	71.5	1	1	2	0.69%
8	0	23	9	72	71.5	8	2	1	0.69%
8	0	23	2	72	72	9	3	2	0.00%
8	0	23	9	72	71.5	4	6	1	0.69%
8	0	23	8	72	71.5	8	6	2	0.69%
8	0	23	2	72.5	72	2	4	2	0.69%
9	0	36	12	63	62.5	1	4	1	0.79%
9	0	36	9	63	63	1	9	1	0.00%
9	0	36	12	63.5	62.5	9	1	1	1.57%
9	0	36	2	63.5	63	3	1	1	0.79%
9	0	36	2	63.5	63.5	1	1	2	0.00%
9	0	36	9	63.5	63	5	7	1	0.79%
9	0	36	12	64	62.5	9	2	1	2.34%
9	0	36	12	64	63	8	3	1	1.56%
10	0	26	11	66	65	1	6	3	1.52%
10	0	26	9	66	64	9	8	7	3.03%
10	0	26	8	66	65.5	6	9	3	0.76%
10	0	26	5	66	65.5	7	9	3	0.76%
10	0	26	8	66.5	65	6	2	3	2.26%
10	0	26	6	66.5	65.5	3	6	7	1.50%
10	0	26	12	67	66	6	3	2	1.49%
11	1	21	5	53	52	1	6	3	1.89%
11	1	21	11	53.5	52.5	2	1	3	1.87%
11	1	21	1	53.5	53	5	2	3	0.93%
11	1	21	10	53.5	53	2	3	3	0.93%
11	1	21	8	53.5	52.5	2	4	3	1.87%
11	1	21	1	53.5	53	1	4	3	0.93%
11	1	21	5	54	54	2	1	4	0.00%
11	1	21	11	54	53.5	3	9	3	0.93%
12	0	28	8	68	67.5	9	2	3	0.74%
12	0	28	12	68	67.5	4	9	2	0.74%
12	0	28	6	68.5	68	3	8	2	0.73%
12	0	28	2	68.5	68	2	8	2	0.73%

Собака	Пол*	Возраст (мес.)	Забег	Вес до забега (фунты)	Вес после забега (фунты)	Статус до забега	Статус после забега	Класс забега**	Потеря веса
12	0	28	11	69	68.5	3	4	3	0.72%
12	0	28	5	69	68.5	5	7	3	0.72%
12	0	28	8	70	69	7	9	3	1.43%
13	1	51	11	62	61.5	4	2	3	0.81%
13	1	51	7	62	61.5	8	7	6	0.81%
13	1	51	12	62.5	62	7	2	2	0.80%
13	1	51	11	62.5	62	1	4	2	0.80%
13	1	51	8	62.5	62	3	6	3	0.80%
13	1	51	6	62.5	62	4	6	6	0.80%
14	1	33	12	52	51.5	2	2	3	0.96%
14	1	33	12	52	51	5	5	2	1.92%
14	1	33	8	52	51	7	7	3	1.92%
14	1	33	12	52	51	4	9	3	1.92%
14	1	33	11	52.5	51	5	8	3	2.86%
14	1	33	5	52.5	52	5	9	3	0.95%
15	0	25	5	64	62.5	2	2	3	2.34%
15	0	25	11	64	63	6	5	3	1.56%

**Пол: 0 = самка, 1 = самец.*

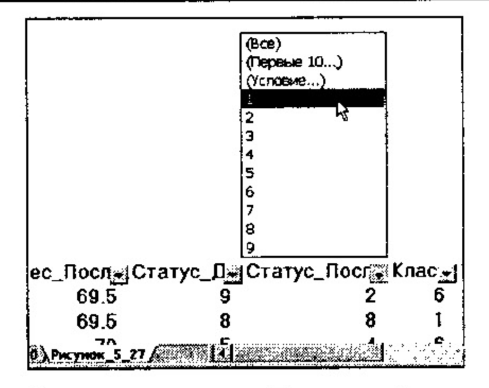
**Класс забега: от 1 (быстрый) до 5 (медленный), 6 и 7 считаются неклассифицированными забегами.*

Эти данные любезно предоставлены доктором Линдой Блай из университета Орегона.

Применение команды Данные ➤ Фильтр ➤ Автофильтр

Теперь мы располагаем базой данных для работы — попробуем извлечь из нее некоторые данные. Предположим, что нас интересуют записи обо всех самках, которые выиграли забеги. Следовательно, необходимо отфильтровать такие записи из базы данных.

1. Щелкните в одной из ячеек базы данных (скажем, в ячейке A16).
2. Выполните команду **Данные ➤ Фильтр ➤ Автофильтр** (в меню напротив команды должен появиться флажок). Все поля названий столбцов будут дополнены раскрывающимися списками.
3. Раскройте список Статус_После и выберите в нем значение 1, соответствующее записям собак-победителей забега.



4. Раскройте список Пол и выберите в нем значение 1, соответствующее записям самок.
5. Обратите внимание, что теперь на экране отображаются только четыре записи, соответствующие заданному критерию.

	A	B	C	D	E	F
14	База данных					
15	Собак	Пол	Возраст	Забе	Вес_Д	Вес_Посл
32	3	1	40	2	64.5	64
50	6	1	47	9	58	57
88	11	1	21	11	53.5	52.5
93	11	1	21	5	54	54

Чтобы извлечь отфильтрованные записи в отдельную таблицу, выделите их, выполните команду **Правка ➤ Копировать**, выберите расположение таблицы и выполните команду **Правка ➤ Вставить**.

Применение команды Данные ➤ Фильтр ➤ Расширенный фильтр

В случае необходимости можно одновременно вести поиск записей, соответствующих определенному критерию и копировать отфильтрованные записи в указанный диапазон. Для этого необходимо задать диапазон условий, после чего команда **Фильтр** выполнит все остальные действия.

1. Еще раз выполните команду **Данные ➤ Фильтр ➤ Автофильтр** с тем, чтобы отключить автофильтр и отобразить все записи базы данных.
2. В ячейке **H5** наберите 1 (единица идентифицирует собак, занявших первое место). В ячейке **B5** тоже наберите единицу, соответствующую самкам.
3. Щелкните на одной из ячеек базы данных и выполните команду **Данные ➤ Фильтр ➤ Расширенный фильтр**.
4. В появившемся диалоговом окно **Расширенный фильтр**, показанном на рис. 5.28, поле **Исходный диапазон** должно быть заполнено автоматически, поэтому остается только перейти к полю **Диапазон условий** и задать в нем **A4:J5**.

5. Убедитесь в том, что выбран переключатель **фильтровать список на месте** и щелкните на кнопке OK.

В результате база данных опять должна сократиться до четырех записей.

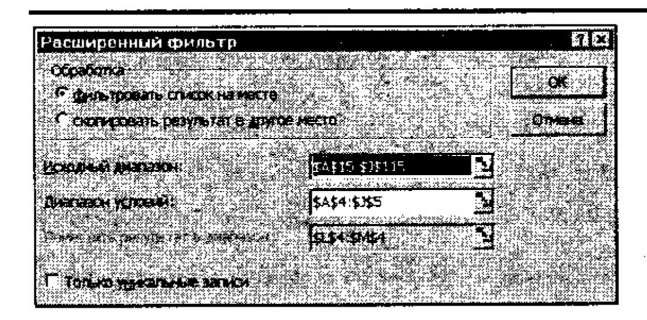


Рис. 5.28. Диалоговое окно Расширенный фильтр

Извлечение записей во внешний диапазон

Чтобы не просто просмотреть записи, а извлечь их в отдельную таблицу, задайте диапазон вывода и воспользуйтесь командой **Данные ➤ Фильтр ➤ Расширенный фильтр** еще раз. Четкое определение диапазона вывода позволит избежать случайного уничтожения значений важных ячеек. Предположим, что необходимо создать таблицу с данными о возрасте и потере веса самками, выигравших забеги.

1. Чтобы вывести все записи базы данных, выполните команду **Данные ➤ Фильтр ➤ Отобразить все**.
2. В ячейке L3 наберите **Диапазон вывода**.
3. В ячейках L4 и M4 наберите **Возраст** и **Потеря_Веса**, соответственно.
4. Щелкните на одной из ячеек базы данных и выполните команду **Данные ➤ Фильтр ➤ Расширенный фильтр**. Поля **Исходный диапазон** и **Диапазон условий** появившегося диалогового окна должны быть заполнены, но если это не так, задайте в них значения A15:I116 и A4:J5.
5. Выберите переключатель **скопировать результат в другое место**, после чего задайте в поле **Поместить результат в диапазон** значение L4:M4.
6. Щелкните на кнопке OK, после чего в выбранный диапазон должны быть скопированы соответствующие поля уже знакомых записей.

	L	M	N
3	Диапазон вывода		
4	Возраст	Потеря_веса	
5	40	0.78%	
6	47	1.72%	
7	21	1.87%	
8	21	0.00%	
9			

Применение команды Данные ➤ Форма

Другим способом ведеиия поиска в базе данных и выполиения манипуляций с ее записями является использование форм.

1. Щелкните на одной из ячеек базы данных и выполните команду Данные ➤ Форма.

В результате перед вами появится диалоговое окно (или форма), изображениое на рис. 5.24. Каждому независимому полю базы данных соответствует текстовое поле формы. Вычисленные значения полей выводятся в форме как надписи. Расположенная посредиие формы полоса прокрутки позволяет просматривать любые записи базы данных. После изменения значения поля в форме изменяется значение соответствующей ячейки рабочего листа (исключением являются поля, значения которых вычисляются по формулам). Кнопки **Добавить** и **Удалить** позволяют добавлять и удалять записи из базы даиных без необходимости переопределение диапазона базы даниых после внесения изменений. Измененные значения полей записи не вносятся в базу данных до тех пор, пока вы не перейдете к следующей записи. Кнопка **Вернуть** позволяет вернуть все изменения, внесеиные в текущую запись. После нажатия клавиши <Enter> или перехода к следующей записи щелчок на кнопке не приносит никакого результата.

Чтобы задать критерий поиска, щелкните на кнопке **Критерии** и задайте необходимые условия поиска записей. Заданные в форме критерии поиска не имеют никакого отношения к активизированным на рабочем листе фильтрам. Чтобы сформулировать критерий поиска из последнего примера (все записи о самках, выигравших забеги), введите единицы в полях Пол и **Статус_После**. Чтобы вернуться к редактированию формы, щелкните на кнопке **Правка**. Чтобы перейти к первой соответствующей заданному критерию записи, щелкните иа кнопке **Далее**. Кнопки **Назад** и **Далее** предназначены для переключения между отфильтрованными по критерию записями. Между отфильтрованиыми записями возможен только последовательный переход, поэтому при попытке переключеиия от первой записи к последней (или от последней к первой) приложение Excel будет подавать звуковой сигнал. Соответственно, никаких других действий со стороны Excel ие последует.

2. Закончив работу с формой, щелкните на кнопке **Закрыть**.

Теперь предположим, что необходимо узиать процентиое соотношение самок и самцов, принимавших участие в забегах. Это можно сделать и вручную, но я открою вам более легкий и приятный способ. С помощью функции **БСЧЁТ** можно отдельио подсчитать количество самок и самцов, после чего поделить полученные значения на общее количество записей в базе данных. Но существует еще более простой способ — поскольку для обозначения пола собаки используются числа 0 и 1, достаточно будет высчитать среднее значение столбца Пол.

Применение специальных функций для работы с базами данных

1. Удалите все значеиия в диапазоне условий A5:J5.
2. В ячейке E10 введите формулу:

   =ДСРЗНАЧ(A15:J115,2,A4:J5)
3. Назначьте ячейке E10 формат Процентный с двумя десятичными знаками после запятой.

После вычисления формулы в ячейке появится значение 34.00%. Это значит, что 34% участвовавших в забегах собак являются самками. Обратите внимание, что пустые ячейки диапазона условий заставляют формулу обрабатывать всю базу даниых.

Теперь найдем количество самок, занявших в забегах одно из трех призовых мест.

4. В ячейке H5 введите **=H16<4**.

Только что был задан критерий, фильтрующий записи о собаках-победителях, поэтому в ячейке E10 появится значение 30.43%. Ссылка на ячейку H16 определяет столбец для применения критерия. Эта ссылка обязательно должна попасть во вторую строку диапазона базы данных.

Поскольку все приведениые данные использовались для определения потерянного веса, было бы логичио определить количество собак, которые интенсивно теряли вес (имеется в виду потеря более 2.5% веса).

5. В ячейке J5 введите **=J16>0.025**.

Любопытно, что значение в ячейке E10 измеиится на 100%. Это свидетельствует о том, что все собаки, занявшие призовые места и потерявшие значительный вес, являются самками.

Можно продолжать задавать иовые критерии поиска и анализировать результаты. Количество удовлетворяющих критерию ячеек подсчитывает функция БСЧЁТА, максимальное и мииимальное значение определяют функции ДМАКС и ДМИН, стандартное отклонение и вариацию высчитывают функции ДСТАНДОТКЛ и БДДИСПП, команда БДСУМ предназначена для суммирования значений. С помощью этих функций можно создавать отдельные таблицы зиачений. Имейте в виду, что задаваемые для этих функций диапазоиы не имеют никакого отношения к активизированным иа рабочем листе фильтрам. В данных диапазонах условий указываются не все названия полей, а только тех, по которым будет вестись фильтрация.

Применение команды Данные ➤ Сортировка

Команда Сортировка меию Данные позволяет отсортировать любой набор текстовых или числовых записей. Приложение Excel поддерживает сортировку по возрастанию и по убыванию одновременно по трем столбцам.

В качестве примера отсортируем базу данных забегов в соответствии с занятым местом и потерей веса.

1. Выделите ячейку в диапазоне базы данных.
2. Выполните команды **Данные ➤ Сортировка**.
3. В списке **Сортировать по** выберите пункт **Статус_После**, затем выберите переключатель **по возрастанию**.
4. В списке **Затем по** выберите пункт **Потеря_Веса**, после чего выберите переключатель **по убыванию**.
5. Щелкните на кнопке **OK**.

В результате выполненных действий рабочий лист должен выглядеть так, как это показано на рис. 5.29. Все записи отсортированы в соответствии с занятым собакой местом и потерей веса.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
14	База данных									
15	Собака	Пол	Возраст	Забег	Вес_До	Вес_После	Статус_До	Статус_После	Класс	Потеря_Веса
16	11	1	21	11	53.5	52.5	2	1	3	1.87%
17	6	1	47	9	58	57	4	1	1	1.72%
18	9	0	36	12	63.5	62.5	9	1	1	1.57%
19	2	0	29	9	67.5	66.5	6	1	1	1.48%
20	7	0	34	9	72.5	71.5	3	1	1	1.38%
21	4	0	23	6	76.5	75.5	8	1	1	1.31%
22	9	0	36	2	63.5	63	3	1	1	0.79%
23	3	1	40	2	64.5	64	2	1	2	0.78%
24	2	0	29	2	69	68.5	4	1	2	0.72%
25	5	0	24	9	71	70.5	3	1	7	0.70%
26	5	0	24	9	71.5	71	8	1	1	0.70%
27	1	0	58	2	72	71.5	1	1	2	0.69%
28	7	0	34	6	72	71.5	2	1	7	0.69%
29	8	0	23	11	72	71.5	1	1	2	0.69%

Рис. 5.29. Записи базы данных, отсортированные по столбцам Статус_После и Потеря_Веса

Резюме

Основным материалом, с которым работают инженеры и научные работники, являются экспериментальные данные, однако их анализ зачастую непрост. Приложение Excel предоставляет инструменты для импортирования и обработки информации различного типа. В этой главе читатель может познакомиться со способами ввода данных в рабочий лист, разнообразными манипуляциями с ними, а также с методикой создания базы данных и работы с ней.

Дополнительная литература

Зазоры искрового разряда

CRC, *Handbook of Chemistry and Physics*, 51st ed. (Cleveland, Ohio: Chemical Rubber Co., 1971), p.E61.

Элементарные частицы

D. Haliday and R. Resnick, Physics (New York: Willey, 1967), pp. 551-552.

Обезвоживание организма борзых собак перед забегом

L. L. Blythe and D. E. Hansen, "Factors Affecting Prerace Dehydration and Performance of Racing Greyhounds", J. Am. Vet. Med. Assoc. 189, 12 (Dec. 15, 1986): 1572-1574.

L. L. Blythe, D. E. Hansen and A. M. Craig, "Nervous System" in Care of the Racing Greyhound, A Guide for Trainers, Breeders and Veterinarians, American Greyhound Council, Abilenne, Kansas (Publisher), 1994, pp. 37-56.

Обзорные задачи

1. Считайте показанный на рис. 5.6 файл в рабочий лист как текст, после чего выполните его синтаксический анализ с помощью команды **Данные ➤ Текст по столбцам**.
2. Создайте текстовый файл со следующими данными:

   23.7,569.82,19.2
   1.882,27.9,26
   19.3,239,4
   95.76,9,23
   115.98,23.7,23.8
   19.220,19876.3,2
   27.886,14.3,67.5
   23.9,14.5,14.4

   Считайте этот файл в рабочий лист и выполните его синтаксический анализ с помощью мастера импортирования.
3. Создайте базу данных журнальных статей, которыми вы пользуетесь. База данных должна содержать четыре поля, соответствующие автору, названию статьи, цитате и ключевому слову. Создайте диапазон условий, с помощью которого можно было бы извлекать из базы данных статьи по заданному автору и ключевому слову.
4. Примените команды меню **Данные ➤ Фильтр** к созданной в предыдущем пункте базе данных.
5. Напишите на Visual Basic процедуру, которая будет вести поиск в базе данных заданного слова или строки. При каждом вызове процедура должна возвращать ссылку на следующую ячейку с заданной строкой.

Подсказка: Последовательно анализируйте содержимое ячеек с помощью функции IntStr(). Поиск следует прекратить после достижения конца базы данных.

6. Напишите на Visual Basic процедуру, которая выполнит синтаксический анализ файл с исходными данными из пункта 3 и разберет его на три столбца. Мастером импортирования пользоваться запрещено. Вместо этого функция должна использовать метод OPEN для открытия файла, Line Input для построчного считывания текста, InStr для поиска в строках запятых и Mid$ для извлечения символов, расположенных между запятыми.
7. Используя данные табл. 5.2, определите среднюю потерю веса самцами и самками. Отдельно определите аналогичную характеристику для собак, занявших призовые места.
8. Используя данные табл. 5.2, скопируйте все записи о самках во внешний диапазон. Отсортируйте скопированные данные сначала по занятому в забеге месту, а затем по потерянному весу.
9. Используя данные табл. 5.2, сравните вариации потери веса самцами и самками. Отдельно определите аналогичную характеристику для собак, занявших призовые места.

Упражнения

1. Создайте базу данных периоднческой системы элементов. Она должна включать поля для названия элемента, символического обозначения (C, O, Al и т.д.), атомное число, атомный вес и количество состояний окисления. Для элементов с более чем одним состоянием окисления компоненты списка состояний должны разделяться запятыми.
2. Используя базу данных из первого упражнения, вычислите средний атомный вес для всех элементов с атомным числом меньше чем у германия.
3. В базе данных из первого упражнения с помощью команды **Данные ➤ Фильтр ➤ Расширенный фильтр** выберите все элементы с четырьмя и более состояниями окисления и атомным числом более 20. Скопируйте результаты во внешний диапазон.
4. В базе данных из первого упражнения вычислите стандартное отклонение и вариацию состояний окисления.
5. Используя данные табл. 5.2, составьте таблицу зависимости среднего результата в забеге от возраста и представьте ее данные в виде диаграммы.
6. Используя данные табл. 5.2, вычислите средний первоначальный вес для всех собак, занимавших в забегах первое, второе и третье место, соответственно.
7. Используя данные табл. 5.2, вычислите средний результат (место в забеге) для собак, потеря веса которыми попадает в следующие диапазоны:

0 — 0.5%
0.5 — 1.0%
1.0 — 1.5%
1.5 — 2.0%
2.0 — 2.5%
>2.5%

8. С помощью приложения Query создайте запрос на возврат из базы данных Борей в Excel списка поставщиков и их телефонных номеров.
9. С помощью приложения Query создайте запрос на возврат из базы данных Борей в Excel объема продаж поставщиков.
10. С помощью приложения Query создайте запрос на возврат из базы данных Борей в Excel списка поставщиков и их географического расположения. В Excel вычислите количество поставщиков в каждом регионе.

Глава 6

Аппроксимация данных

В этой главе

- ✓ **Линейная регрессия**
- ✓ **Полиномиальная регрессия**
- ✓ **Методы нелинейной аппроксимации**
- ✓ **Статистическая оценка степени аппроксимации**
- ✓ **Интерполяционные методы**

Одной из распространенных задач в науке и технике является аппроксимация экспериментальных данных аналитическими выражениями. Для ученых, возможность подобрать параметры уравнения таким образом, чтобы его решение совпадало с данными эксперимента, зачастую является доказательством (или опровержением) теории. Инженерам же часто требуется описать результаты измерений аналитически для определения физических параметров.

Существуют три способа использования Excel для аппроксимации данных: использование встроенных функций регрессии, преобразование нелинейных уравнений в линейные с последующим использованием встроенных функций регрессии, использование надстройки Поиск решения или программы Visual Basic для точного подбора параметров нелинейного уравнения. Чаще всего данные быть могут описаны встроенными функциями линейной и полиномиальной регрессии. Наличие линейной зависимости, по крайней мере, на исследуемом интервале позволяет успешно использовать формулы линейного приближения.

В случае нелинейных уравнений, допускающих линеаризацию с помощью замены переменных, функции линейной регрессии можно применять к преобразованным уравнениям. Если же уравнения не могут быть линеаризованы, можно воспользоваться надстройкой Поиск решения или программой на языке Visual Basic и подобрать коэффициенты таким образом, чтобы добиться минимальной остаточной ошибки (суммы квадратов разностей между фактическими и прогнозируемыми значениями) или максимального коэффициента корреляции.

Наконец, те данные, которые не могут быть удовлетворительно описаны ни одним из вышеперечисленных методов, можно представить в виде таблицы, дополненной функцией просмотра, находящей с помощью методов интерполяции значения для точек, отсутствующих в таблице.

Использование встроенных функций

Excel обладает встроенными возможностями регрессионного анализа, позволяющего аппроксимировать данные как прямой линией, так и сложными полиномами. Большая часть задач описания данных может быть решена средствами линейной регрессии.

Регрессионный анализ

При использовании функций регрессии для аппроксимации данных происходит минимизация остаточной квадратичной ошибки между фактическими и прогнозируемыми значениями (метод наименьших квадратов). Остаточная ошибка вычисляется по следующей формуле

$$E = \sum_{i=1}^{n}\left(y\left(x_i\right) - y_i\right)^2,$$

где $y(x_i)$ — прогнозируемые значения, n — число точек, а x_i и y_i — фактические значения.

В Excel используется модель многомерной линейной регрессии. Это значит, что прогнозируемые значения $y(x_i)$ имеют вид

$$y\left(x_{1,i}, x_{2,i}, \ldots\right) = A + Bx_{1,i} + Cx_{2,i} + \ldots,$$

где A, B и C — искомые коэффициенты, которые определяются подстановкой функции $y(x_{1,i}, x_{2,i},\ldots)$ в выражение для остаточной ошибки и приравниванием к нулю частных производных по всем коэффициентам. Это приводит к системе линейных уравнений для коэффициентов. Все вычисления производятся Excel автоматически.

Кроме коэффициентов уравнения регрессии, Excel также вычисляет дополнительную регрессионную статистику:

- стандартная ошибка для оценки y;
- коэффициент детерминированности (r^2);
- стандартные ошибки для коэффициентов;
- F-статистика;
- число степеней свободы;
- регрессионная сумма квадратов и остаточная сумма квадратов.

Стандартная ошибка для оценки y

Стандартная ошибка для оценки y является оценкой ошибки для единичного значения y, вычисленного на основании уравнения регрессии. Эта оценка используется совместно с критерием Стьюдента для определения доверительного интервала для вычисленной кривой. Доверительный интервал — это область вокруг прогнозируемой кривой, в которой с определенной вероятностью (например, 95 процентов) со-

держится истинная кривая. Стандартная ошибка для оценки y вычисляется по следующей формуле

$$S_{y \cdot x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(y_i - y(x_i)\right)^2}{p}},$$

где p — число степеней свободы ($p = n - 2$ для прямой линии).

Коэффициент детерминироввнности

Коэффициент детерминированности является квадратом коэффициента корреляции (r). Он показывает, насколько хорошо уравнение, полученное с помощью регрессионного анализа, описывает фактические данные. Коэффициент детерминированности может принимать значения от 0 до 1, причем 1 соответствует полному совпадению прогнозируемых и фактических данных. Хорошей приближением считается такое, при котором значение коэффициента детерминированности больше 0,9. Коэффициент вычисляется по формуле

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(y_i - y(x_i)\right)^2}{\sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \langle y_i \rangle\right)^2},$$

где через y обозначено среднее значение

$$\langle y_i \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$$

Стандвртные знвчения ошибок для коэффициентов

Стандартные значения ошибок для коэффициентов являются мерами точности каждого из коэффициентов регрессии (A, B, ...). Стандартное значение ошибки первого коэффициента (S_A) вычисляется с помощью стандартной ошибки для оценки y:

$$S_A = \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\langle x \rangle^2}{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \langle x \rangle\right)^2}} S_{y \cdot x},$$

где

$$x = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Основное применение стандартные значения ошибок для коэффициентов находят при проверке статистической значимости коэффициентов (статистического равенства нулю). Поскольку все коэффициенты входят в уравнение регрессии линейно, равенство нулю какого-либо коэффициента означает отсутствие корреляции между соответствующим членом x и данными y. Для проверки статистической значимости коэффициента необходимо взять значение t-распределения Стьюдента для требуемого доверительного интервала $(1 - \alpha)$ и числа степеней свободы (p) и проверить выполнение неравенства

$$|B| > t_{\frac{\alpha}{2},p} S_B$$



Примечание

Доверительный интервал определяет вероятность того, что истинное значение лежит в диапазоне, определенном вероятностной формулой. Например, для критерия Стьюдента для коэффициентов регрессии обычно выбирается доверительный интервал 95% ($(1 - \alpha) = 0{,}95$), означающий 95-ти процентную уверенность в справедливости проверки коэффициента регрессии.

Если неравенство выполняется, то коэффициент является значимым и значения y зависят от значений x, связанных с данным коэффициентом. Если неравенство не выполняется, значения y не зависят от указанных значений x и коэффициент считается равным нулю. Остальные коэффициенты проверяются таким же способом. Любая хорошая книга по инженерной статистике содержит подробную информацию по использованию распределения Стьюдента. Таблицы значений t-распределения приведены в большинстве книг или могут быть вычислены с помощью функции СТЬЮДРАСПОБР(), которая возвращает значение t-распределения по заданным значениям α и числа степеней свободы.

Вообще говоря, если абсолютное значение коэффициента по порядку величины больше чем стандартное значение ошибки, то коэффициент является значимым. В случае, по крайней мере, четырех степеней свободы (например, при построении прямой линии по шести точкам), значение t-распределения Стьюдента для 95-процентного доверительного интервала составляет всего лишь 2,1 и уменьшается с увеличением числа степеней свободы. Поэтому можно считать, что коэффициент является значимым, если его абсолютное значение превышает стандартное значение ошибки более чем в 2,5 раза. В противном случае необходимо под-

ставлять в вышеприведенную формулу точное значение t-распределения и проверять выполнение неравенства.



При сравнении значений, возвращенных функцией СТЬЮДРАСПОБР() с табличными значениями, они окажутся различными. Причина заключается в различных определениях вероятности, используемых при вычислениях. Большинство таблиц t-распределения Стьюдента показывает зависимость t от $(1 - \alpha/2)$ в то время, как функция СТЬЮДРАСПОБР() вычисляет зависимость t от α. Следует помнить, что доверительный интервал определяется, как $(1-\alpha)$.

F-статистика

F-статистика используется совместно с *F*-значениями для определения вероятности того, что данные действительно описываются указанным выражением или совпадение вызвано случайными флуктуациями. Как и в случае t-теста Стьюдента, для использования *F*-статистики необходимо использовать значение *F*, взятое из таблиц или вычисленное с помощью функции FРАСПОБР(). Табличное или возвращенное функцией значение *F* сравнивается с вычисленным значением при одинаковых доверительном интервале и числе степеней свободы. Если вычисленное значение *F* больше чем табличное, совпадение обусловлено реальной корреляцией, а не случайными флуктуациями.

Для определения значений *F* необходимы два числа степеней свободы. Первое — n_f — равно числу коэффициентов в уравнении регрессии минус один. Второе — p — стандартное число степеней свободы, равное разности числа точек и числа коэффициентов в уравнении регрессии. Значение числа степеней свободы p возвращается функцией ЛИНЕЙН и используется в t-тесте Стьюдента.



Как и в случае с функцией СТЬЮДРАСПОБР(), функция ЛИНЕЙН() возвращает значения *F* по заданным значениям α, в то время, как в таблицах обычно указывается зависимость от $(1 - \alpha)$.

Предупреждение

Порядок чисел степеней свободы n_f и p строго фиксирован. Первое число является числом степеней свободы аппроксимирующего уравнения, а второе — числом степеней свободы множества аппроксимируемых точек.

Число степеней свободы

Число степеней свободы p равняется разности числа точек и числа коэффициентов в уравнении регрессии. Например, уравнение прямой лннии имеет два коэффициента, соответствующие углу наклона и сдвигу по оси y. Если имеется десять точек, число степеней свободы равно 8 (= 10 - 2). Это число используется во многих статистических таблицах при определении доверительных интервалов.

Регрессионнея суммв квадратов и остаточнея сумме кведратов

Для оценки ошибки аппроксимации используются две суммы квадратов. Регрессионная сумма равна сумме квадратов разностей между значениями y и средним значением y.

$$\sum_{i-1}^{n}\left(y_i - \langle y \rangle\right)^2$$

Таким образом, эта велнчина является мерой разброса данных относительно среднего значения.

Остаточная сумма квадратов равна сумме квадратов разностей между реальными и прогнозируемыми значениями y.

$$\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - y(x_i)\right)^2$$

Таким образом, эта величина является мерой разброса данных относительно линии регрессии. Разделив указанные величины на число степеней свободы, получим дисперсию данных относительно среднего значения и относительно линии регрессии. Вычислив квадратный корень дисперсии, получим среднеквадратичное отклонение. Полученные значения показывают, действительно ли данные описываются уравнением регрессии или являются постоянными.

Вычисление линейной регрессии

Лннейный регрессионный анализ в Excel выполняется либо с помощью встроенных функций ЛИНЕЙН, ЛГРФПРИБЛ, ТЕНДЕНЦИЯ и РОСТ, либо с помошью инструмента **Регрессия** пакета **Анализ данных**. Линейная регрессия выполняется обоими способами практически одинаково. Основное отличие заключается в том, что значения функций автоматически обновляются при каждом изменении данных, в то время как инструмент анализа необходимо запускать вручную. Кроме того, в пакет анализа входит гораздо большее число различных статистик.

Вычисление регрессии с помощью функций

Функции ЛИНЕЙН, ЛГРФПРИБЛ, ТЕНДЕНЦИЯ и РОСТ вычисляют регрессию данных рабочего листа. Все они возвращают массив, содержащий либо регрессионную кривую, либо коэффициенты уравнения регрессии. Функция ЛИНЕЙН выполняет непосредственную линейную регрессию и возвращает коэффициенты, соответствующие тангенсу угла наклона и сдвигу по оси *y*. Функция ЛГРФПРИБЛ является вариацией линейной регрессии, аппроксимирующие данные следующим уравнением

$$y = A\left(B^{x_1}\right)\left(C^{x_2}\right)\ldots$$

и возвращающей коэффициенты (*A*, *B*, *C*, ...). Функции ТЕНДЕНЦИЯ и РОСТ используют те же формулы для вычисления регрессии, что и функции ЛИНЕЙН и ЛГРФПРИБЛ, но возвращают множество точек аппроксимирующей кривой. Поскольку все четыре функции возвращают массивы, их необходимо использовать с диапазонами ячеек или же определять отдельные элементы массива с помощью функции ИНДЕКС.

Примечание

Для ввода формулы массива необходимо выделить диапазон ячеек, ввести формулу и нажать комбинацию клавиш <Ctrl+Shift+Enter> (<Cmd+Enter> для Macintosh). Изменение отдельных ячеек после введения функции массива в диапазон становится невозможным. Необходимо либо изменить весь диапазон, либо удалить его и вставить что-либо другое.

Функции ЛИНЕЙН и ЛГРФПРИБЛ имеют следующий синтаксис:

ЛИНЕЙН(у-массив;х-массив;конст;статистика)

ЛГРФПРИБЛ(у-массив;х-массив;конст;статистика),

где **у-массив** является ссылкой на массив данных *y*, **х-массив** является ссылкой на один или несколько массивов данных *x*, конст — это логическое значение, определяющее константу сдвига и **статистика** — это логическое значение, которое указывает, требуется ли вернуть дополнительную статистику по регрессии.

Если член **х-массив** пропущен, вместо него используется множество натуральных чисел {1, 2, 3,...}. Если член конст пропущен или ИСТИНА, константа сдвига (*A*) вычисляется обычным способом. Если член конст равен ЛОЖЬ, константа сдвига полагается равной 0 для функции ЛИНЕЙН и равной 1 для функции ЛГРФПРИБЛ. Если член **статистика** равен ИСТИНА, вместе с коэффициентами уравнения регрессии возвращается таблица из восьми или более статистических значений.

Вычисление регрессии с помощью инструменте анализа

Инструмент Регрессия пакета Анализ данных выполняет те же самые вычисления, что и функция ЛИНЕЙН, но делает это только один раз. Если аппроксимируемые данные изменились, коэффициенты не пересчитываются, пока инструмент не будет применен повторно. Поскольку инструмент Регрессия входит в пакет Анализ данных, для его применения необходимо вначале установить указанный пакет с помощью команды Сервис ➤ Надстройки.

Теплопроводность арсенида галлия

В главе 2 мы вычислили температурную зависимость теплопроводности кремния на основании уравнения. Кремний является хорошо изученным полупроводником, поэтому уравнение его теплопроводности можно легко найти в литературе. С другой стороны, арсенид галлия (GaAs) изучен не так хорошо и нам придется аппроксимировать экспериментальные данные некоторым выражением.

В табл. 6.1 приведены экспериментальные данные зависимости теплопроводности сильнолегированного арсенида галлия p-типа от температуры. Давайте начнем с простой линейной аппроксимации.

1. Откройте новый рабочий лист и присвойте ему имя Рис. 6.1.
2. Установите ширину столбца B равной 10, столбца D равной 2 и столбца H равной 18.

Таблица 6.1. Теплопроводность сильнолегированного арсенида галлия (GaAs)

T (K)	K (W/cm-K)
250	0,445
300	0,362
350	0,302
400	0,256
450	0,223
500	0,197
550	0,176
600	0,158
650	0,144
700	0,132
750	0,121
800	0,112
850	0,103

3. В ячейку A1 введите **Теплопрозодность арсенида галлия; Линейное приближение.**
4. В ячейки A3:B3 введите и выровняйте по центру следующие метки:

   A3 T(K) **a3** K(W/cm-K)

5. В ячейку A4 введите 250; в ячейку A5 введите 300; выделите обе ячейки и перетащите маркер заполнения вниз до ячейки A16.

6. В ячейки B4:B16 введите значения теплопроводности, приведенные в табл. 6.1.

Создайте формулу для вычисления значений *y* линейного приближения.

1. В ячейку C3 введите **К Ожидаемое** и выровняйте по центру. Установите ширину столбца C равной 12.
2. Присвойте ячейкам F7 и G7 имена **B** и **A** соответственно.
3. В ячейку C4 введите =B*A4+A; скопируйте формулу в ячейки C4:C16 и измените формат ячеек на числовой с тремя десятичными знаками.

Определите место для таблицы коэффициентов регрессии и статистики. Полная регрессионная таблица должна содержать пять строк и по одному столбцу на каждый коэффициент. В случае линейного приближения ширина таблицы равна двум.

1. Введите следующие величины в столбцы E, F, G и H.

E5	**Таблица регрессии**	F6	**B**	H7	**Коэффициент**
E9	**r^2**	F12	**Рег.**	H8	**Стд. ошибка коэфф.**
E10	**F**	G6	**A**	H9	**Стд. ошибка оценки Y**
E11	**Сумма кв.**	G12	**Остаточн.**	H10	**Степени свободы**

2. Установите контуры, как показано на рис. 6.1

Перейдем к вычислению коэффициентов.

1. Выделите ячейки F7:G11 и введите формулу =ЛИНЕЙН(B4:B16;A4:A16;ИСТИНА;ИСТИНА)
2. Нажмите комбинацию клавиш <Ctrl+Shift+Enter> (<Cmd+Enter> на компьютерах Macintosh) для вставки формулы во все ячейки в виде массива.
3. Отключите отображение сетки.

Теперь рабочий лист должен выглядеть, как показано на рис. 6.1. С помощью мастера диаграмм постройте график экспериментальной и аппроксимированной теплопроводности (рис. 6.2). Сравнение этих графиков показывает, что общая тенденция была определена правильно, но приближение для отдельных точек оказывается довольно грубым. Значение r^2 равно 0,875, что также свидетельствует о неточности использованного приближения.

Инструмент **Регрессия** пакета Анализ данных может выполнить те же самые вычисления и возвратить гораздо большее количество статистических параметров. Выполним расчет еще раз, но уже с использованием инструмента **Регрессия**.

1. Создайте копию рабочего листа Рис. 6.1 (нажмите на клавишу <Ctrl> при перетаскивании ярлычка листа). Дважды щелкните на ярлычке нового листа и переименуйте его в Рис. 6.3.
2. Удалите с листа все, что находится в столбце C и правее его, включая диаграмму.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Теплопроводность арсенида галлия; Линейное приближение							
2								
3	T (K)	K (W/cm-K)	K Ожидаемое					
4	250	0,445	0,362					
5	300	0,362	0,336	Таблица регрессии				
6	350	0,302	0,311			B	A	
7	400	0,256	0,286			-0,0005	0,487797	Коэффициент
8	450	0,223	0,261			5,74E-05	0,033366	Стд. ошибка коэфф.
9	500	0,197	0,235	r^2		0,875417	0,038741	Стд. ошибка оценки Y
10	550	0,176	0,210	F		77,29486	11	Степени свободы
11	600	0,158	0,185	Сумма кв		0,116011	0,01651	
12	650	0,144	0,160			Рег.	Остаточн.	
13	700	0,132	0,134					
14	750	0,121	0,109					
15	800	0,112	0,084					
16	850	0,103	0,059					

Рис. 6.1. Теплопроводность арсенида галлия: линейное приближение

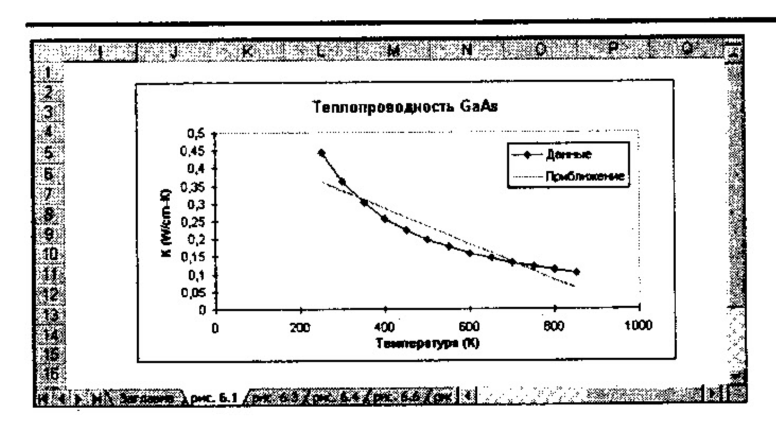
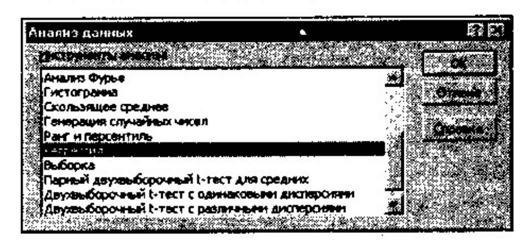


Рис. 6.2. Сравнение экспериментальной и аппроксимированной теплопроводности

3. Выберите команду меню **Сервис ➤ Анализ данных** (для этого необходимо предварительно установить пакет анализа в меню **Надстройки**), выберите инструмент **Регрессия** из списка инструментов анализа и нажмите на кнопку **ОК**.



В диалоговом окне Регрессия необходимо задать входной и выходной диапазоны и установить флажки для всех параметров группы Остатки, чтобы познакомиться с их работой. При выборе входного и выходного диапазонов, включите в них не только данные, но и заголовки столбцов, и установите флажок Метки. При этом заголовки столбцов будут использоваться в качестве меток для таблиц и линий диаграммы.

4. В диалоговом окне Регрессия выберите параметры так, как показано на рисунке и нажмите на кнопку ОК. (Диапазоны для ввода и вывода можно ввести вручную или щелкнуть на кнопке редактирования и выделить диапазон на листе.)

5. Установите ширину столбцов таким образом, чтобы все надписи таблиц были полностью видны.

Инструмент Регрессия выполнит все вычисления, выведет результаты в таблицу на рабочем листе, как показано на рис. 6.3, и создаст диаграмму, представляющую экспериментальные данные и их аппроксимацию. Результат, впрочем, не отличается от достигнутого с использованием встроенной функции ЛИНЕЙН.

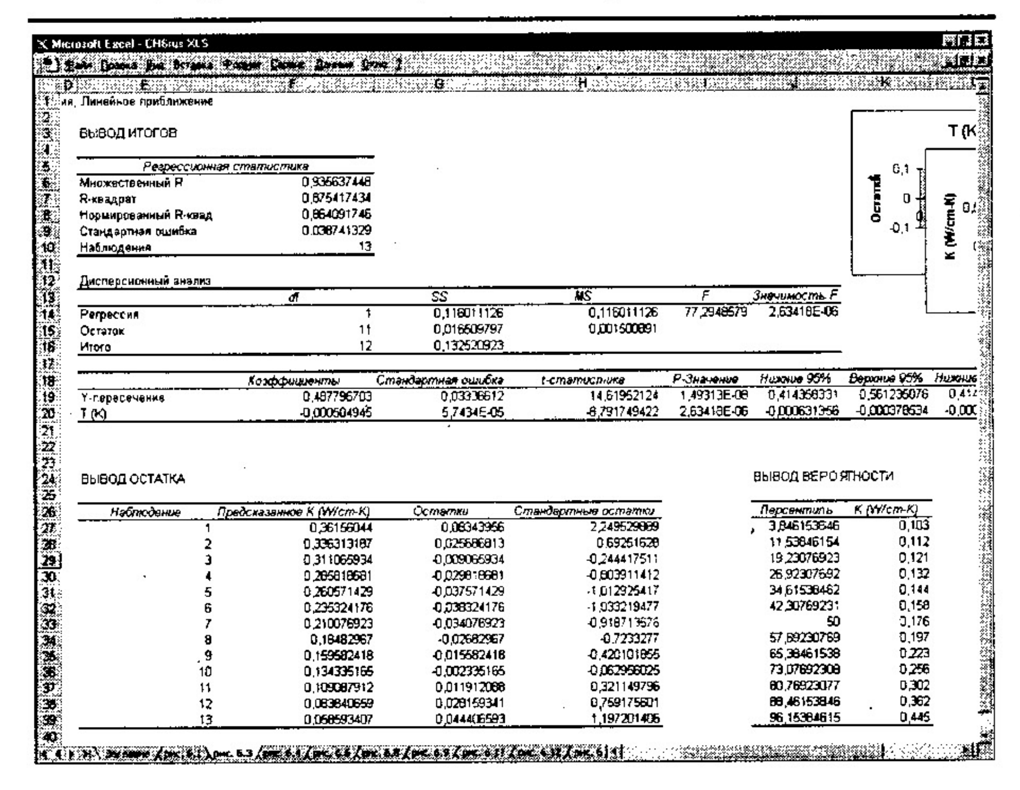
Поскольку и арсенид галлия, и кремний являются полупроводниками, можно предположить, что уравнение, описывающее теплопроводность кремния, послужит лучшей аппроксимацией экспериментальных данных, чем прямая линия. Теплопроводность кремния подчиняется уравнению

$$K = \frac{K_0}{\left(T - T_0\right)},$$

где K_0 и T_0 — неизвестные константы. Впрочем, это уравнение не является линейным и не может непосредственно использоваться для линейной регрессии. Однако разрешив его относительно температуры

$$T = \left(\frac{1}{K}\right)K_0 + T_0$$

получаем уравнение, линейное по переменной $1/K$. Модифицировать рабочий лист для вычисления величины $1/K$ и использования ее в качестве x и температуры T в качестве y достаточно просто.



ия, Линейное приближение

ВЫВОД ИТОГОВ

Регрессионная статистика	
Множественный R	0,936637448
R-квадрат	0,875417434
Нормированный R-квад	0,864091746
Стандартная ошибка	0.038741329
Наблюдения	13

Дисперсионный анализ

	df	SS	MS	F	Значимость F
Регрессия	1	0,116011126	0,116011126	77,2948579	2,63418E-06
Остаток	11	0,016509797	0,001500891		
Итого	12	0,132520923			

	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%	Нижние
Y-пересечение	0,487796703	0,03336612	14,61952124	1,49313E-08	0,414358331	0,561235076	0,41
T (K)	-0,000504945	5,7434E-05	-8,791749422	2,63418E-06	-0,000631356	-0,000378534	-0,00

ВЫВОД ОСТАТКА

Наблюдение	Предсказанное K (W/cm-K)	Остатки	Стандартные остатки
1	0,36156044	0,08343956	2,249529889
2	0,336313187	0,025686813	0.69251628
3	0,311065934	-0,009065934	-0,244417511
4	0,285818681	-0,029818681	-0,803911412
5	0,260571429	-0,037571429	-1,012925417
6	0,235324176	-0,038324176	-1,033219477
7	0,210076923	-0,034076923	-0,918713576
8	0,18482967	-0,02682967	-0.7233277
9	0,159582418	-0,015582418	-0,420101855
10	0,134335165	-0,002335165	-0,062956025
11	0,109087912	0,011912088	0,321149796
12	0,083840659	0,028159341	0,759175601
13	0,058593407	0,044406593	1,197201406

ВЫВОД ВЕРОЯТНОСТИ

Персентиль	K (W/cm-K)
3,846153846	0,103
11,53846154	0,112
19,23076923	0,121
26,92307692	0,132
34,61538462	0,144
42,30769231	0,158
50	0,176
57,69230769	0,197
65,38461538	0,223
73,07692308	0,256
80,76923077	0,302
88,46153846	0,362
96,15384615	0,445

Рис. 6.3. Таблицы, полученные при работе инструмента Регрессия пакета Анализ данных

1. Создайте копию рабочего листа Рис. 6.1 и назовите ее Рис. 6.4.
2. Щелкните правой кнопкой мыши на заголовке столбца С для выделения всего столбца и выберите в меню Вставка команду Столбцы.
3. Измените метку в ячейке A1 на **Теплопроводность арсенида галлия GaAs; линейная регрессия**.
4. В ячейку C3 введите **1/K**.
5. В ячейку C4 введите **=1/B4** и скопируйте ее в ячейки C4:C16.
6. Измените формат ячеек C4:C16 на числовой с тремя десятичными знаками.

   Введите новую формулу для оценки K.
7. В ячейки G6 и H6 введите метки **K0** и **T0** соответственно.
8. Выделите ячейки G6:H7, выберите команду меню Вставка ➤ Имя ➤ Создать, установите флажок В строке выше и нажмите на кнопку ОК.

9. В ячейку D4 введите формулу **=K0/(A4-T0)** и скопируйте ее в ячейки D4:D16.

   Теперь вычислите коэффициенты регрессии.

Примечание

> Ранее ячейкам **G7** и **H7** были присвоены имена **A** и **B** с помощью поля **Имя**. Затем им вновь были присвоены имена с помощью команды **Вставка ➤ Имя ➤ Создать**. Теперь эти ячейки имеют по два имени: **A** и **K0** — ячейка **G7**, **B** и **T0** — ячейка **H7**. Любое из этих имен может использоваться в формулах. Для удаления имени применяется команда **Вставка ➤ Имя ➤ Присвоить**.

10. Выделите ячейки G7:H11 и измените формулу следующим образом =ЛИНЕЙН(A4:A16;C4:C16;ИСТИНА;ИСТИНА)
11. Нажмите комбинацию клавиш <Ctrl+Shift+Enter> (<Cmd+Enter> на компьютерах Macintosh) для вставки формулы во все ячейки в виде массива.

Ваш рабочий лист должен теперь выглядеть, как показано на рис. 6.4. Обратите внимание на значительное улучшение значения r^2; оно равно 0,998, что свидетельствует о хорошей степени приближения регрессионной кривой к экспериментальным данным. Если построить диаграмму, как показано на рис. 6.5, то станет видно, насколько точно кривая совпадает с исходными данными. На этом рисунке было отключено отображение соединительных линий между точками для облегчения сравнения регрессионной кривой с экспериментальными данными (маркеры).

Теплопроводность арсенида галлия GaAs; линейная регрессия

T (K)	K (W/cm-K)	1/K	K Ожидаемое
250	0,445	2,247	0,484
300	0,362	2,762	0,372
350	0,302	3,311	0,302
400	0,256	3,906	0,255
450	0,223	4,484	0,220
500	0,197	5,076	0,194
550	0,176	5,682	0,173
600	0,158	6,329	0,156
650	0,144	6,944	0,142
700	0,132	7,576	0,131
750	0,121	8,264	0,121
800	0,112	8,929	0,113
850	0,103	9,709	0,105

Таблица регрессии

	K0	T0	
	80,67975	83,17157	Коэффициент
	1,017655	6,342822	Стд. ошибка коэфф.
r^2	0,998253	8,500841	Стд. ошибка оценки Y.
F	6285,331	11	Степени свободы
Сумма кв.	454205,1	794,9073	
	Рег.	Остаточн.	

Рис. 6.4. Теплопроводность арсенида галлия: аппроксимация нелинейным уравнением

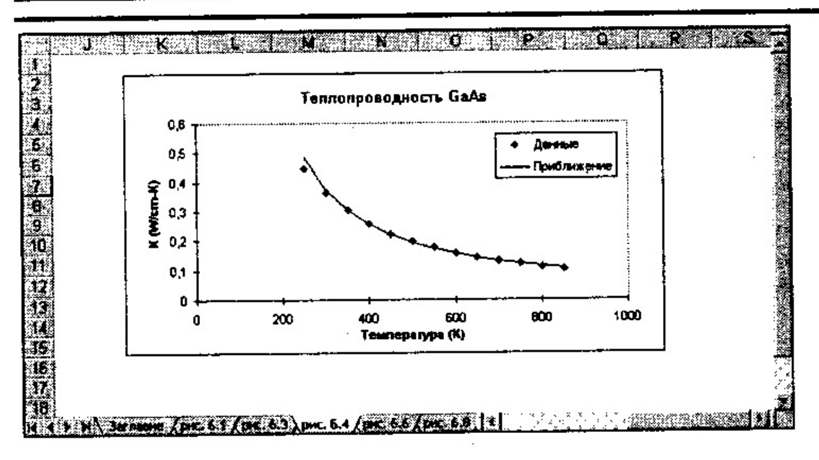


Рис. 6.5. Сравнение экспериментальных данных и аппроксимирующей кривой



Примечание

При использовании преобразований нелинейных уравнений следует помнить, что результат вычислений является наилучшей аппроксимацией преобразованного, а не исходного выражения. В большинстве случаев это не имеет значения, но при преобразованиях с экспоненциальной или логарифмической функциями может оказаться, что приближение на одном конце интервала лучше, чем на другом.

Вычисление степенной регрессии

Хотя функции Excel не рассчитаны на выполнение степенной регрессии, ее можно легко выполнить. При степенной регрессии происходи аппроксимация данных выражением вида

$$y = A + Bx + Cx^2 + \cdots$$

Это выражение можно легко приспособить для выполнения множественной линейной регрессии с помощью следующих обозначений:

$$x_{1,i} = x_i$$

$$x_{2,i} = x_i^2$$

$$x_{3,i} = x_i^3$$

$$\vdots$$

Давайте аппроксимируем теплопроводность арсенида галлия еще раз, но с использованием степенной регрессии третьего порядка (вплоть до x^3).

1. Скопируйте лист Рис. 6.4 и назовите копию Рис. 6.6.
2. Измените метку в ячейке A1 на **Теплопроводность арсенида галлия GaAs; полиномиальная регрессия.**
3. Выделите столбец C и выполните команду Правка ➤ Удалить.
4. Выделите столбцы B и C и выполните команду Вставка ➤ Столбцы.
5. В ячейки B3 и C3 введите $\mathbf{T^2}$ и $\mathbf{T^3}$ соответственно.
6. В ячейку B4 введите формулу **=A4^2** и скопируйте ее в ячейки B4:B16.
7. В ячейку C4 введите формулу **=A4^3** и скопируйте ее в ячейки C4:C16.
8. Измените формат ячеек B4:C16 на экспоненциальный с двумя десятичными знаками.

Введите новую формулу для оценки K. Обратите внимание, что для коэффициента C используется обозначение C_ (C с подчеркиванием), поскольку символ C является зарезервированным. Поскольку имена для коэффициентов еще не определены, все ячейки будут показывать ошибку #REF!.

1. В ячейку E4 введите формулу **=A+B*A4+C_*B4+D*C4** и скопируйте ее в ячейки E4:E16.

Теперь передвиньте таблицу, чтобы освободить место для результатов вычислений и увеличьте таблицу регрессии.

2. Выделите ячейки A3:E16 и перетащите их за контур в A14:E27.
3. Выделите ячейки G5:J11 и перетащите их в B4:E11, затем выделите ячейки E5:E11 и перетащите их в G5:G11.
4. Установите ширины столбцов следующим образом

A	7
B:F	10
G	20

5. Установите контуры, как показано на рис. 6.6
6. В ячейки C5:F5 введите **D**, **B** и **A** соответственно.
7. Выделите ячейки C5:F6 и присвойте им имя с помощью команды **Вставка ➤ Имя ➤ Создать** (Обратите внимание, что ячейка D6 имеет имя C_, а не C).

Теперь выполните вычисление регрессии.

8. Выделите ячейки C6:F10 и введите формулу =ЛИНЕЙН(D15:D27;A15:C27;ИСТИНА;ИСТИНА)
9. Нажмите комбинацию клавиш <Ctrl+Shift+Enter> (<Cmd+Enter> на компьютерах Macintosh) для вставки формулы во все ячейки в виде массива.

Ваш рабочий лист должен теперь выглядеть, как показано на рис. 6.6. Вновь обратите внимание на значения r^2, свидетельствующее о хорошей степени приближения регрессионной кривой к экспериментальным данным, как это видно из рис. 6.7.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Теплопроводность арсенида галлия GaAs; полиномиальная регрессия						
2							
3							
4		Таблица регрессии					
5			D	C	B	A	
6			-2,273E-09	4,8343E-06	-0,003618147	1,07785115	Коэффициент
7			2,1704E-10	3,5981E-07	0,000187443	0,03031047	Стд. ошибка коэфф.
8		r^2	0,99897064	0,00389318	#Н/Д	#Н/Д	Стд. ошибка оценки Y.
9		F	2911,43012	9	#Н/Д	#Н/Д	Степени свободы
10		Сумма кв.	0,13238451	0,00013641	#Н/Д	#Н/Д	
11			Рег.	Остаточн.			
12							
13							
14	T (K)	T^2	T^3	K (W/cm-K)	K Ожидаемое		
15	250	6,25E+04	1,56E+07	0,445	0,440		
16	300	9,00E+04	2,70E+07	0,362	0,366		

Рис. 6.6. Теплопроводность арсенида галлия: степенная регрессия

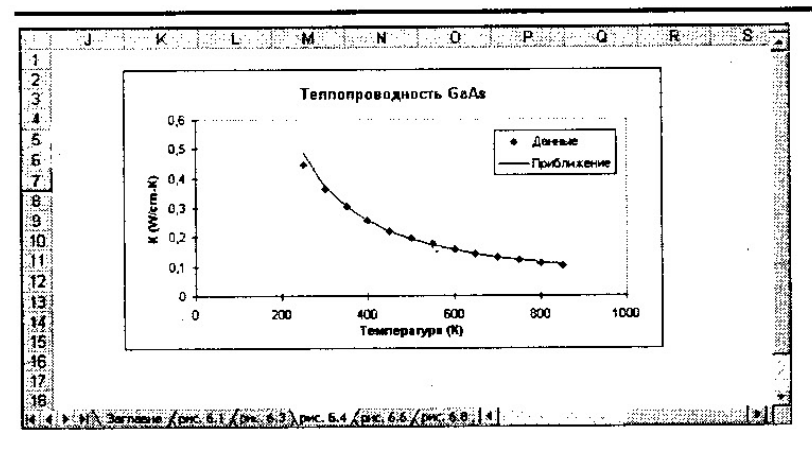


Рис. 6.7. Сравнение экспериментальных данных и аппроксимирующей кривой

Предупреждение

Для получения более точного приближения можно использовать полиномы более высоких степеней, но при этом кривая часто начинает осцилировать, что нежелательно. Хотя такая кривая и проходит через все исходные узлы, она не является хорошим приближением для промежуточных точек. Поэтому при степенях больших 3, необходимо всегда создавать графики полученного приближения, чтобы убедиться в его правдоподобности. Желательно использовать дополнительные точки по сравнению с теми, по которым строилось приближение.

Проверка статистики

Проверьте статистические характеристики полученной кривой. Вначале следует убедиться, что коэффициенты регрессии A, B, C и D попадают в 95-процентный доверительный интервал.

$\alpha = (1\text{-}0.95) = 0.05$

$\alpha/2 = 0.025$

$p = 9$ (из рабочего листа)

$t_{\alpha/2,p} = t_{0.025,9} =$ TINV(0.05,9) = 2.262

$S_A = 0.0303$ (из рабочего листа)

$t_{0.025,9}S_A = 2.262 * 0.0303 = 0.0685$

Это число гораздо меньше значения A, поэтому коэффициент A является значимым. Аналогичный анализ применяется и к другим коэффициентам.

Затем необходимо проверить, что корреляция данных с полученной кривой не обусловлена случайными флуктуациями. Значение F-статистики для $n_f = 3$, $p = 9$ и доверительного интервала 0,95 составляет FРАСПОБР(0,05,3,9)=3,86, что гораздо меньше вычисленного значения F-статистики 2911, поэтому корреляция между кривой и экспериментальными данными не случайна. Остаточная сумма квадратов намного меньше регрессионной суммы квадратов. Таким образом, данные оказываются сгруппированными вдоль аппроксимирующей кривой, а не разбросанными хаотически вокруг некоторого среднего значения.

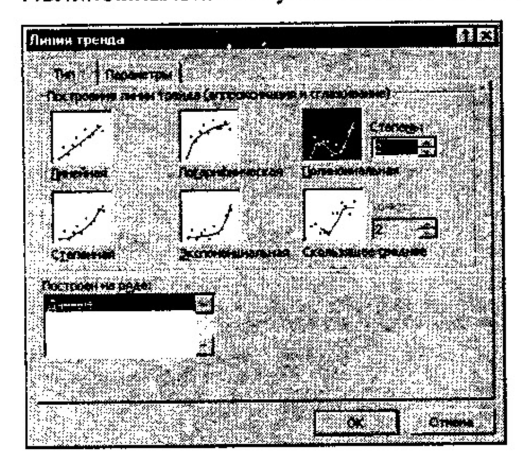
Использование линий тренда

Если нужно просто аппроксимировать данные и построить график без отображения данных на рабочем листе, можно воспользоваться свойством диаграмм создавать линии тренда. Для этого необходимо выделить ряд данных на диаграмме и выбрать команду меню **Диаграмма ➤ Добавить линию тренда**. Откроется диалоговое окно Линия тренда, позволяющее выбрать параметры добавляемой линии. Существует возможность создавать линии типа Линейная, Степенная, Логарифмическая, Экспоненциальная, Полиномиальная и Скользящее среднее. После нажатия на кнопку OK, на диаграмме будет отображена выбранная линия тренда и, по выбору, указана формула регрессии и коэффициент детерминированности r^2.

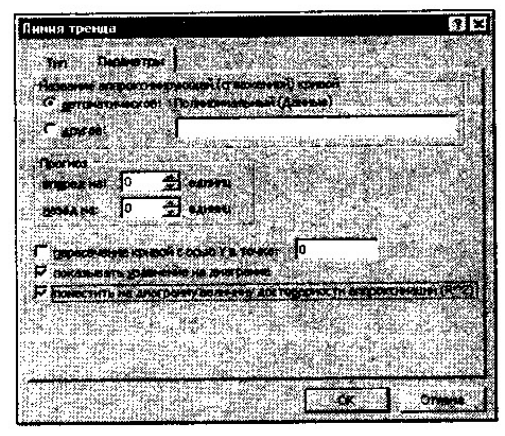
Выполните полиномиальную регрессию еще раз, но уже средствами линии тренда.

1. Создайте копию рабочего листа Рис. 6.1 и назовите ее Рис. 6.8.
2. Измените метку в ячейке A1 на **Теплопроводность арсенида галлия GaAs; линия тренда.**
3. Выделите ячейки C3:H16 и удалите их содержимое.

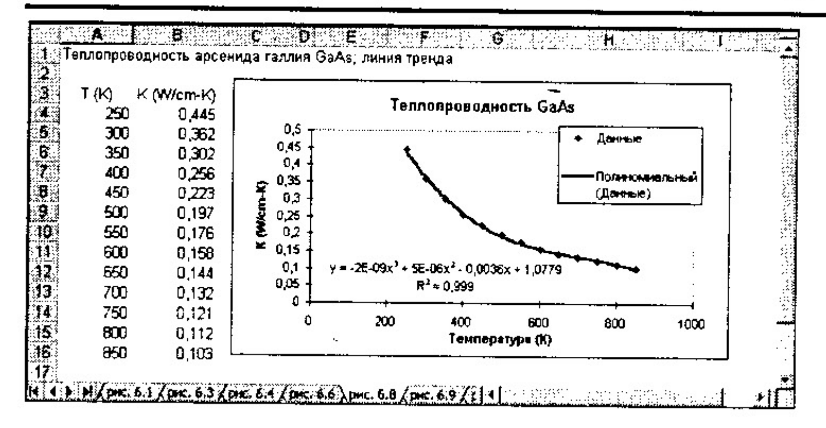
4. Выделите ячейки A4:B16 и с помощью мастера диаграмм постройте диаграмму типа Точечная.
5. Активизируйте диаграмму, выделите ряд данных, выполните команду Формат ➤ Выделенный ряд, щелкните на вкладке Вид и отключите отображение линий, оставив только маркеры.
6. Выберите команду меню Диаграмма ➤ Добавить линию тренда.
7. В диалоговом окне Линия тренда щелкните на вкладке Тип, выберите Полиномиальный и установите в поле Степень значение 3.



8. Щелкните на вкладке Параметры и установите флажки показывать уравнение на диаграмме и поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации.



Теперь диаграмма должна выглядеть, как показано на рис. 6.8, с линией тренда, используемой формулой и значением r^2.



Теплопроводность арсенида галлия GaAs; линия тренда

T (K)	K (W/cm-K)
250	0,445
300	0,362
350	0,302
400	0,256
450	0,223
500	0,197
550	0,176
600	0,158
650	0,144
700	0,132
750	0,121
800	0,112
850	0,103

Рис. 6.8. Уравнение регрессии, полученное при добавлении линии тренда

Примечание

Чтобы числа в формуле содержали большее количество десятичных знаков, необходимо выделить формулу и изменить формат представления данных.

Работа со сложными функциями

Если функция не допускает линеаризацию, к ней невозможно применить встроенные функции регрессии. Например, экспоненциальная функция вида $y = Ae^{Bx}$ может быть линеаризована с использованием логарифмирования $\mathrm{Ln}(y) = \mathrm{Ln}(A) + Bx$ и сопоставления величин $\mathrm{Ln}(A)$ и B коэффициентам регрессии. С другой стороны, сумма экспонент вида $y = Ae^{Bx} + Ce^{Dx}$ не может быть приведена к линейному виду, если неизвестны величины B и D.

Предупреждение

Как указывалось ранее, коэффициенты, вычисленные для линеаризованного уравнения, являются наилучшим (по методу наименьших квадратов) приближением для этого уравнения, но не для исходного. Например, регрессия линеаризованной версии экспоненты, указанной ранее, даст наилучшее приближение для величин $\mathrm{Ln}(A)$ и B линеаризованного уравнения. Эти значения не обязательно будут наилучшим приближением для величин A и B исходного выражения, хотя будут и близки к такому приближению.

Подбор коэффициентов вручную

Для аппроксимации уравнений, которые не могут быть исследованы методами регрессионного анализа, приходится последовательно подбирать коэффициенты для достижения максимума величины r^2, соответствующего наименьшей остаточной ошибке. Коэффициент последовательно увеличивается или уменьшается, пока не будет достигнут максимум r^2, после чего начинается подбор следующего коэффициента. Когда таким образом определены все коэффициенты, процесс начинается сначала для проверки того, что изменение последующих коэффициентов не изменило максимум предыдущих. Так продолжается до тех пор, пока не будут найдены значения коэффициентов, одновременно обеспечивающих максимальное значение коэффициента корреляции.

Иногда случается так, что вместо сходимости к единственному решению алгоритм начинает осциллировать между двумя значениями. Изменение одного коэффициента приводит к изменению максимума другого и наоборот. В таком случае попробуйте уменьшить шаг алгоритма. Если это не приведет к сходимости, решение о наилучшем приближении требует привлечения дополнительных соображений. Возможно, что в пространстве решений существуют два локальных максимума и то, какой из них будет достигнут в результате вычислений, зависит от начальных условий.

Сечение ионизации

В табл. 6.2 приведены данные о сечении ионизации гелия электронами с энергией от 150 eV до 1 KeV. Сечением ионизации называется эффективная площадь атома, используемая при расчете вероятности столкновения между электроном и атомом, приводящем к ионизации этого атома. Если представить атомы в виде мишеней, обстреливаемых электронами, то сечение будет равняться площади мишени. Чем больше площадь, тем больше вероятность столкновения и ионизации.

Таблица 6.2. Экспериментальное сечение ионизации гелия электронами

Энергия электронов (eV)	Сечение ионизации (πa_0^2)*
150	0,419
175	0,408
200	0,394
250	0,365
300	0,337
350	0,313
400	0,292
450	0,272
500	0,255
550	0,240
600	0,227
650	0,216
700	0,205

Энергия электронов (eV)	Сечение ионизации (πa_0^2)*
750	0,194
800	0,187
850	0,178
900	0,171
950	0,165
1000	0,160

Из предыдущего опыта я знаю, что зависимость сечения от энергии напоминает убывающую экспоненту. Следовательно, для аппроксимации необходимо использовать выражение вида

$$S(E) = A(1-e^{-B/E}),$$

где S — сечение в единицах (πa_0^2), E — энергия электронов в электронвольтах eV, A и B — неизвестные коэффициенты.

1. Создайте новый рабочий лист и назовите его Рис. 6.9.
2. В ячейку A1 введите название **Сечение ионизации гелия электронами**.
3. Введите следующие величины в ячейки A3:E3 (для ввода символа ¶ необходимо, удерживая нажатой клавишу <Alt>, набрать 0182 на цифровой клавиатуре):

A3: **E(eV)**	B3: **S(¶a02)**	E3: **(y-<y>)2**
C3: **S расчетн.**	D3. **(y-yx)²**	

4. В ячейки A4:B22 введите данные из табл. 6.2.

Создайте таблицу для искомых коэффициентов.

1. Введите следующне величины в ячейки F3:G4 и выровняйте по правому краю содержимое ячеек F3 и F4.

F3	**A**	**G3**	**0,5**
F4	**B**	**G4**	**500**

2. Присвойте ячейкам следующие имена

G3	**A**	**H6**	**AvEy**
G4	**B**	**H7**	**Free**

Теперь введите уравнение для вычисления приближенных значений y. Следующие два столбца содержат сумму квадратов относительно кривой и сумму квадратов относительно среднего значения, необходимые для вычисления стандартной ошибки оценки y и r^2.

Примечание

В Excel имеются встроенные функции для вычисления стандартной ошибки оценки y и r^2, но они могут использоваться только для линейной регрессии. Формулы, приведенные в данном разделе, могут использоваться для любого уравнения.

3. В ячейку C4 введите следующую формулу

=A*(1-EXP(-B/A4))

и скопируйте ее в ячейки D5:D22.

4. В ячейку D4 введите формулу

=(B4-C4)^2

и скопируйте ее в ячейки D5:D22.

5. В ячейку E4 введите формулу

=(B4-AvEy)^2

и скопируйте ее в ячейки E5:E22.

Создайте таблицу для статистики

1. В ячейку F6 введите **Среднее значение у <у>**.
2. В ячейку H6 введите формулу

=СРЗНАЧ(B4:B22)

3. В ячейку F7 введите метку **Степ. свободы**.
4. В ячейку H7 введите формулу

=СЧЁТ(B4:B22)-2

5. В ячейку F8 введите метку **Стд. ошибка оц. Y**.
6. В ячейку H8 введите формулу

=КОРЕНЬ(СУММ(D4:D22)/Free)

7. В ячейку F9 введите r^2.
8. В ячейку H9 введите формулу

=1-СУММ(D4:D22)/СУММ(E4:E22)

9. Измените формат ячеек B4:C22 на числовой, с тремя десятичными знаками.
10. Измените формат ячеек D4:E22 на экспоненциальный, с тремя десятичными знаками.

Теперь рабочий лист должен выглядеть, как показано на рис. 6.9. Чтобы его использовать, выберите какие-либо начальные значения коэффициентов A и B, например 0,5 и 500, и введите их в таблицу (ячейки G3 и G4). Добавьте и отнимите 0,1 от коэффициента A и посмотрите, когда значение r^2 будет увеличиваться. Продолжайте добавлять или отнимать по 0,1 от коэффициента A до тех пор, пока величина r^2 не достигнет максимального значения. Теперь подберите значение B, прибавляя или отнимая по 100 пока r^2 вновь не достигнет максимума. Возвратитесь к коэффициенту А, чтобы проверить, не сместился ли максимум r^2. При необходимости, подберите коэффициент A еще раз. Продолжайте подбор A и B пока не достигиете максимума r^2 по обоим коэффициентам одновременно.

Теперь уменьшите на порядок шаг подбора коэффициентов A и B. Добавляйте и вычитайте 0,01 от значения A и 10 от значения B пока вновь не достигнете максимума r^2. Еще раз уменьшите на порядок шаг подбора A н B (0,001 и 1 соответственно) и повторите процесс. Когда вы найдете максимум r^2 в этот раз, получите значения коэффициентов с точностью до трех значащих цифр (A = 0,443, B = 434, r^2 = 0,999582).

Как видно из рис. 6.10, полученная кривая хорошо совпадает с данными эксперимента.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Сечение ионизации гелия электронами							
2								
3	E (eV)	S (πa_0^2)	S расчетн	$(y - y_x)^2$	$(y - <y>)^2$	A	0,443	
4	150	0,419	0,418	2,90E-07	2,43E-02	B	434	
5	175	0,408	0,406	4,40E-06	2,10E-02			
6	200	0,394	0,392	2,50E-06	1,71E-02	Среднее значение y <y>		0,263053
7	250	0,365	0,365	4,51E-09	1,04E-02	Степ. свободы		17
8	300	0,337	0,339	3,02E-06	5,47E-03	Стд. ошибка оц. Y.		0,001826
9	350	0,313	0,315	3,25E-06	2,49E-03	r^2		0,999582
10	400	0,292	0,293	1,71E-06	8,38E-04			
11	450	0,272	0,274	4,54E-06	8,01E-05			
12	500	0,255	0,257	4,13E-06	6,48E-05			
13	550	0,240	0,242	3,11E-06	5,31E-04			
14	600	0,227	0,228	1,18E-06	1,30E-03			
15	650	0,216	0,216	4,44E-08	2,21E-03			
16	700	0,205	0,205	9,57E-08	3,37E-03			

рис. 6.1 / рис. 6.3 / рис. 6.4 / рис. 6.6 / рис. 6.8 / рис. 6.9

Рис. 6.9. Сечение ионизации гелия электронами: подбор коэффициентов вручную

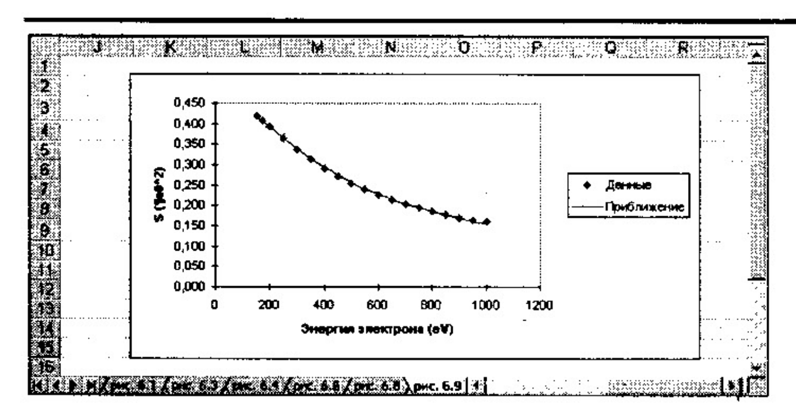


Рис. 6.10. Расчетная кривая зависимости сечения ионизации гелия от энергии электронов

Автоматический подбор коэффициентов

В последнем примере коэффициенты аппроксимирующего уравнения подбирались вручную, пока не достигался максимум коэффициента детерминированности r^2. Такой метод иногда приходится применять, если уравнение является сильно нелинейным или имеет странное поведение в области решения. Такими уравнениями являются те, которые имеют локальные минимумы и максимумы. Тогда для подбора коэффициентов приходится прибегать к интуиции. Однако в большинстве случаев для поиска решения можно применять машинные алгоритмы.

В состав Excel входит дополнительная надстройка Поиск решения, которая может быть использована для автоматической максимизации значения r^2 и аппроксимации данных. Надстройка Поиск решения разработана для подбора значений некоторых ячеек таким образом, чтобы значения других ячеек удовлетворяли заданному критерию.

Использование надстройки Поиск решения

Размещение данных на рабочем листе для использования надстройки Поиск решения аналогично предыдущему примеру. Фактически, Поиск решения становится на ваше место, изменяет значения A и B и наблюдает за изменениями r^2. Можно было бы использовать формулы массива и в предыдущем примере, но их сложнее понять.

Начните с замены формул в столбцах формулами массива.

1. Создайте копию рабочего листа предыдущего примера и назовите ее Рис. 6.11.
2. Выделите столбцы D и E и очистите их содержимое с помощью команды Правка ➤ Очистить.
3. В ячейку H8 введите формулу стандартной ошибки оценки Y

   =КОРЕНЬ(СУММ((B4:B22-C4:C22)^2)/Free)
4. Нажмите комбинацию клавиш <Ctrl+Shift+Enter> (<Cmd+Enter> на компьютерах Macintosh) для вставки в качестве формулы массива.
5. В ячейку H9 введите формулу для r^2

   =1-СУММ((B4:B22-C4:C22)^2)/СУММ((B4:B22-AvEy)^2)
6. Нажмите комбинацию клавиш <Ctrl+Shift+Enter> (<Cmd+Enter> на компьютерах Macintosh) для вставки в качестве формулы массива.
7. Присвойте ячейке H9 имя **rsq**.

Две формулы массива полностью заменяют два столбца вычислений из предыдущего примера. Замена в формулах ссылок на ячейки ссылками на массивы и введение формулы нажатием клавиш <Ctrl+Shift+Enter> позволяет втиснуть два столбца вычислений в две ячейки.

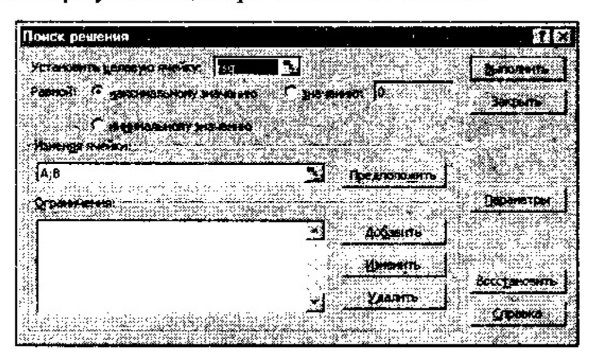
При обработке формул массива, Excel находит первую ячейку в каждой ссылке на массив и вычисляет результат. Затем повторяет эти действия со следующим набором ячеек и так далее, пока не исчерпаются массивы. Например, для вычисления ячейки H8 Excel вычитает значения ячеек C4:C22 из значений ячеек B4:B22. Результат представляет собой список из 19 чисел, которые передаются функции **СУММ**, складывающей элементы списка. Затем результат делится на содержимое ячейки Free, и из полученного извлекается квадратный корень. Если при вводе формулы нажать клавишу <Enter> вместо комбинации <Ctrl+Shift+Enter>, формула будет применяться только к ячейкам B8 и C8 (элементам массива из того же ряда, что и сама формула).

Перейдем к использованию надстройки Поиск решения.

1. Установите значения коэффициентов A и B в ячейках G3 и G4 равными **0,5** и **500**.

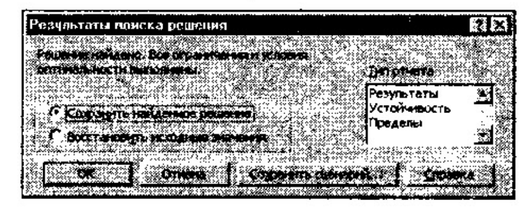
2. Выберите команду меню Сервис ➤ Поиск решения. Если такая команда недоступна, необходимо ее установить, выбрав команду Сервис ➤ Надстройки и установив флажок возле пункта Поиск решения в появившемся списке надстроек.
3. В диалоговом окне Поиск решения в поле Установить целевую ячейку введите **rsq**. Установите переключатель Равной: в положение максимальному значению и введите **А; В** в поле Изменяя ячейки.

Теперь надстройка Поиск решения настроена на максимизацию значения rsq путем подбора значений А и В.



4. Для поиска решения нажмите на кнопку Выполнить.

Во время работы надстройки Поиск решения в нижней части экрана отображается текущее значение rsq, позволяющее контролировать процесс. Когда решение найдено, оно выводится на экран в диалоговом окне Результаты поиска решения. После этого можно сохранить найденные значения или восстановить исходные. Можно также вывести на печать один из отчетов, указанный в списке Тип отчета. Если используется диспетчер сценариев, решение можно сохранить в виде сценария нажав на кнопку Сохранить сценарий. Более подробную информацию по данному вопросу можно найти в *Руководстве пользователя Microsoft Excel* или файлах справки.



5. Нажмите на кнопку ОК в диалоговом окне Поиск решения.

Результат вычислений показан на рис. 6.11. Он немного отличается от того, который был найден вручную, поскольку тогда процесс был прекращен после нахождения трех значащих цифр. Возле решения находятся несколько локальных максимумов, которые могут ввести вас (и Поиск решения) в заблуждение. После того, как решение найдено, можно до-

полнительно исследовать область возле этого решения, чтобы определить наличие других решений, соответствующих большему значению r^2.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Сечение ионизации гелия электронами							
2								
3	E (eV)	S (πa_0^2)	S расчетн			A	0,443651	
4	150	0,419	0,419			B	432,7025	
5	175	0,408	0,406					
6	200	0,394	0,393			Среднее значение у <y>		0,263
7	250	0,365	0,365			Степ. свободы		17
8	300	0,337	0,339			Стд. ошибка оц. Y		0,001817
9	350	0,313	0,315			r^2		0,999587
10	400	0,292	0,293					
11	450	0,272	0,274					
12	500	0,255	0,257					
13	550	0,240	0,242					
14	600	0,227	0,228					
15	650	0,216	0,216					
16	700	0,205	0,205					

рис. 6.4 / рис. 6.6 / рис. 6.8 / рис. 6.9 / рис. 6.11 / рис. 6.

Рис. 6.11. Рабочий лист после подбора коэффициентов надстройкой Поиск решения

Использование процедуры Visual Basic для автоматизации подбора коэффициентов

Если, по каким-либо причинам, работа надстройки Поиск решения вас не удовлетворяет или требуется более полный контроль над процессом поиска, можно написать процедуру Visual Basic для подбора коэффициентов и нахождением решения. Ниже приведен пример такой процедуры, подбирающей значения *A* и *B* в зависимости от увеличения значения r^2.

```
Option Explicit
'
' Макрос подбора
' Процедура аппроксимации.
'
'
Sub AdjustIt()
Dim dblA As Double
Dim dblB As Double
Dim dblDA As Double  'Delta A
Dim dblDB As Double  'Delta B
Dim dblStop As Double ' Останавливающее значение
Dim fTest As Boolean  ' Флаг изменения
Dim dblRsq As Double  ' Значение квадрата r
Dim dblRsqMax As Double ' Наибольшее найденное значение квадрата r

'Инициализация переменных.
dblA = ActiveSheet.Range("A").Value
dblB = ActiveSheet.Range("B").Value
dblDA = dblA / 10
dblDB = dblB / 10
```

```
dblStop = dblDA / 10000
dblRsqMax = ActiveSheet.Range("rsq").Value

'Цикл пока не будет достигнуто останавливающее значение.
Do While (dblDA > dblStop)
  'fTest is True if A or B have changed in an iteration.
  fTest = True
  Do While (fTest = True)
    fTest = False
    'Увеличиваем A и обновляем рабочий лист, проверяем, увеличилось ли значение r^2.
    dblA = dblA + dblDA
    ActiveSheet.Range("A").Value = dblA
    Calculate
    dblRsq = ActiveSheet.Range("rsq").Value
    If (dblRsq > dblRsqMax) Then
      'Если значение r^2 увеличилось, обновляем r^2max и устанавливаем флаг.
      dblRsqMax = dblRsq
      fTest = True
    Else
      'Если значение r^2 уменьшилось, пробуем уменьшить A снова проверяем.
      dblA = dblA - 2 * dblDA
      ActiveSheet.Range("A").Value = dblA
      Calculate
      dblRsq = ActiveSheet.Range("rsq").Value
      If (dblRsq > dblRsqMax) Then
        ' Если значение r^2 увеличилось, обновляем r^2max и устанавливаем флаг.
        dblRsqMax = dblRsq
        fTest = True
      Else
        ' Если значение r^2 уменьшилось, возвращаем A к исходному значению.
        dblA = dblA + dblDA
        ActiveSheet.Range("A").Value = dblA
        Calculate
      End If
    End If
    'Теперь повторяем то же самое для B.
    ' Увеличиваем B и обновляем рабочий лист, проверяем, увеличилось ли значение r^2.
    dblB = dblB + dblDB
    ActiveSheet.Range("B").Value = dblB
    Calculate
    dblRsq = ActiveSheet.Range("rsq").Value
    If (dblRsq > dblRsqMax) Then
      ' Если значение r^2 увеличилось, обновляем r^2max и устанавливаем флаг.
      dblRsqMax = dblRsq
      fTest = True
    Else
      'Если значение r^2 уменьшилось, пробуем уменьшить B снова проверяем.
      dblB = dblB - 2 * dblDB
      ActiveSheet.Range("B").Value = dblB
      Calculate
      dblRsq = ActiveSheet.Range("rsq").Value
      If (dblRsq > dblRsqMax) Then
```

```
        ' Если значение r^2 увеличилось, обновляем r^2max и устанавливаем флаг.
        dblRsqMax = dblRsq
        fTest = True
      Else
        ' Если значение r^2 уменьшилось, возвращаем В к исходному значению.
        dblB = dblB + dblDB
        ActiveSheet.Range("B").Value = dblB
        Calculate
      End If
    End If
  Loop
  'Попадаем сюда только, если ни А, ни В не изменились во время итерации.
  'Уменьшаем как Delta A так и Delta B в 10 раз.
  dblDA = dblDA / 10
  dblDB = dblDB / 10
Loop
End Sub
```

Вначале процедура копирует исходные значения **А** и **В** из рабочего листа и инициализирует некоторые другие переменные. Затем следует цикл, который выполняется до тех пор, пока значение изменения **А** (dblDA) не станет меньше останавливающего значения. Этот цикл определяет число десятичных знаков в решении. Затем сбрасывается флаг fTest и начинается цикл, который продолжается пока установлен флаг. **В** начале каждого прохождения цикла флаг сбрасывается и затем устанавливается, если какой-либо из коэффициентов изменился. Если ни один из коэффициентов не менялся, значит достигнуто максимальное значение r^2, цикл завершается. Внутри цикла, первый блок кода увеличивает значение А на DA, обновляет рабочий лист и проверяет изменение значения коэффициента детерминированности r^2. Если произошло увеличение r^2, новое значение сохраняется и устанавливается флаг fTest. Если произошло уменьшение r^2, значение А уменьшается на 2*dblDA и r^2 проверяется вновь. Если значение коэффициента детерминированности r^2 увеличилось, новое значение сохраняется и устанавливается флаг. Если увеличения не произошло, значение коэффициента А восстанавливается. Следующий блок кода производит те же действия для коэффициента В.

Этот цикл продолжается до тех пор, пока значение r^2 не может быть более увеличено путем изменения коэффициентов А и В. После этого величины dblDA и dblDB уменьшаются в 10 раз, dblDA сравнивается с останавливающим значением и, если условие остановки не выполнено, цикл начинается вновь. Если условие остановки достигнуто, процедура завершается.

Вычислите сечение ионизации еще раз с использованием вышеприведенной процедуры.

1. Создайте копию рабочего листа Рис. 6.11 и назовите ее Рис. 6.12.
2. Выберите команду меню Сервис ➤ Макрос ➤ Редактор Visual Basic.
3. В окне редактора Visual Basic выберите команду Вставка ➤ Модуль. Присвойте новому модулю имя Adjusters.

4. Введите текст процедуры AdjustIt.
5. Вернитесь в рабочий лист Рис. 6.12, активизируйте панель инструментов **Формы** с помощью команды **Вид ➤ Панели инструментов ➤ Формы**, щелкните на объекте Кнопка и нарисуйте кнопку на рабочем листе. Откроется диалоговое окно **Назначить макрос объекту**. Выберите макрос AdjustIt и щелкните на кнопке OK.
6. Измените имя кнопки на **Аппроксимировать данные**.
7. Закройте панель инструментов **Формы**.
8. Измените значение **A** в ячейке G3 на **0,5** и значение **B** в ячейке G4 на **500**.
9. Щелкните на кнопке **Аппроксимировать данные**.

   Значения **A** и **B** станут последовательно изменяться, пока не будет достигнуто решение, как показано на рис. 6.12.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Сечение ионизации гелия электронами							
2								Аппроксимировать данные
3	E (eV)	S (πa_0^2)	S расчетн			A.	0,4437	
4	150	0,419	0,419			B.	432,6	
5	175	0,408	0,406					
6	200	0,394	0,393			Среднее значение y <y>	0,263	
7	250	0,365	0,365			Степ. свободы	17	
8	300	0,337	0,339			Стд. ошибка оц. Y.	0,001817	
9	350	0,313	0,315			r^2	0,999586	
10	400	0,292	0,293					
11	450	0,272	0,274					
12	500	0,256	0,257					
13	550	0,240	0,242					
14	600	0,227	0,228					
15	650	0,216	0,216					
16	700	0,205	0,205					

рис. 6.6 / рис. 6.8 / рис. 6.9 / рис. 6.11 / рис. 6.12 / рис.

Рис. 6.12. Нелинейная аппроксимация с помощью процедуры Visual Basic

Просмотр таблиц и интерполяция

Часто данные невозможно описать никакой простой или относительно сложной функцией. В таком случае лучше всего использовать функции просмотра таблиц. Эти функции находят и интерполируют значения из таблиц для заданного значения *x*. Фактически происходит аппроксимация простой кривой небольшого количества точек в окрестности интересующей точки вместо использования сложной кривой для аппроксимации всего множества данных.

Просмотр таблиц выполняется с помощью функций ГПР, ВПР и ПОИСКПОЗ. Функции ГПР и ВПР производят поиск в одном столбце таблице и возвращают значение из другого столбца в том же ряду. Функция ПОИСКПОЗ также производит поиск в таблице, но возвращает положение ячейки, содержащей заданное значение.

Процесс интерполяции может быть задан в виде процедуры или с помощью функций рабочего листа. Различие в методах интерполяции заключается в уравнениях, используемых для оценки значений между за-

данными точками. Простейшим и наиболее часто используемым методом является линейная интерполяция. Еще проще использовать функции просмотра таблиц и принять интерполяционные значения, возвращенные ими. Во многих случаях такой подход окажется достаточным и сохранит вам много времени. Часто используются квадратичная и кубическая интерполяции, использующие три или четыре точки. Более сложными функциями являются сплайны и полиномы Чебышева. Более подробную информацию об этих методах интерполяции можно найти в книгах по численному анализу.

Использование линейной интерполяции

Линейная интерполяция заключается в простом соединении двух точек, расположенных по обе стороны интерполируемого интервала, прямой линией. Если точки расположены достаточно близко, линейная интерполяция дает достаточно хорошее приближение. Кроме того, такой метод намного проще реализовать по сравнению с другими, использующими более высокие порядки.

Формула линейной интерполяции в форме Лагранжа имеет вид

$$y = \frac{(x - x_2)}{(x_1 - x_2)} y_1 + \frac{(x - x_1)}{(x_2 - x_1)} y_2,$$

где x_1, x_2, y_1 и y_2 — заданные точки, а интерполируемое значение x расположено между x_1 и x_2.

Таблицы пара

Таблицы пара содержат данные о температуре, давлении, плотности, энтальпии и энтропии насыщенного пара, перегретого пара и воды, находящейся под давлением. Насыщенным паром называется смесь пара и воды при такой температуре и давлении, когда обе фазы находится в равновесии друг с другом. Линия насыщения разделяет график зависимости давления от температуры на две области, соответствующие пару или воде, как показано на рис. 6.13. Перегретый пар соответствует области над кривой насыщения со стороны более высоких температур. Вода, находящаяся под давлением, соответствует области над кривой насыщения со стороны более высокого давления.

Таблицы пара используются инженерами при разработке и эксплуатации устройств преобразования энергии, а также использующих пар в качестве рабочего тела. К таки устройствам относятся паровые двигатели, паровые турбины, паро- и водонагревательные системы, ядерные реакторы. Кроме того, таблицы пара используются учеными при изучении свойств пара и воды.

Например, ядерные реакторы используют в качестве теплоносителя воду, находящуюся под давлением. При уменьшении давления до линии

насыщения вода превращается в пар, после чего температура и давление изменяются вдоль линии насыщения до тех пор, пока либо давление не увеличится до такого уровня, что прекратится парообразование, либо вся вода перейдет в пар (что, естественно, может привести к "паровому" взрыву). К счастью, такой процесс является затухающим. При уменьшении давления энтальпия (называемая также тепловой функцией) тоже уменьшается, что приводит к увеличению температуры в реакторе (как и в любом другом котле), поскольку уменьшается отвод тепла от области нагрева. Возрастание температуры, в свою очередь, приводит к повышению давления и затуханию процесса.

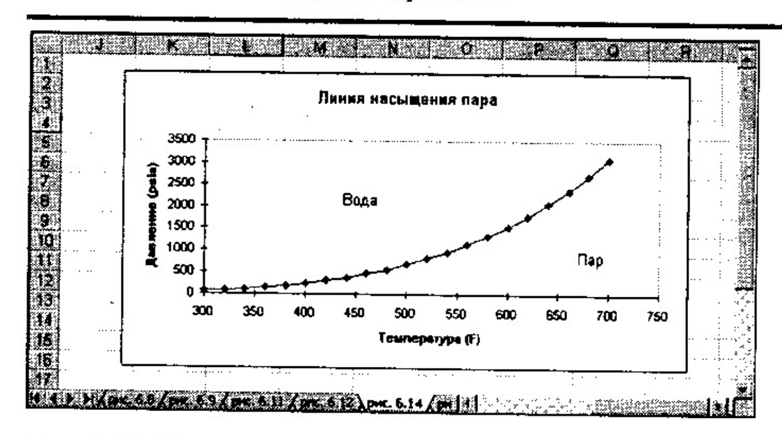


Рис. 6.13. Кривая зависимости давления от температуры для насыщенного пара (область над кривой соответствует чистой воде, под кривой — чистому пару; смесь пара и воды может существовать только на кривой)

В любом случае, закипание воды в реакторе является опасным явлением, поэтому инженерам и операторам необходимы знания о линии насыщения, чтобы разработка и эксплуатация реактора проходили в соответствии с требованиями норм безопасности. Типичный реактор работает при температуре порядка 600°F (около 316°C) и давлении 2250 psi (около 146 ат; psi — фунт на квадратный дюйм (pound per square inch), примерно равен 6,5 кПа или 0,065 ат), которые находятся достаточно далеко от линии насыщения.

В следующем примере мы создадим рабочий лист, который будет вычислять давление насыщенного пара при заданной температуре. При этом будут использоваться функции просмотра таблиц и метод линейной интерполяции. Данные для расчета приведены в табл. 6.3.

1. Создайте новый рабочий лист и назовите его Рис. 6.14.
2. В ячейку A1 введите **Насыщенный пар: линейная интерполяция**.
3. Установите ширину столбца B равной 10.
4. Введите следующие метки в ячейки A3 и B3:

   A3 **Темп. (F)** B3 **Давление (psi)**

Таблица 6.3. Давление и температура насыщенного пара

Температура (F)	Давление (psi)*
300	67
320	90
340	118
360	153
380	196
400	247
420	309
440	382
460	467
480	566
500	681
520	812
540	963
560	1133
580	1326
600	1543
620	1787
640	2060
660	2366
680	2709
700	3094

Теперь введите данные температуры и давления.

5. В ячейки A4:A24 введите значения от 300 до 700 с шагом 20.
6. В ячейки B4:B22 введите цифры давления из табл. 6.3.
7. Присвойте диапазону A4:A24 имя **Temperature** и диапазону B4:B24 имя **Pressure**.

Затем создайте таблицу для вычисления линейной интерполяции.

8. Введите следующие метки в указанные ячейки

D4	Температура	F4	Выходное давление
D5	Ввод	F5	Выч.
E3	Линейная интерполяция	G5	Истинное
E5	Индекс	H5	Ошибка

Введите несколько наугад выбранных значений температуры в столбец D для вычисления линейной интерполяции. Для сравнения с результатами вычислений, введите истинные значения давления в столбец G.

9. Введите следующие величины в ячейки D6:D11

D6	510	D9	622
D7	520	D10	538
D8	302	D11	456

Функция просмотра таблиц и уравнение интерполяции слишком велики, чтобы их можно было разместить в одной ячейке, поэтому поместите функцию просмотра таблицы в одну ячейку, а функцию интерполяции в другую. Для каждого значения температуры, функция ПОИСКПОЗ возвращает номер строки, содержащей наибольшую температуру, меньшую или равную указанной. Обратите внимание, что для правильной ра-

боты этой функции, значения температуры должны быть отсортированы. Первый аргумент функции ПОИСКПОЗ можно установить равным 0, в таком случае функция будет искать точное соответствие, и табличные данные могут быть неупорядоченными. Однако при применении метода интерполяции, данные обязательно должны быть отсортированы. Возвращенный номер строки используется в функции ИНДЕКС для доступа к значениям давления и температуры, используемым при вычислении интерполяционных значений в столбце F.

10. В ячейку E6 введите формулу

    =ПОИСКПОЗ(D6;Temperature)

    и скопируйте ее в ячейки E7:E11.
11. В ячейку F6 введите формулу

    =(D6-ИНДЕКС(Temperature;E6+1))*ИНДЕКС(Pressure;E6)
/(ИНДЕКС(Temperature;E6)-ИНДЕКС(Temperature;E6+1))
+(D6-ИНДЕКС(Temperature;E6))*ИНДЕКС(Pressure;E6+1)
/(ИНДЕКС(Temperature;E6+1)-ИНДЕКС(Temperature;E6))

    и скопируйте ее в ячейки F7:F11.
12. В ячейки G6:G11 введите следующие величины

G6	744	G9	1812.8
G7	812	G10	946.9
G8	69	G11	448.7

    Вычислите ошибку интерполирующих значений.
13. В ячейки H6:H11 введите формулу

    =(G6-F6)/G6

14. Измените формат ячеек H6:H11 на процентный, с тремя десятичными знаками.

    Ваш рабочий лист теперь должен выглядеть, как показано на рис. 6.14. Обратите внимание, что для всех шести тестовых значений максимальная ошибка составляет только 0,5%.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Насыщенный пар: линейная интерполяция								
2									
3	Темп. (F)	Давление (psia)			Линейная интерполяция				
4	300	67		Температура		Выходное давление			
5	320	90		Ввод	Index	Выч.	Истинное	Ошибка	
6	340	118		510	11	746,5	744	-0,336%	
7	360	153		520	12	812	812	0,000%	
8	380	196		302	1	69,3	69	-0,435%	
9	400	247		622	17	1814,3	1812,8	-0,083%	
10	420	309		538	12	947,9	946,9	-0,106%	
11	440	382		456	8	450	448,7	-0,290%	
12	460	467							
13	480	566							
14	500	681							
15	520	812							
16	540	963							
17	560	1133							

рис. 6.14

Рис. 6.14. Кривая насыщения пара: использование функций просмотра таблиц и линейной интерполяции



Предупреждение

Линейная интерполяция хорошо аппроксимирует гладкие функции. Однако следует помнить, что производные от линейно интерполированных функций не являются непрерывными, поскольку такие функции имеют излом в каждой заданной точке. Чаще всего это не представляет проблемы, однако, в моей практике был случай, когда разрывной характер производной приводил к явным структурным изменениям в результатах вычислений, использовавших линейную интерполяцию. Пока причина не была выяснена, создавалось впечатление, что обнаружен новый физический процесс. Если для ваших вычислений важна непрерывность производной, наилучшим (и более сложным в реализации) выбором будет интерполяция сплайнами.

Кубическая интерполяция

После линейной интерполяции следует квадратичная, а затем кубическая. Последняя является более точной, чем квадратичная, не только ввиду использования кривой более высокого порядка, но и что более важно, ввиду большей симметрии относительно интерполируемых точек. При кубической интерполяции четыре последовательных точки аппроксимируются кривой третьего порядка таким образом, что интерполируемая точка находится между двумя центральными. Формула кубической интерполяции в форме Лагранжа имеет вид:

$$y = \frac{(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)}y_1 + \frac{(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)(x_2-x_4)}y_2$$

$$+\frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_4)}y_3 + \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_4-x_1)(x_4-x_2)(x_4-x_3)}y$$

где x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3 и y_4 — последовательные значения x и y из таблицы. Для получения наилучшей оценки для y, интерполируемое значение x должно находиться между x_2 и x_3.

Для сравнения результатов кубической и линейной интерполяции, расположите таблицу кубической интерполяции на одном рабочем листе с линейной. Поскольку формула для кубической интерполяции сложнее, чем для линейной, для ее вычисления лучше создать отдельную функцию. Сначала создайте таблицу интерполяции с теми же значениями, что и в таблице линейной интерполяции.

1. Создайте копию рабочего листа Рис. 6.14 и назовите ее Рис. 6.15.
2. Измените метку в ячейке A1 на **Насыщенный пар: линейная и кубическая интерполяции**.
3. В ячейку E12 введите метку **Кубическая интерполяция**

4. Выделите ячейки D6:D11 и скопируете их в ячейки D13:D18.
5. Выделите ячейки G6:H11 и скопируете их в ячейки G13:H18.
6. В ячейку F13 введите формулу

   =CubicInterpolation(Temperature;Pressure;D13)

   и скопируйте ее в ячейки F13:F18.
7. Выберите команду меню Сервис ➤ Макрос ➤ Редактор Visual Basic. В окне редактора Visual Basic выберите команду Вставка ➤ Модуль. Присвойте новому модулю имя Interpolator.
8. Введите в окно модуля следующие процедуры:

```
Option Explicit
Option Base 1 'Make arrays start at 1
'
' Функция кубической интерполяции
'
Function CubicInterpolation(rngXArray As Variant, rngYArray As Variant, rngX As Variant) As
Double
Dim intIndex As Integer
Dim intI As Integer
Dim intJ As Integer
Dim dblProd As Double
' Находим положение интерполируемого значения.
For intIndex = 1 To UBound(rngXArray.Value)
   If (rngX < rngXArray(intIndex)) Then
      Exit For
   End If
Next intIndex
' Если от любого конца таблицы менее двух точек,
' устанавливаем индекс равным двум точкам.
If intIndex < 2 Then intIndex = 2
If intIndex > UBound(rngXArray.Value) - 2 Then intIndex = UBound(rngXArray.Value) - 2
' Обнуляем переменную суммирования.
CubicInterpolation = 0
' Этот цикл вычисляет слагаемые в формуле интерполяции в форме Лагранжа.
For intI = intIndex - 1 To intIndex + 2
   dblProd = 1
   For intJ = intIndex - 1 To intIndex + 2
      If (intI <> intJ) Then
         dblProd = dblProd * (rngX - rngXArray(intJ)) / (rngXArray(intI) - rngXArray(intJ))
      End If
   Next intJ
   CubicInterpolation = CubicInterpolation + dblProd * rngYArray(intI)
Next intI
End Function
'
' Эта процедура используется для запуска CubicInterpolation для тестирования.
'
Sub testit()
Dim scratch As Double
'scratch = CubicInterpolation(Array(10, 20, 30, 40, 50), Array(1, 2, 3, 4, 5), 2)
End Sub
```

Теперь ваш рабочий лист должен выглядеть, как показано на рис. 6.15. Если обновление ячеек не произошло, нажмите клавишу <F9> (<Cmd+=> на компьютерах Macintosh).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Насыщенный пар: линейная и кубическая интерполяции							
2								
3	Темп (F)	Давление (psia)			Линейная интерполяция			
4	300	67		Температура		Выходное давление		
5	320	90		Ввод	Index	Выч.	Истинное	Ошибка
6	340	118		510	11	746,5	744	-0,336%
7	360	153		520	12	812	812	0,000%
8	380	196		302	1	69,3	69	-0,435%
9	400	247		622	17	1814,3	1812,8	-0,083%
10	420	309		538	12	947,9	946,9	-0,106%
11	440	382		456	8	450	448,7	-0,290%
12	460	467			Кубическая интерполяция			
13	480	566		510		743,9375	744	0,008%
14	500	681		520		812	812	0,000%
15	520	812		302		69,132	69	-0,191%
16	540	963		622		1812,929	1812,8	-0,007%
17	560	1133		538		947,111	946,9	-0,022%
18	580	1326		456		448,944	448,7	-0,054%
19	600	1543						
20	620	1787						

рис. 6.9 / рис. 6.11 / рис. 6.12 / рис. 6.14 / рис. 6.15

Рис. 6.15. Линейная и кубическая интерполяции для кривой насыщения пара

Обратите внимание на уменьшение на порядок амплитуды ошибки по сравнению с линейной интерполяцией. В данном случае это улучшение может показаться не очень важным, поскольку предыдущие результаты тоже были достаточно точными. Однако для более нелинейных кривых такое улучшение может оказаться существенным. Кроме того, количество разрывов в производной при кубической интерполяции также намного ниже.

Использование весовых коэффициентов

Процесс присвоения весовых коэффициентов экспериментальным точкам выглядит довольно запутанным, если смотреть непосредственно на уравнения, его реализующие. На самом деле это просто способ указать, что какие-то точки имеют большую степень точности, чем другие. При аппроксимации взвешенного набора точек, кривая пройдет ближе к тем точкам, которые имеют больший вес.

Присвоение веса фактически соответствует добавлению дополнительных точек с тем же самым значением. В большинстве алгоритмов значения каждой точки умножаются на весовую функцию, а затем число точек умножается на такой же множитель. Присвоение весов такого типа является частью алгоритма решения, доступ к которому в Excel невозможен. Для присвоения веса точкам данных можно просто дублировать эти точки пропорционально степени точности или важности их значений. Мас-

штаб дублирования не имеет значения, только относительные веса. Например, если имеются две точки и одна из них измерена в два раза точнее другой, можно более точное значение указать дважды, или же ввести менее точное значение дважды, а более точное четыре раза, — результат будет один и тот же.

Резюме

В этой главе описываются способы аппроксимации данных. Простая линейная аппроксимация реализуется с помощью встроенных функций ЛИНЕЙН н ЛГРФПРИБЛ или с помощью надстройки Регрессия пакета Аналнз данных. В большинстве случаев даже нелинейные функции могут быть аппроксимированы таким образом путем предварительной замены переменных. Кроме того, функция ЛИНЕЙН используется для полиномиальной регрессии.

Если вы не планируете использовать данные на рабочем листе, можно воспользоваться свойством диаграмм создавать линии тренда. При этом достаточно указать тип аппроксимнрующей кривой, и она будет добавлена на диаграмму вместе с коэффициентом детерминированности.

Для аппроксимации более сложных функций нужно использовать пошаговый алгоритм подбора коэффициентов. Такой алгоритм может быть реализован как вручную, так и автоматически, с использованием надстройки поиск решения или программы Visual Basic.

Когда аппроксимация данных известной функцией затруднена или нежелательна, можно воспользоваться функциями просмотра таблиц и интерполяцией. Такой подход может быть реализован как с помощью функций рабочего листа, так и в виде функции Visual Basic.

Присвоение весов является процессом описания некоторых точек как более точных и, таким образом, аппроксимирующая кривая должна проходить к ним ближе, чем к другим точкам. Присвоение весов происходит дублированием более точных значений.

Дополнительная литература

Статистические методы и t-критерий

C. Lipson, N. J. Sheth, *Statistical Design and Analysis of Engineering Experiments* (New York: McGraw-Hill, 1973).

R. M. Bethea, B. S. Duran, T. L. Boullion, *Statistical Methods for Scientists and Engineers* (New York: Marcel Dekker, 1975).

Теплопроводность арсенидв галлия

Maycock, "Thermal Conductivity of Silicon, Germanium, III-V Compound and III-V Alloys", *Solid State Electronics 10* (1967): 161-168.

Сечения ионизации

D. Rapp, P. Englander-Golden, "Total Cross Sections for Ionization and Attachment by Electron Impact: I. Positive Ionization," *J. Chem. Physics 43, 5* (Sept. 1, 1965): 1464-1479.

Методы еппроксимации

C. Gerald, *Applied Numerical Analysis* (Reading, Mass: Addison-Wesley, 1978).
W. H. Press, et al., *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing* (Cambridge, Eng.: Cambridge University Press, 1986).

Теблицы пара

C. A. Meyer, *Thermodynamic and Transport Properties of Steam* (New York: American Society of Mechanical Engineers, 1967).

Обзорные задачи

1. Температурная зависимость энергетической зоны кремния приведена в следующей таблице.

Температура (K)	Ширина зоны (eV)	Температура (K)	Ширина зоны (eV)
0	1,16	400	1,09
50	1,16	450	1,07
100	1,15	500	1,05
150	1,15	550	1,03
200	1,14	600	1,01
250	1,13	650	0,99
300	1,12	700	0,97
350	1,10	750	0,95
		800	0,92

Используя линейную регрессию, аппроксимируйте эти данные прямой линией и постройте график.

2. Аппроксимируйте данные из задачи 1 с помощью полиномиальной регрессии второго порядка и постройте график.
3. Температурная зависимость энергетической зоны кремния подчиняется уравнению

$$E_g = E_{g0} - \frac{AT^2}{(T+B)},$$

где E_g — ширина зоны; T — температура в градусах Кельвина, E_{g0}, A и B — неизвестные константы. Это уравнение можно представить в виде полинома следующим образом:

$$\left[\frac{1}{E_{g0} - E_g}\right] = \frac{A}{B}\left[\frac{T}{E_{g0} - E_g}\right]^2 - \frac{1}{B}\left[\frac{T}{E_{g0} - E_g}\right],$$

E_{g0} равняется значению E_g при $T = 0$. Определите коэффициенты уравнения с помощью полиномиальной регрессии. Решение даст значения величин $1/A$ и $1/B$, из которых можно легко определить сами коэффициенты A и B. Постройте график.

4. Проведите подбор коэффициентов в примере из рис. 6.9 вручную. Для целых значений В от 430 до 438, определите максимальное значение r^2 подбором значений A. Постройте график зависимости r^2 от B. Три локальных максимума на этом графике вводят в заблуждение программы автоматического подбора, которые иаходят только один из них и не обязательно иаибольший.
5. Используя данные из задачи 1, напишите линейную функцию просмотра, интерполирующую значения E_g по заданной температуре T.
6. Выполните задачу 6 с помощью кубической интерполяции.
7. Аппроксимируйте зависимость давления пара от температуры, приведенную в табл. 6.3, прямой линией. Вычислите остаточную ошибку в каждой точке (разность между регрессионной кривой и исходными данным) и постройте график.
8. Аппроксимируйте зависимость давления пара от температуры, приведенную в табл. 6.3, с помощью полиномиальной регрессии. Попробуйте различные степени полиномов и постройте график. Вычислите и постройте график остаточной ошибки.
9. Вычислите значение сечения ионизации для электронов с энергией 524 eV с помощью данных, приведениых в табл. 6.2, и линейной интерполяции.
10. Выполните задачу 10 с помощью кубической интерполяции.

Упражнения

1. Постройте график с данными из задачи 1 и линией тренда. Попробуйте различные типы линий для определения наилучшей.
2. В следующей таблице содержатся даниые о величине прогиба консольной балки с грузом на коице в зависимости от расстояния от закрепленного конца. Аппроксимируйте данные с помощью формул линейной регрессии.

Расстояние (дюймы)	**Прогиб (дюймы)**	**Расстояние (дюймы)**	**Прогиб (дюймы)**
0	0,0000	84	0,9938
12	0,0245	96	1,2533
24	0,0951	108	1,5295
36	0,2077	120	1,8184
48	0,3581	132	2,1156
60	0,5420	144	1,4170
72	0,7553		

3. Аппроксимируйте данные из упражнения 2 с помощью полиномиальной регрессии. Не забудьте проверить, являются ли полученные коэффициенты значимыми.
4. Используя данные из упражнения 2 и описание балки, приведенное на рис. 2.15, аппроксимируйте даииые уравнением изгиба с помощью надстройки Поиск решения и определите вес груза на конце балки на основании вычислеииых коэффициентов.
5. Зависимость плотности собствениых носителей от температуры приведена в следующей таблице. Аппроксимируйте данные с помощью функции ЛГРФПРИБЛ. Соответствует ли полученный результат уравнениям, приведенным в главе 2? Аппроксимируйте данные с помощью полиномиальной регрессии. Соответствует ли этот результат уравнениям, приведенным в главе 2?

Температура (К)	Плотность собственных носителей (см-3)	Температура (К)	Плотность собственных носителей (см-3)
300	6,21E+09	600	2,26E+15
350	2,18E+11	650	6,44E+15
400	3,28E+12	700	1,60E+16
450	2,79E+13	750	3,54E+16
500	1,58E+14	800	7,18E+16
550	6,70E+14		

6. Аппроксимируйте данные из упражнения 5 с помощью кривой, приведенной в главе 2. Соответствуют ли вычисленные коэффициенты тем, что содержатся в главе 2?
7. В табл. 3.1 приведена температура различных участков перенапряженного кремниевого диода. Напишите функцию линейной интерполяции, определяющую температуру в заданной точке z при фиксированном значении y (т.е. выполняющую иитерполяцию вдоль одного из столбцов таблицы).
8. Выполните упражнение 7 с помощью метода кубической интерполяции.
9. Вновь используя табл. 3.1, напишите функцию двумерной линейной интерполяции, возвращающую температуру при произвольных значениях z и y. (Совет: проведите интерполяцию по двум столбцам по z и используйте эти два результата для интерполяции по y).
10. Напишите функцию Visual Basic, реализующую лииейный метод наименьших квадратов с весами. Введите данные и произвольную весовую функцию в отдельные диапазоны ячеек и вычислите коэффициенты прямой и значение r^2.

Глава 7

Суммирование рядов

В этой главе...

- ✓ **Нахождение рекуррентных соотношений**
- ✓ **Суммирование по ячейкам**
- ✓ **Метод итераций**
- ✓ **Нохождение решения с помощью процедуры**

Многие важные функции, используемые в научных и инженерных расчетах, представляются только в виде рядов. В особенности это касается дифференциальных уравнений — их решения зачастую невозможно представить в виде замкнутого выражения, только в виде ряда. Примерами рядов, являющихся решениями дифференциальиых уравнений, могут служить функции Бесселя, полиномы Лежандра и Лагерра.

Сумму ряда в Excel можно вычислить тремя способами: либо вычислить значение каждого члена ряда и затем сложить эти значения, либо создать итерационную формулу, вычисляющую за один проход значение одиого слагаемого и добавляющую его к решению либо написать функцию Visual Basic, вычисляющую сумму любого числа членов. Последиий метод является наиболее мощным.

Суммирование рядов в рабочем листе

Простейшим способом вычисления суммы ряда является расположение всех членов в соседних ячейках и их суммирование. Несмотря на то, что будет занята большая часть рабочего листа, такой способ является интуитивно понятным, поскольку позволяет увидеть значения всех слагаемых. Это позволяет почувствовать, как происходит суммирование, и оценить сходимость ряда.

Встроенная функция Excel РЯД.СУММ может суммировать только степенные ряды следующего вида:

$$ssum = a_1x^n + a_2x^{(n+m)} + a_3x^{(n+2m)} + \cdots$$

Для применения этой функции необходимо использовать массив, содержащий все коэффициенты a_i. Если же приходится создавать такой массив, то можно сразу включить в него степени x и вообще не использовать функцию РЯД.СУММ.

Для большинства рядов, используемых на практике, обычно существуют рекуррентные соотношения, связывающие между собой последовательные члены ряда. Зачастую такая связь состоит в существовании специального сомножителя, произведение которого с любым членом ряда дает следующий член. Использованне рекуррентных соотношений существенно уменьшает количество вычислений, особенно для рядов со степенями и факториалами.

Функции Бесселя

Функции Бесселя $J_n(x)$ являются решением дифференциального уравнения Бесселя:

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}+\left(x^2-n^2\right)y=0$$

при $y = J_n(x)$. Это уравнение встречается во многих фнзических задачах, например, при решении волнового уравнения в цилиндрических координатах. Для функций Бесселя существует также интегральное представление следующего вида:

$$J_n(x)=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\cos(nv-x\sin(v))dv$$

Хотя функции Бесселя определены для произвольных значений n, чаще всего встречаются функции целого порядка. Для целых значений n функция Бесселя представляется в виде ряда

$$J_n(x)=\sum_{s=0}^{\infty}\frac{(-1)^s}{s!(n+s)!}\left(\frac{x}{2}\right)^{n+2s}=\sum_{s=0}^{\infty}G_s(n,x)$$

Для нецелых значений n вместо факториала $(n + s)!$ подставляется гамма-функция Эйлера $\Gamma(n + s + 1)$.

Для нахождения величин $G_s(n,x)$, являющимися членами ряда для функции Бесселя целого порядка, можно воспользоваться следующими рекуррентными соотношениями:

$$G_s(n,x)=G_{s-1}(n,x)\frac{(-1)}{s(n+s)}\left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$G_0=\frac{x^n}{2^n n!}$$

При использовании рекуррентных соотношений, факториал вычисляется только один раз для первого слагаемого (G_0). Остальные члены ряда получаются просто путем умножения предыдущего члена на рекуррентный множитель.

В следующем примере вычисляются значения функции Бесселя целого порядка *n*. Суммирования первых десяти членов ряда оказывается достаточным для получения ошибки менее одного процента для значений *x*, не превышающих восьми. Кроме того, в Excel имеется встроенная функция БЕССЕЛЬ.J, также вычисляющая значения функций Бесселя. Она используется для проверки точности вычислений.

1. Откройте новый рабочий лист и назовите его Рис. 7.1.
2. Установите ширину столбца A равной 14.
3. В ячейке A1 введите название **Функция Бесселя; метод суммирования**.

   Теперь введите *n*, *n*! и *x*.
4. В ячейки A4, B2 и B3 введите метки **x**, **n** и **n!** соответственно и выровняйте их по правому краю.
5. Присвойте ячейкам C2, C3 и B4 имена **N**, **NF** и **X** соответственно.
6. В ячейку C3 введите формулу **=ФАКТР(N)**.

Добавьте встроенную функцию БЕССЕЛЬ.J. Обратите внимание, что со встроенными функциями используются только дискретные значения или ссылки на ячейки, использование поименованных диапазонов не допускается. Введите формулу, суммирующую все члены ряда.

7. В ячейку A5 введите метку **БЕССЕЛЬJ** и выровняйте ее по правому краю.
8. В ячейку B5 введите формулу

   =БЕССЕЛЬ.J(X;N)
9. В ячейку A6 введите метку **Jn(x)** и выровняйте ее по правому краю.
10. В ячейку B6 введите формулу **=СУММ(B8:B18)**.

Вычислите первые десять членов ряда, пронумеровав их переменной *s*. В ячейке B8 вычислите значение первого слагаемого (нулевой порядок), а значения остальных членов вычисляйте в ячейках B9:B18 с помощью рекуррентных соотношений.

11. В ячейку A7 введите метку **s** и выровняйте ее по правому краю.
12. В ячейку B7 введите метку **Члены** и выровняйте ее по правому краю.
13. В ячейку B8 введите формулу **=B4^N/(2^N*NF)**.
14. В ячейку B9 введите формулу **=B4^N/(2^N*NF)** и скопируйте ее в ячейки B10:B18.
15. В ячейку A8 введите **0**, в ячейку A9 введите **1**.
16. Выделите ячейки A8:A9 и перетащите маркер заполнения вниз до ячейки A18 для создания десяти значений *s*.
17. Измените формат ячеек B8:B18 на экспоненциальный, с двумя десятичными знаками.
18. Отключите отображение сетки.

Для использования листа введите какое-нибудь значение *x*, не превышающее 8 (например, 0,5) в ячейку B5 и значение *n* (например, 1) в ячейку C2. После обновления листа значение функции Бесселя будет отображено в ячейках B5 и B6. Обратите внимание на быстрое уменьше-

ние значений в ячейках B8:B18, означающее быструю сходимость ряда. Ваш рабочий лист должен выглядеть подобно приведенному на рис. 7.1.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Функция Бесселя; метод суммирования в рабочем листе							
2		n	1					
3		n!	1					
4	x	0,5						
5	БЕССЕЛЬJ	0,242268						
6	Jn(x)	0,242268						
7	s	Члены						
8	0	2,50E-01						
9	1	-7,81E-03						
10	2	8,14E-05						
11	3	-4,24E-07						
12	4	1,32E-09						
13	5	-2,76E-12						
14	6	4,11E-15						
15	7	-4,58E-18						
16	8	3,98E-21						
17	9	-2,76E-24						
18	10	1,57E-27						
19								

Заглавие / рис. 7.1 / рис. 7.2 / рис. 7.4 / рис. 7.5

Рис 7.1. Нахождение функции Бесселя с помощью метода суммирования в рабочем листе

Используя данный метод, можно вычислять функцию Бесселя для целого набора значений *x* одновременно. Обратите внимание, что ссылки на ячейки были сделаны абсолютными, поэтому формулы в ячейках B8:B18 можно скопировать направо без исправления.

1. Создайте копию рабочего листа **Рис. 7.1** и назовите новый лист Рис. 7.2.
2. Скопируйте ячейки B4:B18 в C4:AB18.
3. В ячейку B4 введите **0**, в ячейку C4 введите **0,3**.
4. Выделите ячейки B4:C4 и перетащите маркер заполнения вправо до ячейки AB4.
5. Присвойте диапазону ячеек B4:AB4 имя **X**.
6. Измените формулу в ячейке B5 на **=БЕССЕЛЬ.J(B4;N)** и скопируйте ее в ячейки B5:AB5.



Примечание

Изменение аргумента функции в данном случае является обязательным, поскольку встроенные функции не могут правильно воспринимать значения из поименованного диапазона. Если передать диапазон X, то функция воспримет его целиком, вместо одного значения из того же столбца, что приведет к ошибке.

Теперь ваш рабочий лист должен выглядеть так, как показано на рис. 7.2. Если обновления не произошло, нажмите на клавишу <F9> (или на клавишу <Cmd+=> при работе на Macintosh). Произойдет вычисление значений функции Бесселя при $n = 1$ и для значений x, меньших или

равных 7,8. На рис. 7.3 приведен график этой функции. Если нужно провести вычисления для больших значений x или увеличить для точность текущих значений, необходимо увеличить число слагаемых.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Функция Бесселя, метод суммирования в рабочем листе								
2		n	1						
3		n!	1						
4	x	0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	
5	БЕССЕЛЬJ	0	0,148319	0,286701	0,40595	0,498289	0,557937	0,581517	0,56E
6	Jn(x)	0	0,148319	0,286701	0,40595	0,498289	0,557937	0,581517	0,56E
7	s	Члены	Члены	Члены	Члены	Члены	Члены	Члены	Чл
8	0	0,00E+00	1,50E-01	3,00E-01	4,50E-01	6,00E-01	7,50E-01	9,00E-01	1,05E
9	1	0,00E+00	-1,69E-03	-1,35E-02	-4,56E-02	-1,08E-01	-2,11E-01	-3,65E-01	-5,79E
10	2	0,00E+00	6,33E-06	2,03E-04	1,54E-03	6,48E-03	1,98E-02	4,92E-02	1,06E
11	3	0,00E+00	-1,19E-08	-1,52E-06	-2,59E-05	-1,94E-04	-9,27E-04	-3,32E-03	-9,77E
12	4	0,00E+00	1,33E-11	6,83E-09	2,63E-07	3,50E-06	2,61E-05	1,35E-04	5,39E
13	5	0,00E+00	-1,00E-14	-2,05E-11	-1,77E-09	-4,20E-08	-4,89E-07	-3,63E-06	-1,98E
14	6	0,00E+00	5,36E-18	4,39E-14	8,55E-12	3,60E-10	6,56E-09	7,00E-08	5,20E
15	7	0,00E+00	-2,15E-21	-7,06E-17	-3,09E-14	-2,31E-12	-6,58E-11	-1,01E-09	-1,02E
16	8	0,00E+00	6,73E-25	8,83E-20	8,70E-17	1,16E-14	5,14E-13	1,14E-11	1,57E
17	9	0,00E+00	-1,68E-28	-8,83E-23	-1,96E-19	-4,63E-17	-3,21E-15	-1,03E-13	-1,92E
18	10	0,00E+00	3,44E-32	7,22E-26	3,60E-22	1,51E-19	1,64E-17	7,55E-16	1,92E
19									

Заглавие / рис. 7.1 / рис. 7.2 / рис. 7.4 / рис. 7.5

Рис. 7.2. Функция Бесселя для нескольких значений x

Метод итераций

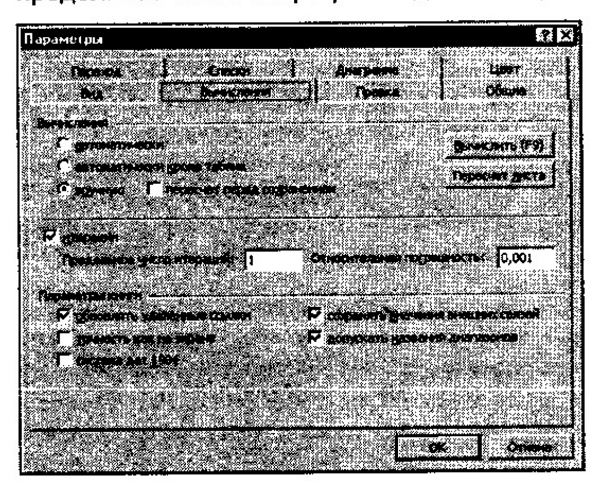
Вторым способом вычисления рядов является использование итерационных возможностей Excel. Формула в рабочем листе создается таким образом, что при каждом вычислении определяется следующий член ряда и прибавляется к общей сумме. Для этого необходимо отключить автоматический пересчет листа и включить режим итераций. Необходимо также добавить возможность сбрасывать начальное значение суммы и членов.



Рис. 7.3. График функции Бесселя J1(x)

В качестве примера вновь рассмотрим задачу нахождения функции Бесселя, но вместо перечисления членов ряда будем использовать итерационный метод.

1. Создайте копию рабочего листа Рис. 7.1 и назовите ее Рис. 7.4.
2. Выделите и удалите содержимое ячеек A10:B18.
3. Выделите ячейки A7:B9 и переместите их содержимое в ячейки A9:B11.
4. В ячейку A7 введите метку **Первый член** и выровняйте ее по правому краю.
5. В ячейку A8 введите метку **Инициализация** и выровняйте ее по правому краю.
6. В ячейку B7 введите формулу **=B4^N/(2^N*NF)**.
7. В ячейку B8 введите **ИСТИНА**.
8. Присвойте ячейкам B7 и B8 имена **Term0** и **INIT**.
9. Выберите команду меню Сервис ➤ Параметры и щелкните на вкладке Вычисления; установите переключатель вручную, сбросьте флажок пересчет перед сохранением, установите флажок итерации и в поле предельное число итераций введите **1**. Щелкните на кнопке OK.



10. В ячейку A10 введите **=A11**.
11. В ячейку A11 введите **=ЕСЛИ(INIT;0;A10+1)**.
12. В ячейку B10 введите **=B11**.
13. В ячейку B11 введите формулу
    =ЕСЛИ(INIT;Term0;B10*(-1)*X^2/(4*$A11*(N+$A11)))
14. В ячейку C9 введите **Суммирование**.
15. В ячейку C10 введите **=C11**.
16. В ячейку C11 введите **=ЕСЛИ(INIT;B7;C10+B11)**.
17. В ячейку B6 введите **=C11**.
18. Измените формат ячеек B5:B6 и C10:C11 на числовой, с двумя десятичными знаками.

Для использования этого листа необходимо ввести значения *x* и *n* и нажать клавишу <F9> (или комбинацию клавиш <Cmd+=> при работе на Macintosh) для инициализации листа. Затем изменить значение ячейки B8 на ЛОЖЬ и снова нажимать на клавишу <F9> для учета каждого последующего члена ряда. Номер члена отображается в ячейке A10, значение следующего члена, который будет прибавляться, — в ячейке B11 и текущее значение суммы ряда отображается в ячейках C11 и B6. На рис. 7.4 показан результат вычислений после четырнадцати итераций для *x* равного 8 и n равного 1.

Работа листа основана на трех циклических ссылках: между ячейками A10 и A11, B10 и B11 и C10 и C11. Формулы в ячейках A10:C10 хранят текущие значения, в то время как формулы в ячейках A10:C10 используют эти значения для вычисления следующих номера итерации, члена ряда и суммы рядя. Функция ЕСЛИ в ячейках A11:C11 инициализирует вычисления в случае, если значение INIT (B8) равно ИСТИНА.

Для вычисления значения функции Бесселя при других значения параметров, необходимо ввести новые значения x и n, заменить B8 на ИСТИНА, нажать на клавишу <F9>, заменить значение B8 на ЛОЖЬ и нажимать на <F9> до тех пор, пока не сойдется процесс суммирования.

Примечание

Увеличив значение поля **Предельное число итераций** диалогового окна **Параметры**, можно выполнять несколько итераций после одного нажатия на клавишу <F9>. Вычисления будут производиться или указанное число раз или пока изменения всех величин рабочего листа не станут меньше значения, указанного в поле **Относительная погрешность**. Будьте внимательны при использовании такого метода, относительная погрешность должна быть выбрана меньше любого значения по числу десятичных знаков, которые необходимо получить.

Использование функции Visual Basic для суммирования ряда

Для нахождения суммы ряда можно также создать функцию Visual Basic, выполняющую нужные вычисления. Алгоритм является таким же, какой используется в языках высокого уровня типа Fortran.

Полиномы Лежандра

Полиномы Лежандра $P_n(x)$ часто встречаются в задачах о движении в центральном поле в сферических координатах. Рассмотрим, например, электрический диполь, состоящий из зарядов $+q$ и $-q$, расположенных в точках $+a$ и $-a$. Потенциал (ϕ) такого диполя на больших расстояниях ($r > a$) описывается следующей формулой с полиномом Лежандра:

$$\Phi = \frac{2aq}{4\pi\varepsilon}\frac{P_1(\cos(\theta))}{r^2},$$

где ε — электрическая постоянная, а r и θ являются полярными координатами.

Полиномы Лежандра являются решениями дифференциального уравнения

$$\left(1-x^2\right)\frac{d^2y}{dx^2} - 2x\frac{d^2y}{dx^2} + n(n+1)y = 0$$

при $y = P_n(x)$. Явный вид полиномов Лежандра следующий

$$P_n(x) = \sum_{s=0}^{n/2} \frac{(-1)^s(2n-2s)!}{2^n s!(n-s)!(n-2s)!} x^{n-2s}$$

Поскольку $P_n(x)$ являются полиномами, то указанная сумма имеет конечное число слагаемых.

В следующем примере рассматривается создание функции Visual Basic, вычисляюшей указанную сумму. Факториалы, входящие в каждое слагаемое, подсчитываются независимо, без использования рекуррентных соотношений.

1. Создайте новый модуль и назовите его **Функции**.
2. Введите в созданный модуль следующий код:

```
Option Explicit
'
' Функция, вычисляющая полиномы Лежандра.
'
Function Legendre(dblX As Double, intN As Integer) As Variant
Dim intS As Integer 'The summation counter.

'Обнуляем переменную суммирования
Legendre = 0
'Цикл по количеству членов в сумме.
For intS = 0 To intN \ 2
   Legendre = Legendre + (((-1) ^ intS) * Fact(2 * intN - 2 * intS) * dblX ^ (intN - 2 * intS)) / (2 ^
intN * Fact(intS) * Fact(intN - intS) * Fact(intN - 2 * intS))
Next intS
End Function
'
' Функция, вычисляющая факториал аргумента.
'
Function Fact(intM As Integer) As Double
Dim intCtr As Integer

'Инициализация произведения.
Fact = 1
'Цикл по количеству сомножителей в факториале.
For intCtr = 1 To intM
   Fact = Fact * intCtr
```

```
Next intCtr
End Function

'
' Небольшая подпрограмма, используемая для тестирования
'
Sub test1()
Dim intN As Integer
Dim dblX As Double

'Тестируемые значения
intN = 3
dblX = 0.3
'Печать значений и результатов в окне отладки.
Debug.Print dblX, intN, Legendre(dblX, intN), 0.5 * (5 * dblX ^ 3 - 3 * dblX)
Stop
End Sub
```

В этом коде содержатся три процедуры: одна для вычисления полиномов Лежандра, вторая для вычисления факториала и третья для отладки. Процесс отладки необходим, поскольку сообщения об ошибках не отображаются на рабочем листе, если ошибка происходит в вызываемой функции. При этом просто возвращается код ошибки. Проводя тестирование в том же модуле, что и вызываемая функция, можно проследить любые синтаксические ошибки. Процедура тестирования записывает значения x, n, Legendre(x, n) и аналитическое значение для $n = 2$.

В данном случае ряд имеет конечное число членов, определяемое верхним пределом суммирования $n/2$. Таким образом, число слагаемых в сумме известно заранее. В случае бесконечных рядов это число необходимо определять из дополнительных соображений. Можно выбрать некоторое фиксированное значение, приводящее к достаточно точному результату для тех значений аргумента, которые вас интересуют, как это было сделано в случае функции Бесселя. Или же можно ввести в функцию логический критерий, наблюдающий за величиной слагаемых и останавливающий процесс суммирования, когда члены ряда становятся пренебрежимо малыми.

Теперь давайте создадим рабочий лист, вызывающий функцию для нескольких значений n и x. Для сравнения ниже приведен аналитический вид первых шести полиномов Лежандра:

$P_0(x) = 1$

$P_1(x) = x$

$P_2(x) = (1/2)(3x^2 - 1)$

$P_3(x) = (1/2)(5x^3 - 3x)$

$P_4(x) = (1/8)(35x^4 - 30x^2 + 3)$

$P_5(x) = (1/8)(63x^5 - 70x^3 + 15x)$

Вычислим значения этих полиномов и сравним их с результатами функции Visual Basic.

Введите несколько значений *x* и *n*.

1. Создайте новый рабочий лист и назовите его рис. 7.5.
2. В ячейку A1 введите название **Полиномы Лежандра; функция Visual Basic**.
3. В ячейки A3 и A4 введите *n* и *x* соответственно и выровняйте их по правому краю.



Примечание

Ячейкам **A3** и **A4** можно было бы присвоить имена **n** и **x**, но если сделать это обычным методом, то они заменят соответствующие имена, присвоенные на других листах. Чтобы этого не произошло, нужно присвоить локальное имя, действительное только для данного листа Для присвоения локального имени выберите команду **Вставка ➤ Имя ➤ Присвоить** и в поле **Имя** появившегося диалогового окна введите имя рабочего листа, затем восклицательный знак, затем локальное имя ячейки. Такое имя действительно только в пределах указанного рабочего листа.

4. В ячейки B3:G3 введите целые числа от 0 до 5.
5. В ячейку B4 введите **0,3** и скопируйте ее в ячейки C4:G4.

Создайте вызов функции Visual Basic. Простейший способ сделать это без ошибок заключается в использовании мастера и выборе необходимой функции в категории Определенные пользователем. После этого введите аналитическое решение, указанное ранее.

6. В ячейку A5 введите метку **Pn(x)** и выровняйте ее по правому краю.
7. В ячейку B5 введите (или вставьте с помошью Мастера Функций) формулу **=Legendre(B4;B3)** и скопируйте ее в ячейки C5:G5.
8. В ячейку A6 введите метку **Аналитически**, выровняйте ее по правому краю и установите ширину столбца равной 14.
9. Введите следующие формулы в ячейки B6:G6

B6	=1	E6	=0,5*(5*E4^3-3*E4)
C6	=C4	F6	=0,125*(35*F4^4-30*F4^2+3)
D6	=0,5*(3*D4^2-1)	G6	=0,125*(63*G4^5-70*G4^3+15*G4)

Как видно из рис. 7.5, аналитические значения и значения, полученные с помощью функции Visual Basic, совпадают. Теперь создайте таблицу, показанную в нижней части рисунка и отобразите результаты на диаграмме.

1. В ячейку A8 введите **0**, в ячейку A9 введите **0,3**.
2. Выделите ячейки A8:A9 и перетащите маркер заполнения до ячейки A30.

Затем измените значение *x* на малое число, большее нуля, поскольку функция не определена при $x = 0$, и вызов функции в ячейки таблицы.

3. Измените значение ячейки A8 на **0,001**.
4. В ячейку B8 введите **=Legendre($A8;B$3)**.
5. Скопируйте ячейку B8 в ячейки B8:G30. Для этого вначале скопируйте вниз до ячейки B30, а затем вправо до столбца G.

6. Поскольку режим вычислений по-прежнему установлен Ручной, нажмите на клавишу <F9> (или на клавишу <Cmd+=> при работе на Macintosh) для пересчета листа.

Теперь рабочий лист должен выглядеть аналогично показанному на рис. 7.5. Если построить диаграмму полученных значений, она будет выглядеть как показано на рис. 7.6.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Полиномы Лежандра; функция Visual Basic						
2							
3	x	0	1	2	3	4	5
4	n	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
5	Pn(x)	1	0,3	-0,365	-0,3825	0,072938	0,345386
6	Аналитически	1	0,3	-0,365	-0,3825	0,072938	0,345386
7							
8	0,001	1	0,001	-0,5	-0,0015	0,374996	0,001875
9	0,3	1	0,3	-0,365	-0,3825	0,072938	0,345386
10	0,6	1	0,6	0,04	-0,36	-0,408	-0,15264
11	0,9	1	0,9	0,715	0,4725	0,207938	-0,04114
12	1,2	1	1,2	1,66	2,52	4,047	6,72552
13	1,5	1	1,5	2,875	6,1875	14,08594	33,08203
14	1,8	1	1,8	4,36	11,88	34,152	101,1485
15	2,1	1	2,1	6,115	20,0025	68,92294	244,5267
16	2,4	1	2,4	8,14	30,96	123,927	510,5966

Заглавие / рис. 7.1 / рис. 7.2 / рис. 7.4 / рис. 7.5

Рис. 7.5. Значения полиномов Лежандра, вычисленные с помощью функции Visual Basic

✓ Совет

Линии в нижней части диаграммы накладываются друг на друга, что затрудняет выделение отдельных составляющих. Для быстрого выбора линии щелкните на какой-либо из них и используйте клавиши перемещения курсора для перехода между линиями.

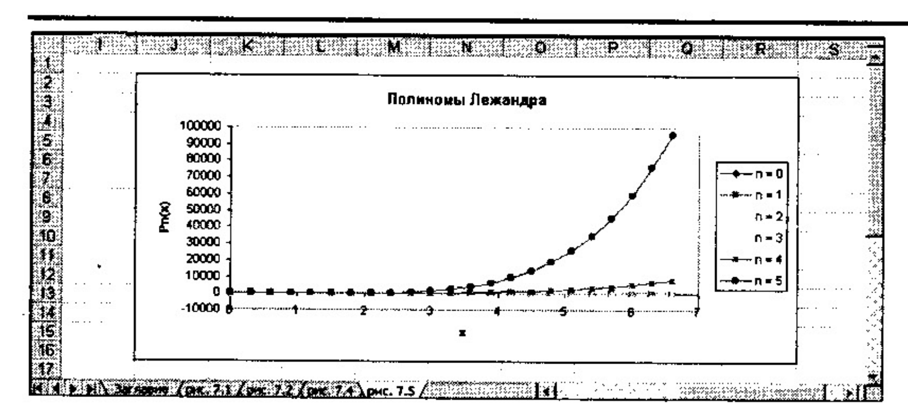


Рис. 7.6. Полиномы Лежандра первых шести порядков

Резюме

В этой главе мы познакомились с тремя методами суммирования рядов. Простейший способ заключается в том, чтобы вычислить члены ряда в отдельных ячейках, а затем сложить их вместе. Второй метод основан на создании итерационной функции, которая добавляет новое слагаемое к результату при каждом пересчете листа. Наиболее удобным является третий способ, заключающийся в создании функции Visual Basic, вычисляющей сумму ряда из произвольного числа количество членов. Такая функция не занимает много места и для изменения числа учитываемых членов достаточно изменить значение одной переменной. К сожалению, метод не обладает интуитивной ясностью, поскольку не показывает отдельные слагаемые.

Дополнительная литература

Функции Бесселя и полиномы Лежандра

G. Arfken, *Mathematical Methods for Physicists* Orlando, Fla.: Academic Press, 1970, стр. 438, 537.

Обзорные задачи

1. Квадратная волна может быть описана следующим рядом Фурье

$$f(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\ldots}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right),$$

где L — половина периода волны. Найдите сумму ряда методом суммирования и постройте график для значений x, удовлетворяющих условию $0 \le x \le 2L$ и $L = 1$. Используйте достаточное количество точек x для аккуратного представления квадратной волны.

2. Пилообразная функция может быть представлена следующим рядом Фурье

$$f(x) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

Напишите функцию Visual Basic и создайте рабочий лист, вычисляющие $f(x)$ для значений x, которые удовлетворяют условию $0 \le x \le 2L$ и $L = 3$. Постройте график функции.

3. Натуральный логарифм в интервале от 0 до 2 имеет следующее представление в виде ряда

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^n}{n}$$

Используйте метод итераций для нахождения суммы этого ряда вычислите значение ln(1,7).

4. Вычислите косинус 2,85 радиан с помощью метода суммирования и следующей формулы

$$\cos(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}(-1)^n}{(2n)!}$$

Сравните результаты с выражением =COS(2,85), использующим встроенную функцию косинуса.

5. Арккосинус вычисляется с помощью ряда

$$\arccos(x) = \frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{1}{2 \cdot 3} x^3 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 5} x^5 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} x^7 + \ldots \right)$$

Напишите функцию Visual Basic для вычисления значений арккосинуса и найдите с ее помощью арккосинус 0,85.

6. Следующий ряд Фурье представляет положительный квадратный импульс ширины c при $x = L/4$ и отрицательный квадратный импульс ширины c при $x = 7L/4$

$$f(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{n\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{n\pi c}{2L}\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

Пусть $L = 2$ и $c = 0,25$. Вычислите и постройте график $f(x)$ для $0 \le x \le 2L$.

7. Полиномы Чебышева $T_n(x)$ и $U_n(x)$ задаются следующими рядами

$$T_n(x) = x^n - \binom{n}{2} x^{n-2}\left(1 - x^2\right) + \binom{n}{4} x^{n-4}\left(1 - x^2\right)^2 - \binom{n}{6} x^{n-6}\left(1 - x^2\right)^6 + \ldots$$

$$U_n(x) = \binom{n+1}{1} x^n - \binom{n+1}{3} x^{n-2}\left(1 - x^2\right) + \binom{n+1}{5} x^{n-4}\left(1 - x^2\right)^2 + \ldots,$$

где

$$\binom{p}{n} = \frac{p(p-1)(p-2)\ldots(p-n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots n} = \frac{p!}{(p-n)!\,n!}, \quad p > n-1$$

$$\binom{p}{n} = 0, \quad p < n$$

Вычислите $T_3(5)$ и $U_3(5)$ и сравните результат с точным выражением

$$T_3(x) = 4x^3 - 3x, \qquad U_3(x) = 8x^3 - 4x$$

8. Полиномы Эрмита $H_n(x)$ определяются следующим образом

$$H_n(x) = 2^n x^n - 2^{n-1}\binom{n}{2}x^{n-2} + 2^{n-2}1\cdot 3\binom{n}{4}x^{n-4} - 2^{n-3}1\cdot 3\cdot 5\binom{n}{6}x^{n-6} + \ldots$$

Вычислите $H_4(7)$ и сравните результат с точным выражением

$$H_4(x) = 16x^4 - 48x^2 + 12$$

9. Полиномы Лагерра $L^a_n(x)$ определяются следующим образом

$$L^a_n(x) = \sum_{m=0}^{n}(-1)^m\binom{n+a}{n-m}\frac{x^m}{m!}$$

Вычислите $L^0_2(2,3)$.

10. Полиномы Бернулли $B_n(x)$ для $0 \le x \le 2L$ определяются следующим образом

$$B_{2n}(x) = \frac{(-1)^{n-1}2(2n)!}{(2\pi)^{2n}}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\cos(2k\pi x)}{k^{2n}}$$

Вычислите $B_4(13)$ и сравните результат с точным выражеиием

$$B_4(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - 1/30$$

Упражнения

1. Напишите функцию Visual Basic, вычисляющую ряд Фурье для квадратной волны из задачи 1. Вычислите несколько значений и постройте график.
2. Выполните задачу 2 с помощью метода итераций.
3. Экспонента имеет следующее разложение в ряд

$$Exp(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$$

Вычислите значеиие экспоненты от 3,7 с помощью метода суммирования. Сравиите результат со зиачеиием формулы =EXP(3,7).

4. Выполните упражнеиие 3 с помошью метода итераций.
5. Полиномы Якоби задаются следуюшим уравнеиием

$$P_n^{(\alpha,\beta)}(x) = \frac{1}{2^n}\sum_{m=0}^{n}\binom{n+\alpha}{m}\binom{n+\beta}{n-m}(x-1)^{n-m}(x+1)^m$$

Вычислите и постройте иабор кривых для значений x в интервале от 0 до 6 при $n = 0, 1, 2, 3, 4$ и $\alpha = 2$, $\beta = 3$. Используйте метод суммирования.

6. Выполиите упражнение 5 с помощью функции Visual Basic для вычисления зиачений полиномов Якоби.
7. Для $z^2 < 1$ справедливо следующее равенство

$$\frac{1}{1-z}=\sum_{n=0}^{\infty}z^n$$

Убедитесь в справедливости равенства, вычислив обе части уравнения для нескольких значений z из интервала от -1 до 1 и сравнив результаты. Для нахождения значения ряда используйте метод суммирования.

8. Следующее равенство справедливо при любых значениях a

$$a^x=1+x\ln(a)+\frac{(xLn(a))^2}{2!}+\frac{(xLn(a))^3}{3!}+\cdots$$

Убедитесь в справедливости равенства, вычислив обе части уравнения для нескольких значений a и сравнив результаты. Для нахождения значения ряда используйте метод итераций.

9. При $x^2 < \pi^2/4$ тангенс x вычисляется с помощью следующей формулы

$$Tan(x)=x+\frac{x^3}{3}+\frac{2x^5}{15}+\frac{17x^7}{315}+\frac{62x^9}{2835}+\dots+\frac{2^{2n}\left(2^{2n}-1\right)|B_{2n}|x^{2n-1}}{(2n)!}+\cdots$$

где B_n — числа Бернулли, равные значению полиномов Бернулли при $x = 0$ (см. упражнение 10). С помощью метода суммирования вычислите тангенс 0,8 радиан.

10. Выполните последнее упражнение еще раз с помощью функции Visual Basic.

Глава 8

Интегрирование и дифференцирование

В этой главе...

- ✓ **Разностные формулы численного дифференцирования**
- ✓ **Интегрирование по правилу прямоугольников**
- ✓ **Интегрирование по правилу трапеций**
- ✓ **Интегрирование по Ромбергу**
- ✓ **Интегрирование по правилу Симпсона**
- ✓ **Квадратура Гаусса**

Интегрирование и дифференцирование обычно выполняются над аналитическими выражениями, однако, если функция задана в виде множества точек или интеграл функции не существует или является очень сложным, приходится прибегать к численным методам интегрирования и дифференцирования.

С помощью Excel можно численно находить производные и интегралы. Хотя приемы, описанные в этой главе, обычно используются в иебольших компьютерных программах, они легко могут быть реализованы непосредственно на рабочем листе. В таком случае можно также наблюдать промежуточные результаты вычислений, что часто бывает поучительным (или пугающим).

Численное дифференцироввние

Численное дифференцирование выполняется с помощью разностных формул. Центральные разностные формулы являются наиболее точными и наиболее часто используемыми. Левые и правые разности используются в специальных случаях.

Типы разностных формул

Левая, правая и центральная разностные формулы являются оценками значения производной, основанными на различных множествах точек. Левая разностная формула использует те точки, которые находятся левее исследуемой, правая разностная формула использует те точки, которые находятся правее, а центральная разностная формула основывается на равном числе точек по обе стороны от исследуемой.

Левые и правые разности используются на границах интервала дифференцирования, где невозможно применение центральной формулы, требующей равного количества точек с каждой стороны. На границах же точки находятся только с одной стороны — внутри интервала, что и делает невозможным использование центральной разностиой формулы. Левые и правые разностные формулы часто дают более точные результаты в тех случаях, когда кривая имеет резкие изломы, поскольку уменьшают влияние на производную точек с другой стороны. В таких случаях, при приближении к точке излома используется левая разность, а при удалении от нее — правая.

Уравнения для вычисления первой производной одинаково для всех трех случаев. Различие заключается только в значеиии x, для которого вычисляется производная. Разностная формула для вычисления первой производной имеет вид

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y_2 - y_1}{h}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y_2 - y_1}{h},$$

где $h = x_1 - x_0 = x_0 - x_{-1}$ расстояние между точками, а (x_{-1}, y_{-1}), (x_0, y_0) и (x_1, y_1) являются парами данных последовательных точек. Тип вычислеиной разиости зависит от точки, производной в которой приписывается полученной значение.

- Если это уравнение является приближением для значения производной в точке x_1, тогда это левая разность.
- Если это уравнеиие является приближеиием для значеиия производиой в точке x_{-1}, тогда это правая разность.
- Если это уравнеиие является приближеиием для зиачения производной в точке x_0, тогда это цеитральная разность.

Ниже приведены разностные формулы для производных иескольких первых порядков и связанный с иими порядок ошибки ($O(h^n)$). Все формулы вычисляют производную в точке x_0. Ошибка формулы пропорциоиальна n-ой степени расстояния между точками h. Таким образом можно оценить точиость вычислений. Чем больше степень h, тем точнее формула.

Производная в точке x_0	Ошибка	Тип разности
$\frac{dy}{dx} = \frac{y_1 - y_0}{h}$	O(h)	правая
$\frac{dy}{dx} = \frac{y_0 - y_{-1}}{h}$	O(h)	левая
$\frac{dy}{dx} = \frac{y_1 - y_{-1}}{2h}$	O(h^2)	центральная

Производная в точке x_0	Ошибка	Тип разности
$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{y_2-2y_1+y_0}{h^2}$	O(h)	правая
$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{y_0-2y_{-1}+y_{-2}}{h^2}$	O(h)	левая
$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{y_1-2y_0+y_{-1}}{h^2}$	O(h^2)	центральная
$\frac{d^3y}{dx^3}=\frac{y_3-3y_2+3y_1-y_0}{h^3}$	O(h)	правая
$\frac{d^3y}{dx^3}=\frac{y_0-3y_{-1}+3y_{-2}-y_{-3}}{h^3}$	O(h)	левая
$\frac{d^3y}{dx^3}=\frac{y_2-2y_1+2y_{-1}-y_{-2}}{2h^3}$	O(h^2)	центральная

Ошибки разностных формул

Разностные формулы имеют два типа ошибок: ошибки отбрасывания и ошибки округления. Порядки ошибок, приведенные в таблице, относятся к ошибкам отбрасывания. Такие ошибки появляются в результате того, что значение производной вычисляется на основании значений функции в нескольких точках, а не непрерывного множества значений. Поскольку ошибки отбрасывания пропорциональны расстоянию между точками (*h*), то может показаться, будто уменьшение этого расстояния уменьшит ошибку. Однако это справедливо только до тех пор, пока ошибка округления ие становится существенной.

Ошибка округлеиия возникает из того факта, что компьютер хранит числа с фиксированным числом знаков. При вычитании двух почти равных чисел, разность может быть очень малой, поэтому иеобходимо проверять, что результат является значимым. Для этого нужно разделить разиость иа одно из исходных чисел и сравнить результат с точностью компьютера. Если полученное число равно или меиьше точности компьютера, его необходимо отбросить, поскольку использоваиие таких чисел приведет к бессмысленным результатам. Например, если два числа, примерно равиые единице, вычитаются друг из друга, и разность имеет порядок 1 x 10^{-14} на компьютере, проводяшем вычисления с точностью до 14 знаков, такая разность должна считаться равной нулю. Таким образом, ошибка округления возрастает с умеиьшеиием *h*, *одновременно с уменьшением ошибки отбрасывания.* Это озиачает, что необходимо находить "золотую середиину" между уменьшением *h* для умеиьшения ошибки отбрасывания и увеличеиием *h* для уменьшения ошибки округления. Суммарная ошибка достигает минимума при каком-то оптимальном, отличном от нуля, значении *h*.

Использование разностных формул в рабочем листе

Разностные формулы, приведенные выше, являются достаточно простыми, поэтому наилучшим способом их использование является реализация непосредственно в рабочем листе, а не написание функции Visual Basic. Таким способом можно контролировать значения разностей, чтобы определить рост ошибки отбрасывания.

Свободное падение

Классической лабораторной работой первокурсников, связанной с движением с постоянным ускорением, является свободное падение тел. Для этого металлическому грузу позволяют упасть вдоль полоски вощеной бумаги. Во время падения на груз и металлическую проволоку, находящуюся позади бумаги, подается высоковольтное переменное напряжение. Каждые полпериода происходит искровой разряд между проволокой и грузом. Искра прожигает в бумаге отверстие, отмечая таким образом положение груза в момент разряда. Зная частоту напряжения и положение отверстий на полоске бумаги, можно вычислить скорость груза.

Ниже приведены данные из такого эксперимента по свободному падению. Искры генерировались каждые 60 секунд. Для определения скорости необходимо вычислить первую производную, а для определения ускорения свободного падения, вызванного притяжением Земли, необходимо вычислить вторую производную.

Данные числа показывают расстояния до отверстий от произвольной точки (в сантиметрах):

0,00	7,55	19,50	35,77
1,55	10,20	23,15	40,55
3,25	13,05	27,05	45,55
5,30	16,15	31,30	50,80

Введите несколько названий и время между генерациями искр.

1. Создайте новый рабочий лист и назовите его рис. 8.1.
2. В ячейку A1 введите название листа **Свободное падение.**
3. В ячейку C1 введите метку **ΔT=** и выровняйте ее по правому краю.

Примечание

Для ввода символа Δ необходимо набрвть заглавную букву **D** из шрифта Symbol.

4. В ячейку B1 введите **=1/60** и присвойте ячейке имя **DT**.
5. В ячейку E1 введите метку **c**.
   Введите названия столбцов.
6. В ячейки A3:D3 введите метки **t**, **x**, **dx/dt**, **d2x/dt2** и выровняйте их по правому краю.

7. В ячейки A4:D4 введите метки **(c)**, **(см)**, **(см/с)**, **(см/с2)** и выровняйте их по правому краю.

Вычислите время в столбце A. Обратите внимание, что нулевое время, указанное в таблице, не предполагает нулевой скорости в этот момент. Несколько первых отверстий были недостаточно четкими и потому не попали в таблицу. Данные о положении падающего груза вводятся в столбец B.

8. Введите **0** в ячейку A5.
9. В ячейку A6 введите формулу **=A5+DT** и скопируйте ее в ячейки A7:A20.
10. В ячейки B5:B20 введите данные свободного падения тел, перечисленные выше.

В столбце C вычислите первую производную с помощью центральной разностной формулы для середины интервалов между точками. В столбце D вычислите вторую производную с помощью центральной разностной формулы для каждой точки и усредните полученные значения.

Примечание

Вместо вычисления второй производной для определения ускорения можно было бы вычислить первую производную скорости. Результат был бы тем же.

11. В ячейку C5 введите формулу **=(B6-B5)/DT** и скопируйте ее в ячейки C6:C19.
12. В ячейку D6 введите формулу **=(B7-2*B6+B5)/(DT^2)** и скопируйте ее в ячейки D6:D19.
13. В ячейку C2 введите метку **Среднее=** и выровняйте ее по правому краю.
14. В ячейку D2 введите формулу **=СРЗНАЧ(D6:D19)**.
15. В ячейку E2 введите метку **см/с2**.
16. Измените формат ячеек B5:D20 на числовой с двумя знаками после запятой и формат ячеек A5:A20 на числовой с тремя знаками после запятой.
17. Отключите отображение линий сетки.

Теперь рабочий лист должен выглядеть, как показано на рис. 8.1, только без результатов регрессии в ячейках F5:G5 (которые мы сейчас добавим). Столбец C содержит скорость груза, график которой представлен на рис. 8.2. Как и ожидалось, это гладкая кривая движения с постоянным ускорением.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Свободное падение		ΔT =	0,016667 с			
2			Среднее =	951,4286 см/с²			
3	t	x	dx/dt	d²x/dt²			
4	(с)	(см)	(см/с)	(см/с²)			
5	0,0000	0,00	93,00			Результаты регрессии	
6	0,0167	1,55	102,00	540,00		Сдвиг	89,65
7	0,0333	3,25	123,00	1260,00		Стд. ошибка	1,326619
8	0,0500	5,30	135,00	720,00		Наклон	973,2857
9	0,0667	7,55	159,00	1440,00		СтдОшибка	9,676316
10	0,0833	10,20	171,00	720,00		r²	0,998717
11	0,1000	13,05	186,00	900,00		F	10117,21
12	0,1167	16,15	201,00	900,00		СС-Рег	73677,73
13	0,1333	19,50	219,00	1080,00		СС-Ост.	94,67143
14	0,1500	23,15	234,00	900,00		Стд. ош. оценки	2,698595
15	0,1667	27,05	255,00	1260,00		Степ. свободы	13
16	0,1833	31,30	267,00	720,00			
17	0,2000	35,75	288,00	1260,00			
18	0,2167	40,55	300,00	720,00			

Рис. 8.1. Равноускоренное движение: численное дифференцирование

Поскольку объект падает свободно, ускорение в столбце D должно быть постоянным и равным ускорению свободного падения (980 см/с²). Как видно из рабочего листа и рис. 8.3, существует большой разброс вычисленных значений ускорения, но их среднее имеет вполне подходящую величину (951,43 см/с²).

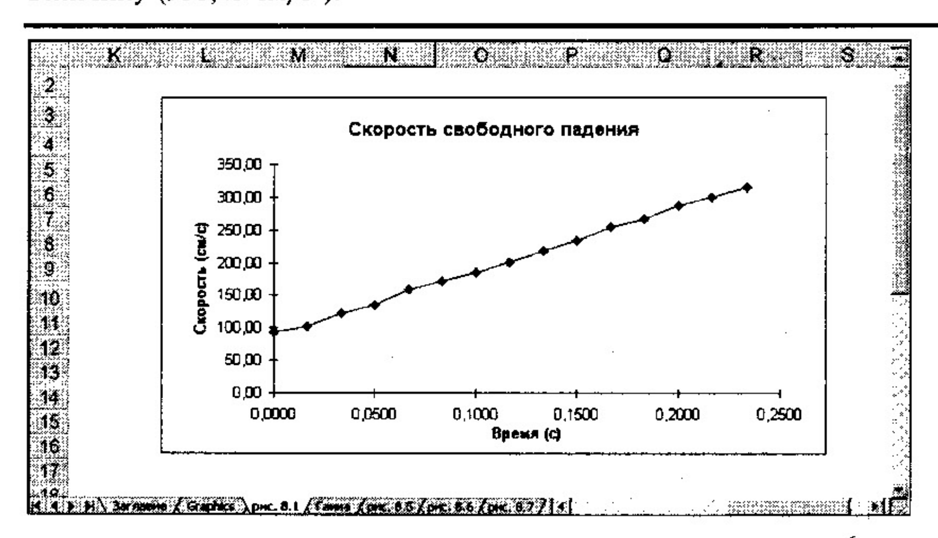


Рис. 8.2. Равноускоренное движение: скорость свободно падающего объекта

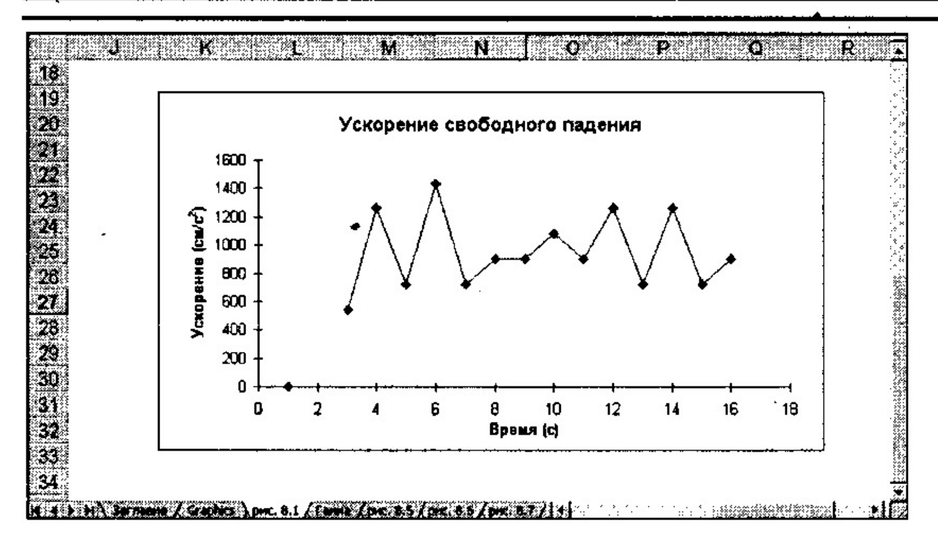


Рис. 8.3. Равноускоренное движение: ускорение свободно падающего объекта

Предупреждение

Вычисление среднего от разностных формул может привести к неожиданным результатам. Если подставить разностные формулы в выражение для среднего, то результат будет вычисляться только по двум первым и двум последним точкам, полностью игнорируя все остальные.

При вычислении ускорения, при каждом вычитании случайная погрешность становится все больше. Это связано с тем, что исходные данные сами содержат случайную погрешность. При вычитании двух примерно равных величин, результат является малой величиной, однако величина погрешности остается неизменной ввиду ее случайного характера. Например, если x_1 содержит погрешность Δx и значение x_2 примерно равно значению x_1, то разность между этими двумя числами равна

$$(x_1 + \Delta x) - x_2 = (x_1 - x_2) + \Delta x$$

Результат является малой величиной x_2 - x_1, содержащей ту же случайную погрешность, что и исходные числа. У вас может возникнуть вопрос, не получится ли так, что оба числа содержат одинаковую погрешность, которая при вычитании полностью исчезнет? Да, такое может происходить, но для случайных погрешностей существует такая же вероятность, что обе погрешности будут иметь разные знаки и в результате суммарная погрешность будет в два раза больше. Таким образом, после вычитания получаются меньшие величины при том же значении случайной погрешности, что означает увеличение относительной погрешности.

При нахождении второй производной вычитаются разности, что увеличивает относительную погрешность еще больше.



Примечание

Если известно, что погрешность экспериментальных данных одного знака и величины, такая погрешность является систематической, а не случайной. Вычитание существенно уменьшает систематическую погрешность.

Обычно, перед вычислением производных, экспериментальные данные сглаживают, то есть аппроксимируют какой-либо известной кривой, и вычисляют производную уже от этой кривой. При таком подходе следует быть внимательным, чтобы не "сгладить" важные детали. В нашем случае известно, что движение является равноускоренным, поэтому скорость можно аппроксимировать прямой линией. Угол наклона этой прямой равен производной от скорости, то есть ускорению.

1. В ячейку **F5** введите метку **Результаты регрессии**.
2. Выделите ячейки G8:H12 введите в них формулу

   =ЛИНЕЙН(C5:C19;A5:A19;ИСТИНА;ИСТИНА)

   в качестве формулы массива, нажав комбинацию клавиш <Ctrl+Shift+Enter> (<Cmd+Enter> для компьютеров Macintosh).

Добавьте метки для результатов регрессии и отформатируйте рабочий лист для придания ему вида, более удобного для чтения. Поскольку часть массива невозможно просто передвинуть, значения из столбца H переместить невозможно. Для улучшения внешнего вида рабочего листа, после отображения результатов регрессии можно скрыть весь столбец H.

3. Введите следующие значеиия в указанные ячейки.

F6	**Сдвиг**	F11	**F**	G6	**=H8**
F7	**Стд. Ошибка**	F12	**СС-Рег**	G7	**=H9**
F8	**Наклон**	F13	**СС-Ост.**	G13	**=H12**
F9	**СтдОшибка**	F14	**Стд. ош. оценки у**	G14	**=H10**
F10	**r^2**	F15	**Степ. саободы**	G15	**=H11**

4. Выделите ячейку H и выберите команду **Формат ➤ Столбец ➤ Скрыть**. Наклон линии скорости (973 см/с^2) отображается в ячейке G8. Полученное значение довольно близко к ожидаемому (980 см/с^2).

Интегрироввние

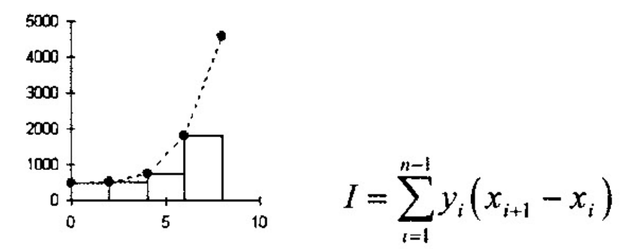
Интегрирование дискретных данных включает в себя аппроксимацию этих данных известной функцией с последующим ее интегрированием. В большинстве случаев не удается подобрать одну функцию для аппроксимации на всем интервале, поэтому область интегрирования разделяется на большое количество подинтервалов, на каждом из которых используется простая функция типа линейной, квадратической или кубической. После чего результаты для отдельных подинтервалов складываются вместе для получения полного интеграла.

Типы формул интегрирования

Наиболее часто при численном интегрировании используются правило прямоугольников, правило трапеций, интегрирование по Ромбергу, правило Симпсона и квадратура Гаусса. Каждый из этих методов является более точным, чем предыдущий, поскольку производит аппроксимацию данных более сложной кривой.

Правило прямоугольников

Согласно правилу прямоугольников, область между точками заполняется прямоугольником, высота которого соответствует координате y одной из точек, а ширина равна расстоянию между точками. Значение интеграла определяется по следующей формуле:



$$I = \sum_{i=1}^{n-1} y_i \left(x_{i+1} - x_i \right)$$

Такое приближение может показаться очень грубым, например для случая, указанного на рисунке, однако при малой ширине интервала и гладкой функции результаты получаются достаточно точными. Кроме того, такой метод очень просто реализовать, поскольку достаточно просто перемножить данные в каждой точке на ширину интервала и сложить результат.

Прввило трвпеций

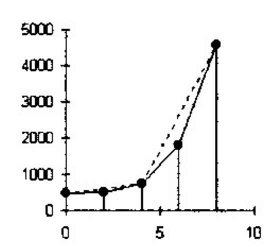
Согласно этому правилу, каждая пара соседних точек соединяется прямой линией, образуя последовательность трапеций.

$$I = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\left(y_i + y_{i+1} \right)}{2} \left(x_{i+1} - x_i \right)$$

Площадь трапеции равняется полусумме оснований, умноженной на высоту — расстояние между точками в данном случае. Общий интеграл равняется сумме площадей всех трапеций.

Интегрироввние по Ромбергу

Правило трапеций можно улучшить с помощью интегрирования по Ромбергу, использующее две различных оценки для экстраполяции значения интеграла. При вычислении первой оценки используется правило трапеций для каждой точки, а при вычислении второй оценки используется правило трапеций для каждой второй точки.



$$I_2 = \sum_{i=1,3,5,\cdots}^{n-2} \frac{\left(y_i + y_{i+2}\right)}{2}\left(x_{i+2} - x_i\right)$$

$$I_1 = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\left(y_i + y_{i+1}\right)}{2}\left(x_{i+1} - x_i\right)$$

Полученные оценки соответствуют различным интервалам между точками. Согласно методу Ромберга, ошибка при вычислении интеграла пропорциональна квадрату расстояния между точками.

$$I = I_1 + Ch^2$$

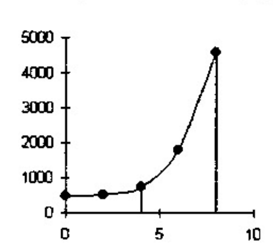
$$I = I_2 + C(2h)^2,$$

где C — постоянная. Решение этих двух уравнений приводит к следующему выражению для интеграла

$$I = I_1 + \tfrac{1}{3}\left(I_1 - I_2\right)$$

Превило Симпсонв

Согласно правилу Симпсона, для аппроксимации данных используется уравнение параболы, построенной по трем точкам (правило 1/3) или по четырем точкам (правило 3/8).



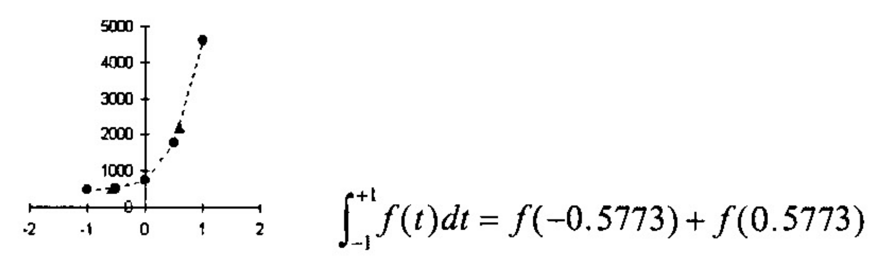
$$I = \sum_{i=1,3,5,\cdots}^{n-2} \tfrac{1}{3}\left(y_i + 4y_{i+1} + y_{i+2}\right)h,$$

$$I = \sum_{i=1,4,7,\cdots}^{n-3} \tfrac{3}{8}\left(y_i + 3y_{i+1} + 3y_{i+2} + y_{i+3}\right)h$$

Квадратурв Геуссе

При интегрировании аналитических выражений, в противоположность интегрированию отдельных точек, можно использовать квадратуру

Гаусса. Число необходимых точек определяется порядком кривой, которую должна быть использована для аппроксимации. Для кривой третьего порядка достаточно двух значений функции.



$$\int_{-1}^{+1} f(t)dt = f(-0.5773) + f(0.5773)$$

Хотя такая простая формула может показаться каким-то волшебством, для нее существует строгое математическое обоснование (см. список литературы в конце главы). Для использования этого выражения необходимо провести замену переменных таким образом, чтобы интегрируемая функция имела вышеприведенный вид (формулы более высокого порядка приведены в литературе). Затем достаточно вычислить сумму значений функции в указанных точках.

Несобственные интегрвлы

Часто встречаются интегралы, у которых один или оба предела интегрирования равны бесконечности или подынтегральная функция не определена где-либо на участке интегрирования. Например, большинство специальных функций в физике и технике (гамма-функция, функция ошибок и т.д.) определены с помощью интегралов, один из пределов которых равен бесконечности. Обойти эту проблему можно несколькими способами.

Простейшим способом является замена переменных таким образом, чтобы оба предела интегрирования стали конечными. Например, рассмотрим следующую функцию.

$$I = \int_0^{\infty} x^2 \, e^{-x} \, dx$$

Разобьем ее на два интеграла

$$I = \int_0^1 x^2 \, e^{-x} \, dx + \int_1^{\infty} x^2 \, e^{-x} \, dx$$

и проведем замену переменных $y = 1/x$ во втором интеграле.

$$I = \int_0^1 x^2 \, e^{-x} \, dx + \int_0^1 \frac{e^{-1/y}}{y^4} dy$$

Теперь имеется два интеграла с конечными пределами. Подынтегральная функция второго интеграла на нижнем пределе не определена

(неопределенность типа 0/0), однако предел равен нулю, так что это не проблема.

Многие выражения с бесконечными пределами быстро сходятся при увеличении аргумента. Фактически, они должны быстро сходиться, чтобы значение самого интеграла было конечным. В таком случае можно продолжать интегрирование функции до тех пор, пока значение изменения интеграла не станет намного меньше его значения, и прекратить интегрирование в этот момент.

Функция во втором интеграле вышеприведенного уравнения не определена в нижнем пределе интегрирования. Если известно, что предел функции в этой точке равен нулю, этот факт можно использовать для вычисления интеграла. Если же значение предела не известно, или он равен бесконечности, как в случае

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}},$$

необходимо заменить нижний предел на малое число ε и выполнить интегрирование. Затем нужно уменьшать значение ε до тех пор, пока интеграл не сойдется (если он сойдется). Обратите внимание, что это именно тот способ, каким бы этот интеграл вычислялся аналитически.

Использование методов интегрирования

Использование методов интегрирования достаточно просто. В каждой ячейке происходит вычисление значения интеграла между двумя точками. В последней ячейке все эти значения суммируются.

Гамма-функция

Гамма-функция принадлежит к так называемым специальным функциям науки и техники. Она возникает в физических задачах, например, при вычислении вероятностей в статистической механике или при нормировке волновых функций в кулоновском поле. Вы встречались с ними в предыдущей главе в виде сомножителя в выражении для функции Бесселя $J_n(x)$ в случае нецелого значения n. При целых значениях аргумента гамма-функция становится обычным факториалом.

$$\Gamma(n+1) = n!$$

Гамма-функция определяется следующим интегралом

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t}\, t^{x-1} dt,$$

не имеющим аналитического выражения. Значения гамма-функции обычно задаются таблично. На рис. 8.4 приведен график подынтегральной функции для $x = 1{,}5$. Обратите внимание, что выражение быстро

стремится к нулю, поэтому интеграл можно оборвать при $t = 10$, что приведет к точности более чем в три знака.

В следующем примере, вычислите гамма-функцию с помощью численного интегрирования. Используйте все методы, описанные ранее, и сравните результаты. Значение гамма-функции в точке $x = 1{,}5$ равно

$$\sqrt{\pi}\ /\ 2 .$$

Используйте именно такое значение x, чтобы сравнить результаты интегрирования с правильной величиной.

1. Создайте новый рабочий лист и назовите его рис. 8.5.
2. Установите ширину столбца A равной 11.
3. В ячейку A1 введите название **Гамма функция**.

Введите значения и присвойте имена ячейкам для значений x и шага интегрирования dt.

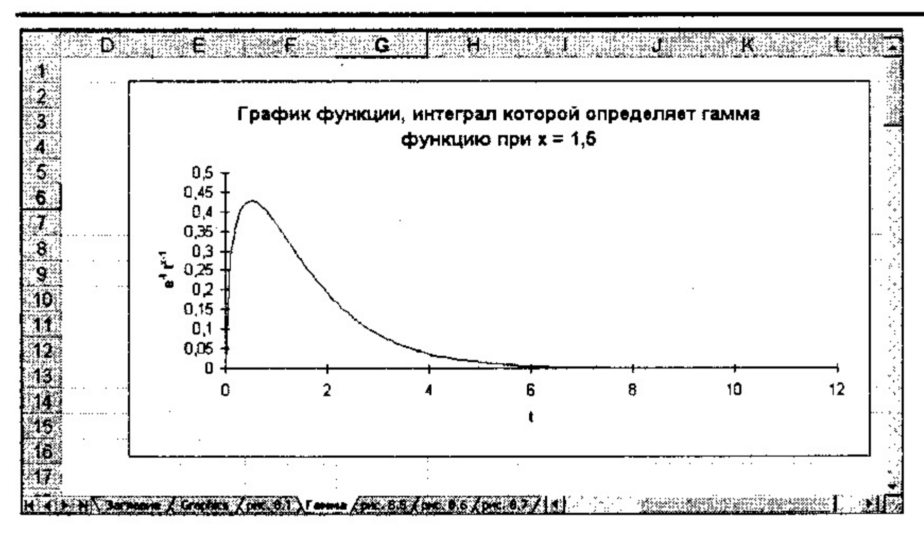


Рис. 8.4. График функции, интеграл которой определяет гамма функцию при x = 1,5

4. В ячейку C1 введите метку **x=** и выровняйте ее по правому краю.
5. В ячейку D1 введите значение **1,5** и присвойте ячейке имя **X**.
6. В ячейку E1 введите метку **dt=** и выровняйте ее по правому краю.
7. В ячейку F1 введите значение **0,1** и присвойте ячейке имя **DelT**.
8. В ячейки B3:G3 введите метки **'Истина, Прям., Трап., Трап.2, Ромберг., Симп.1/3** и выровняйте их по центру.



Примечание

Перед меткой **Истина** необходимо поставить одинарную кавычку, чтобы Excel не воспринял ее в качестве логического значения.

Напишите формулу сложения содержимого всех ячеек для получения полного интеграла каждым методом. Вычислите ошибку каждого метода, сравнив вычисленный интеграл с правильным значением в ячейке B4. В ячейке F4 находится формула Ромберга, объединяющая два правила трапеций.

9. Введите следующие значения в указанные ячейки.

Ячейка	Содержание	Примечание
A4	**Интеграл=**	выравнивание по правому краю
A5	**Ошибка=**	выравнивание по правому краю
B4	**=КОРЕНЬ(ПИ())/2**	
C4	**=СУММ(C8:C102)**	скопировать в D4:E4
C5	**=(C4-$B$4)/$B$4**	скопировать в D5:G5
F4	**=D4+(D4-E4)/3**	
G4	**=СУММ(G8:G102)**	

В столбцы A и B введите 96 значений переменной t и интегрируемого выражения.

10. Введите следующие значения в указанные ячейки.

Ячейка	Содержание	Примечание
A7	**t**	выравнивание по правому краю
A8	**0**	
A9	**=A8+DelT**	скопировать в A10:A103
B7	**f(x,t)**	выравнивание по правому краю

11. Измените формат ячеек A8:A103 на числовой, с четырьмя знаками после запятой.
12. В ячейку B8 введите формулу **=EXP(-A8)*A8^(X-1)** и скопируйте ее в ячейки C9:C102.

    Теперь введите формулы для правила прямоугольников

13. В ячейку C8 введите формулу **=B8*DelT** и скопируйте ее в ячейки B9:B103.

    Дважды проведите вычисления по правилу трапеций, первый раз с использованием одинарного шага, а второй раз с использованием двойного шага интегрирования. Второе вычисление необходимо для вычисления по формуле Ромберга в ячейке F4. Обратите внимание, что при втором вычислении по правилу трапеций используется каждая вторая точка, поэтому в столбце E происходит обнуление некоторых формул, чтобы не учитывать их дважды.

14. В ячейку D8 введите формулу **=DelT*(B8+B9)/2** и скопируйте ее в ячейки D9:D102.
15. В ячейку E8 введите формулу **=DelT*(B8+B10)** и скопируйте ее в ячейки E9:E101.
16. Замените формулу в каждой второй ячейке столбца E (E9, E11, E13, ..., E101) на 0.

✓ Совет

Для быстрой замены формул можно использовать поочередное нажатие клавиш <0> и <стрелка вниз>

Введите формулы для вычисления по правилу Симпсона. Как и ранее, обнулите каждую вторую формулу в столбце G.

17. В ячейку G8 введите формулу **=DelT*(B8+4*B9+B10)/3** и скопируйте ее в ячейки G9:G101.
18. Замените формулу в каждой второй ячейке столбца G (G9, G11, G13, ..., G101) на 0.
19. Отключите отображение линий сетки.

Теперь ваш рабочий лист должен выглядеть, как показано на рис. 8.5. Значения, вычисленные по правилу прямоугольников и трапеций, практически одинаковы. Интегрирование Ромберга уменьшает ошибку для правила трапеций почти на 50 процентов, до значения, близкого вычисленному по правилу Симпсона. Во всех вычислениях, область интегрирования была разделена 96 равноотстоящими точками.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Гамма функция		x =	1,5	dt=	0,1			
2									
3		Истина	Прям.	Трап.	Трап.2	Ромберг.	Симп.1/3		
4	Интеграл=	0,886227	0,879481	0,879492	0,867836	0,883378	0,883346		
5	Ошибка=		-0,00761	-0,0076	-0,02075	-0,00321	-0,00325		
6									
7	t	f(x,t)							
8	0,0000	0	0	0,014307	0,036615		0,050356		
9	0,1000	0,286135	0,028613	0,032614	0		0		
10	0,2000	0,366148	0,036615	0,038596	0,07901		0,080438		
11	0,3000	0,405763	0,040576	0,041486	0		0		
12	0,4000	0,423948	0,042395	0,042641	0,084906		0,085486		
13	0,5000	0,428882	0,042888	0,042699	0		0		
14	0,6000	0,425108	0,042511	0,042029	0,0827		0,082963		
15	0,7000	0,415473	0,041547	0,040868	0		0		
16	0,8000	0,401892	0,040189	0,03938	0,076977		0,077086		
17	0,9000	0,385706	0,038571	0,037679	0		0		

Рис. 8.5. Гамма-функция: вычисление интеграла с помощью правила прямоугольников, трапеций, Ромберга и Симпсона

Формула квадратуры Гаусса в данном рабочем листе не использовалась, поскольку она является более точной и требует меньшего числа точек. Для нее достаточно 15 точек вместо 96. Фактически, будут использованы 43 точки, поскольку квадратура третьего порядка вычисляет значения в двух дополнительных точках для каждого интервала. Расположение данных на рабочем листе остается прежним. Для сравнения, значение интеграла будет вычислено по тем же точкам с помощью правила трапеций.

Для использования квадратуры Гаусса, необходимо вначале провести замену переменных таким образом, чтобы пределы интегрирования стали -1 и 1. Используйте следующую подстановку:

$$t = \frac{(b-a)y + b + a}{2},$$

где a — нижний предел интегрирования, а b — верхний.

В результате выражение для гамма-функции принимает следующий вид.

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-t}\, t^{x-1} dt$$

$$= \frac{(b-a)}{2} \int_{-1}^{+1} e^{-((b-a)y+b+a)/2} \left(\frac{(b-a)y + b + a}{2} \right)^{x-1} dy$$

В данном случае значение интеграла вычисляется для каждого интервала между точками, поэтому верхний и нижний предел интегрирования совпадают со значением t в этих точках. Обратите внимание, что такой метод можно применять только в том случае, если известно аналитическое выражение для подынтегральной функции, а не экспериментальные точки, или же известны значения интеграла в этих точках.

1. Создайте копию рабочего листа из предыдущего примера и назовите ее.
2. Установите ширину столбца A равной 11.

Введите значения точек области интегрирования. В начале области, где функция изменяется быстро, точки должны быть расположены чаще, чем в конце, где изменения функции более плавные.

3. Введите следующие значения в ячейки A8:A22

A8	**0**	A11	**0,6**	A14	**2**	A17	**5**	A20	**8**
A9	**0,2**	A12	**0,8**	A15	**3**	A18	**6**	A21	**9**
A10	**0,4**	A13	**1**	A16	**4**	A19	**7**	A22	**10**

4. Очистите содержимое ячеек A23:D103, E1:G103 и C22:D22.

Вычислите значение квадратуры для каждой пары соседних точек в ячейках C8:C21 и сложите полученные значения в ячейке C4.

5. В ячейку C3 введите метку **Гауссиан** и выровняйте ее по центру.
6. Измените содержимое ячейки C4 на **=СУММ(C8:C21)**.
7. В ячейку C8 введите формулу

```
=((A9-A8)/2)*(EXP(-((A9-A8)*(-1/КОРЕНЬ(3))+A9+A8)/2)
*(((A9-A8)*(-1/КОРЕНЬ(3))+A9+A8)/2)^(X-1)
+EXP(-((A9-A8)*(1/КОРЕНЬ(3))+A9+A8)/2)
*(((A9-A8)*(1/КОРЕНЬ(3))+A9+A8)/2)^(X-1))
```

и скопируйте ее в ячейки C9:C21.

Оставьте вычисления по правилу трапеции в столбце D для сравнения.

8. Измените содержимое ячейки D4 на **=СУММ(D8:D21)**.

Теперь ваш рабочий лист должен выглядеть, как показано на рис. 8.6. Обратите внимание, что ошибка квадратуры Гаусса составляет примерно одну пятую от ошибки интегрирования по правилу трапеций.

	A	B	C	D
1	Гамма функция		x =	1,5
2				
3		Истина	Гауссиан	Трап.
4	Интеграл=	0,886227	0,886862	0,883346
5	Ошибка=		0,000716	-0,00325
6				
7	t	f(x,t)		
8	0,0000	0	0,053628	0,036615
9	0,2000	0,366148	0,080454	0,07901
10	0,4000	0,423948	0,085489	0,084906
11	0,6000	0,425108	0,082964	0,0827
12	0,8000	0,401892	0,077087	0,076977
13	1,0000	0,367879	0,275676	0,279636
14	2,0000	0,191393	0,13281	0,138813
15	3,0000	0,086234	0,058132	0,061433
16	4,0000	0,036631	0,02432	0,025849
17	5,0000	0,015067	0,009909	0,010569

Заглавие / Graphics / рис. 8.1 / Gamma / рис. 8.5 / рис. 8.6 / рис. 8.7

Рис. 8.6. Гамма-функция: использование формулы квадратуры Гаусса

Реализация формул интегрирования в виде функций Visual Basic

Как и следовало ожидать, все формулы интегрирования могут быть реализованы в виде функций Visual Basic. Уравнения остаются теми же. Просто, вместо вычисления частей интеграла в отдельных ячейках и сложения их вместе с помощью функции СУММ, используется цикл FOR.

Программы Visual Basic обладают большей гибкостью, чем метод непосредственного интегрирования на рабочем листе. В первом случае, для изменения пределов или шага интегрирования достаточно изменить значение переменной или константы, по сравнению с добавлением или удалением ячеек во втором. С другой стороны, при интегрировании экспериментальных данных пределы и шаг интегрирования являются заданными, данные уже находятся в ячейках, и поэтому непосредственное интегрирование становится настолько же удобным, как и использование функций Visual Basic.

Примечание

Хотя функции Visual Basic предоставляют больше возможностей при вычислении интегралов, формулы рабочего листа позволяют наблюдать значения в процессе вычислений, что позволяет убедиться в правильности расчетов.

Функция Visual Basic для аычислания гамма-функции

Программа Visual Basic из следующего примера вычисляет гамма-функцию с помощью правила трапеций.

1. Запустите редактор Visual Basic с помощью команды меню **Сервис ➤ Макрос ➤ Редактор Visual Basic**, создайте новый модуль и присвойте ему имя GammaF.
2. Введите следующую процедуру:

```
Option Explicit
'
' Вычисление гамма-функции
' по правилу трапеций
'
Function Gamma(dblX As Double) As Double
Dim dblT As Double   ' Переменная интегрирования.
Dim dblTerm As Double ' Член суммы.
Dim dblTerm1 As Double ' Две части члена суммы.
Dim dblTerm2 As Double
Const tStart = 0    ' Нижний предел интегрирования.
Const tEnd = 20     ' Верхний предел интегрирования.
Const DelT = 0.01    ' Шаг интегрирования.
Const CutOff = 0.000000001 ' Образающее значение для члена суммы
' Обнуляем пераменную суммирования.
Gamma = 0
' Цикл интегрирования, за один цикл вычисляется одни член суммы.
For dblT = tStart To tEnd Step DelT
   ' Вычисляем один член суммы по правилу трапеций.
   dblTerm1 = Exp(-dblT) * dblT ^ (dblX - 1)
   dblTerm2 = Exp(-dblT - DelT) * (dblT + DelT) ^ (dblX - 1)
   dblTerm = DelT * (dblTerm1 + dblTerm2) / 2
   ' Добавляем полученное значение к разультату.
   Gamma = Gemma + dblTerm
   ' Завершаем, если последний член меньше, чем 1e-9 от всей суммы.
   If dblTerm / Gamma < CutOff Then
      Exit For
   End If
Next dblT
End Function
'
' Небольшая процедура, используемая при отладке
'
Sub test1()
Dim dblX As Double
Const Pi = 3.14159265358979
' Тестируемое значение
dblX = 1.5
' Выводим значение, результат и правильный разультат
' в окно отладки.
Debug.Print dblX, Gamma(dblX), Sqr(Pi) / 2
Stop
End Sub
```

В начале процедуры происходит объявление нескольких переменных, и определяются три константы, соответствующие пределам и шагу интегрирования. Использование констант заметно упрощает изменение цикла интегрирования при тестировании. Затем инициализируется переменная суммирования Gamma и начинается цикл, выполняющий интегрирование. В пределах цикла вычисляются два значения подынтегрального выражения, и находится их среднее, которое затем умножается на шаг интегрирования для получения площади трапеции. Найденная площадь прибавляется к переменной суммирования. В конце цикла происходит сравнение величины последнего слагаемого со всей суммой. Если слагаемое меньше суммы более чем в 1×10^{-9} раз, то цикл прекращается.

После функции находится небольшая процедура, используемая при отладке. Процедура вызывает функцию для проверки синтаксических ошибок и правильности вычисляемых значений. Для этого переменным присваиваются значения, вызывается функция и результаты выводятся в окно отладки. Затем выполнение прекращается и отображается окно отладки, в котором можно видеть текущие значения. При возникновении проблемы для проверки значений других переменных в этот момент можно использовать команды отладки.

Для использования новой функции в рабочем листе, создайте новый рабочий лист и вызовите функцию с заданным аргументом. Вновь используйте значение 1,5 для проверки точности результата.

1. Создайте копию рабочего листа рис. 8.6 и присвойте ему имя рис. 8.7.
2. Введите следующие значения в ячейки E3:E5

E3	**Гамма**
E4	**=Gamma(X)**
E5	**=(E4-$B$4)/$B$4**

Через несколько секунд рабочий лист должен выглядеть, как показано на рис. 8.7. Ошибка в данном случае составляет всего 0,02 %. Точность можно увеличить еще больше, уменьшив значение шага и обрезающее значение. В результате увеличится время вычислений, но это может быть допустимым, в зависимости от конкретной ситуации.

Резюме

В этой главе вычисляются численные производные данных и функций. В частности, рассмотрены методы, использующие формулы рабочего листа для вычисления правых, левых и центральных производных, и показаны некоторые проблемы численного дифференцирования, а именно: округление, отбрасывание и рост ошибки при вычитании.

Кроме того, рассматривается численное интегрирование данных и функций, как непосредственно на рабочем листе, так и с помощью функции Visual Basic. Реализовано несколько стандартных методов численного интегрирования, обычно применяющихся в языках высокого уровня. Указанные методы включают в себя правила прямоугольников, трапеций, Ромберга, Симпсона и квадратуру Гаусса.

	A	B	C	D	E	F
1	Гамма функция		x =	1,5	dt=	0,2
2						
3		Истина	Гауссиан	Трап.	Гамма	
4	Интеграл=	0,886227	0,886216	0,867413	0,886019	
5	Ошибка=		-1,2E-05	-0,02123	-0,00023	
6						
7	t	f(x,t)				
8	0,0000	0	0,053628	0,036615		
9	0,2000	0,366148	0,080454	0,07901		
10	0,4000	0,423948	0,085489	0,084906		
11	0,6000	0,425108	0,082964	0,0827		
12	0,8000	0,401892	0,077087	0,076977		
13	1,0000	0,367879	0,06981	0,069782		
14	1,2000	0,329942	0,062155	0,062172		
15	1,4000	0,291777	0,054676	0,054716		
16	1,6000	0,255381	0,047664	0,047715		
17	1,8000	0,221772	0,041261	0,041316		

Рис. 8.7. Использование функции Visual Basic при вычислении гамма-функции

Если вас заинтересовало математическое обоснование этих методов, его можно найти в книгах по численным методам. Большинство алгоритмов дифференцирования и интегрирования могут быть легко реализованы на рабочих листах Excel.

Дополнительная литература

Специальные функции

G. Arfken, *Mathematical Methods of Physics* (Orlando, Fla: Academic Press, 1970).

Численное интегрирование и дифференцирование

C.Gerald, *Applied Numerical Analysis*, 2nd ed. (Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1978).

W.H. Press, et al., *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing* (Cambridge, Eng.: Cambridge University Press, 1986).

Обзорные задачи

1. Свободное падение тела на Луне описывается следующими цифрами, соответствующими положению тела через каждую 1/60 секунды. Объект начинает движение из состояния покоя. Используя метод центральных производных, вычислите скорость и ускорение объекта в каждой точке. Чему равняется ускорение свободного падения на Луне?

Точка	Положение (см)	Точка	Положение (см)
1	0	6	0,578
2	0,023	7	0,833
3	0,093	8	1,134
4	0,203	9	1,481
5	0,370	10	1,187
		11	2,314

2. Используя данные для x и y из следующей таблицы, вычислите и постройте график первой и второй производной y по x. Сравните значения, полученные численными методами, с аналитическим решением $y' = 6x + 12x^2$ и $y'' = 6 + 24x$. (Ошибка в результатах вызвана аппроксимацией непрерывной кривой дискретным множеством точек.)

x	y	x	y	x	y
0,0	2,00	3,5	210,25	7,0	1521,00
0,5	3,25	4,0	306,00	7,5	1858,25
1,0	9,0	4,5	427,25	8,0	2242,00
1,5	22,25	5,0	577,00	8,5	2675,25
2,0	46,00	5,5	758,25	9,0	3161,00
2,5	83,25	6,0	974,00	9,5	3702,25
3,0	137,00	6,5	1227,25	10,0	4302,00

3. Закон Ампера используется для вычисления тока I в проводнике, интегрированием магнитного поля по замкнутому контуру, охватывающему проводник. Магнитное поле измеряется в нескольких точках вдоль границы квадрата, расположенного таким образом, что проводник находится в центре. Ниже приведены значения измерений в точках, расположенных между серединой одной стороны и углом квадрата. Ввиду симметрии задачи, интегралы вдоль других половинок сторон квадрата имеют такое же значение и полный ток в восемь раз больше интеграла по одной половине стороны. Вычислите ток в проводнике с помощью рабочего листа с формулами для правила прямоугольников, трапеций, Ромберга и Симпсона. Закон Ампера имеет следующий вид:

$$I = \frac{8}{\mu_0}\int_0^5 B(y)dy, \quad \mu_0 = 1.26 \times 10^{-6} \quad \mathrm{H/m}$$

y, м	B(y), Вб/м2	y, м	B(y), Вб/м2
0,0	$1{,}20 \cdot 10^{-5}$	2,5	$9{,}63 \cdot 10^{-6}$
0,5	$1{,}19 \cdot 10^{-5}$	3,0	$8{,}85 \cdot 10^{-6}$
1,0	$1{,}16 \cdot 10^{-5}$	3,5	$8{,}08 \cdot 10^{-6}$
1,5	$1{,}10 \cdot 10^{-5}$	4,0	$7{,}34 \cdot 10^{-6}$
2,0	$1{,}04 \cdot 10^{-5}$	4,5	$6{,}65 \cdot 10^{-6}$
		5,0	$6{,}02 \cdot 10^{-6}$

4. Интегральный синус является специальной функцией, которая задается формулой:

$$\mathrm{Si}(x) = -\int_x^\infty \frac{\sin(t)}{t}\,dt = -\frac{\pi}{2} + \int_0^x \frac{\sin(t)}{t}\,dt$$

Вычислите значение Si(x) при x = 0,5 с помощью правил прямоугольников и трапеций на рабочем листе.

5. Интегральная показательная функция является специальной функцией, которая задается формулой:

$$\mathrm{Ei}(x) = -\int_{-x}^\infty \frac{e^{-t}}{t}\,dt \qquad x < 0$$

$$= -\lim_{\varepsilon \to 0}\left[\int_{-x}^{-\varepsilon} \frac{e^{-t}}{t}\,dt + \int_{\varepsilon}^\infty \frac{e^{-t}}{t}\,dt\right] \quad x > 0$$

Вычислите значение Ei(x) при x = -3 с помощью правила трапеций, реализованного в функции Visual Basic.

6. Выполните задачу 4 с помощью формулы квадратуры Гаусса.
7. Выполните задачу 5 с помощью правила Симпсона, реализованного в виде функции Visual Basic.
8. Интегральное представление функции Бесселя целого порядка имеет вид:

$$\mathrm{J}_n(z) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \cos(\mathrm{n}\theta - \mathrm{z}\sin(\theta))\mathrm{d}\theta$$

Вычислите значение $J_n(z)$ прн n = 1 и z = 0,5 с помощью правила трапеций на рабочем листе.

9. Выполните задачу 8 с помощью правила Симпсона, реализованного в виде функции Visual Basic.
10. Выполните задачу 5 с помощью формулы квадратуры Гаусса, реализованной в виде функции Visual Basic. Сравните результаты с приведенными на рис. 7.2

Упражнения

1. С помощью следующих пар значений x и y, вычислите и постройте график первой и второй производной y по x. Сравните численные результаты с аналитическим решением $y' = 6x^2 + 15x^4$ и $y'' = 12x + 60x^3$.

x	y	x	y	x	y
0	7,00	1,4	28,62	2,8	567,22
0,2	7,02	1,6	46,65	3,0	790,00
0,4	7,16	1,8	75,35	3,2	1079,17
0,6	7,67	2,0	119,00	3,4	1448,67
0,8	9,01	2,2	182,90	3,6	1914,30
1,0	12,00	2,4	273,53	3,8	2493,80
1,2	17,92	2,6	398,59	4,0	3207,00

2. Ниже приводится таблица с данными о высоте над поверхностью Земли небольшой ракеты во время взлета. Вычислите и постройте график зависимости скорости и ускорения ракеты от времени. Можете ли вы сказать, когда двигатель остановится?

Время	Высота (м)	Время	Высота (м)
0	0	5,0	1335
0,2	4	5,2	1398
0,4	18	5,4	1460
0,6	41	5,6	1522
0,8	71	5,8	1584
1,0	108	6,0	1645
1,2	151	6,2	1706
1,4	199	6,4	1766
1,6	251	6,6	1826
1,8	308	6,8	1885
2,0	367	7,0	1945
2,2	428	7,2	2003
2,4	490	7,4	2062
2,6	552	7,6	2120
2,8	620	7,8	2177
3,0	687	8,0	2235
3,2	753	8,2	2291
3,4	820	8,4	2348
3,6	885	8,6	2404
3,8	951	8,8	2459
4,0	1016	9,0	2515
4,2	1080	9,2	2570
4,4	1145	9,4	2624
4,6	1209	9,6	2678
4,8	1272	9,8	2732
		10,0	2785

3. Резервуар имеет глубину *d*, описываемую формулой

   d = 80 − x × 0,04 футов

   и ширину w, описываемую формулой

   w = 1000 + x/2 футов,

   где *x* — расстояние от дамбы до поверхности воды. Вычислите объем воды в резервуаре в акро-футах (объем прямоугольного параллелепипеда с площадью верхней грани один акр и глубиной один фут) с помощью правил прямоугольников и трапеций.

4. Интегральный логарифм является специальной функцией, которая задается формулой

$$\mathrm{Li}(x) = \int_0^x \frac{dt}{\ln(t)} \qquad x < 1$$

$$\mathrm{Li}(x) = x\int_1^\infty \frac{dt}{t^2(\ln(x) - \ln(t))} \qquad x > 1$$

Вычислите значение Li(x) для x из интервала от 0 до 1 с помощью правила Ромберга.

5. Представьте, что вы находитесь на комете Шумейкера-Леви (Schoemaker-Levy) на пути к Юпитеру. Оценнте скорость столкновения, численно проинтегрировав произведение ускорения на время (a x Δt), необходимое для движения из состояния покоя на бесконечности (a мало) до поверхности Юпитера (r_J). Для определения времени столкновения необходимо также знать положение кометы (v x Δt). Ускорение описывается формулой:

$$a = G\frac{m_J}{r_J^2}$$

$G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ Н-м^2/кг^2

$m_J = 1{,}9 \times 10^{27}$ кг

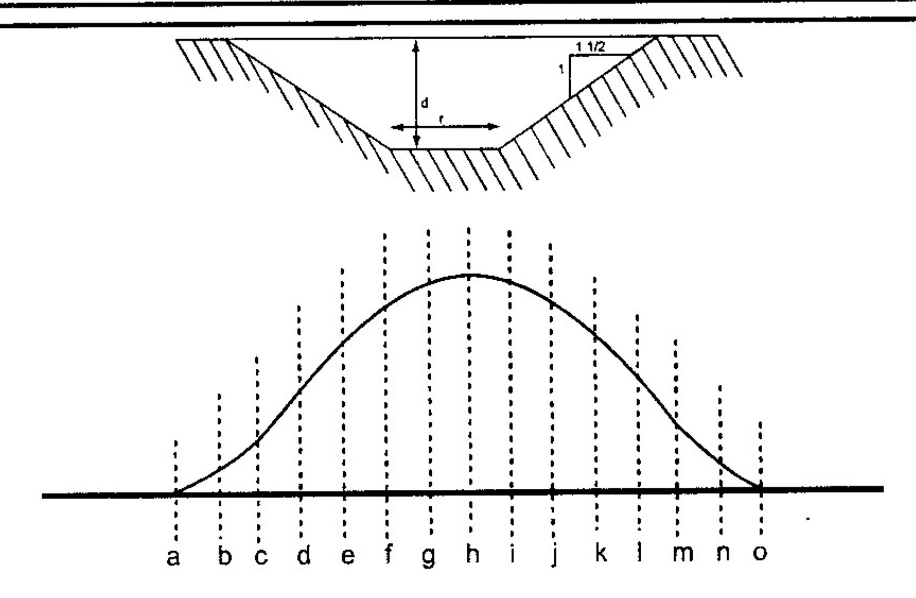
$r_J = 7{,}0 \times 10^7$ м

Сравните полученный результат с аналнтическим решением:

$$v = \sqrt{2G\frac{m_J}{r_J}}$$

6. Количество грунта, вынимаемое из траншеи при прокладке дороги, вычисляется с помощью численного интегрирования. Сечение траншеи приведено на рисунке. Ширина дороги r фиксирована (20 футов в данном случае), также как и угол наклона склонов (1 по вертикали к 1,5 по горизонтали). По результатам земельной съемки, план траншеи представляется в виде последовательных сечений холма, через который должна пройти дорога. Результаты замеров для каждого слоя приведены в таблице. Колнчество грунта, который необходимо вынуть, оценивается путем определения объема одного слоя и последующего суммирования всех слоев. Для вычисления объема слоя вычисляется средняя площадь поверхности ограничиваюших его трапеций, которая затем умножается на толщину слоя. Вычислите объем грунта, который необходимо вынуть для прокладки дороги.

Сечение	**Глубина траншеи (футы)**	**Сечение**	**Глубина траншеи (футы)**
A	0	i	13
B	2	j	12
C	4	k	10
D	7,5	l	7
E	12	m	4
F	13,5	n	2
G	14	o	0
H	14		



7. Выполните упражнение 4 с помощью правила Симпсона.
8. Выполните упражнение 4 с помощью формулы квадратуры Гаусса.
9. Напишите функцию Visual Basic для вычисления интегрального логарифма при произвольном значении x.
10. Три интеграла Френеля определены следующим образом

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

$$S(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \sin(t^2) dt$$

$$C(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \cos(t^2) dt$$

Напишите функцию Visual Basic для вычисления этих интегралов при произвольном значении x.

Глава 9

Решение нелинейных алгебраических уравнений

В этой главе...

- ✓ **Метод последовательных приближений**
- ✓ **Метод верхней релаксации**
- ✓ **Метод нижней релаксации**
- ✓ **Метод Ньютона**

Решение нелинейных алгебраических уравнений — работа трудная и неблагодарная. Уравнение, которое внешне выглядит предельно просто, может не поддаться решению никакими аналитическими методами. За исключением уравнений с левой частью в виде многочлена не выше четвертого порядка и простейших трансцендентных уравнений (содержащих тригонометрические функции или экспоненты), большинство нелинейных алгебраических уравнений не допускает аналитического решения. Кроме того, аналитические выражения для корней многочленов третьего и четвертого порядка столь громоздки, что редко используются на практике.

Все численные методы решения нелинейных уравнений основаны на угадывании начального приближения к решению и последовательном улучшении этой догадки. Очередное приближение вносится в уравнение, а результат используется для построения следующего приближения. Эта процедура повторяется до тех пор, пока не будет достигнута удовлетворительная точность приближенного решения. Итерационный процесс может оказаться расходящимся; в этом случае бросайте работу и идите домой — утро вечера мудренее.

Метод последовательных приближений

Хотя для нахождения корней нелинейных уравнений существует целый ряд методов, лучше всего для реализации в электронных таблицах подходит *метод последовательных приближений*. Для его применения уравнение необходимо переписать в следующем виде:

$x = f(x)$

Записать уравнение в таком виде можно бесконечным числом способов, однако некоторые из них могут привести к расходимости итерационного процесса.

После преобразования уравнения необходимо выбрать начальное значение x — первое приближение к решению. В принципе может подойти любое значение, но чем ближе оно к точному решению, тем быстрее к нему сойдется итерационный процесс. Следует помнить, что в задачах с несколькими решениями различные начальные приближения могут привести к различным корням, то есть конечный результат существенно зависит от выбора первого приближения.

Подставьте начальное значение x в функцию $f(x)$ и вычислите новое значение x. Это значение будет являться вторым приближением, которое снова подставляется в $f(x)$. Продолжайте вычисление новых приближений x таким же образом до тех пор, пока последовательность не сойдется к пределу с удовлетворительной точностью.

x_0 = первое приближение

$x_1 = f(x_0)$

$x_2 = f(x_1)$

$\vdots$

$x_n = f(x_{n-1})$

На рис. 9.1 показана последовательность приближений к решению нелинейного уравнения. График иллюстрирует поиск решения уравнения $x = \mathrm{Cos}(x)$, которое находится в точке пересечения кривых $y = x$ и $y = \mathrm{Cos}(x)$. На этом рисунке итерационный процесс напоминает приближение к решению по сужающейся спирали; вычисления прекращаются тогда, когда очередное приближенное значение оказывается достаточно близким к точному решению.

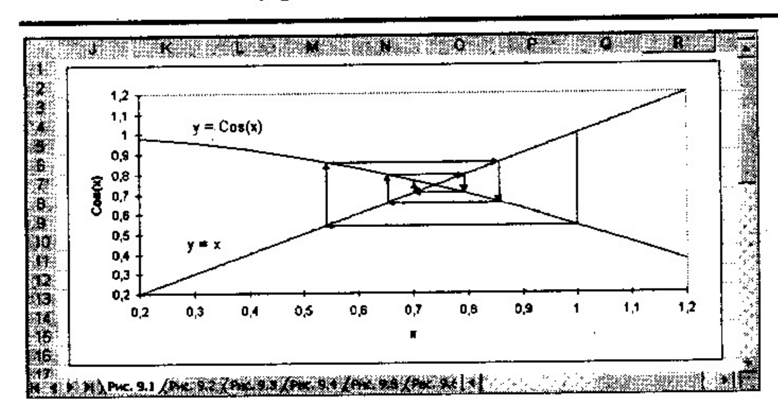


Рис. 9.1. Последовательные приближения к решению нелинейного уравнения

Примечание

Исторически первым и классическим методом решения нелинейных уравнений является графический метод. Хотя его точность оставляет желать лучшего, графический метод обычно позволяет найти удачное первое приближение для последующего применения численных методов. Так, чтобы найти грубое приближение к решению рассматриваемого нелинейного уравнения, начертите графики функций $y = x$ и $y = f(x)$, как показано на рис. 9.1, и на глаз определите абсциссу точки пересечения этих графиков.

Сходимость процесса последоаательных приближений

Не для всех уравнений процесс последовательных приближений сходится к точному решению. Для обеспечения сходимости метода необходимо, чтобы абсолютное значение производной от функции в правой части уравнения было строго меньше единицы:

$|f'(x)| < 1$

Вообще говоря, существует бесконечное множество форм записи уравнений в виде $x = f(x)$. Для некоторых из них производная $f'(x)$ меньше единицы, а для других — больше. Можно, конечно, всякий раз проверять, удовлетворяет ли производная приведенному условию, ио быстрее будет просто записать уравнеиие в простейшем виде и проверить его на сходимость. Если сходимость отсутствует, перепишите уравиеиие в другом виде и снова попробуйте решить его. Например, обе приведениые ниже записи эквивалентны одному и тому же уравнению $\mathrm{Cos}(x) - x = 0$, но только первая из них обеспечивает сходимость итерационного процесса:

$x = \mathrm{Cos}(x)$

$x = \mathrm{ArcCos}(x)$

Уравнение Cos(x) = x

Рассмотрим следующее простейшее нелинейиое трансцеидентное уравнение:

$\mathrm{Cos}(x) - x = 0$

Его можно сразу же переписать в требуемом для метода последовательных приближений виде:

$x = \mathrm{Cos}(x)$

Решим это уравнение с использованием итерационного аппарата электронных таблиц. Формулы записываются в электронной таблице в том же виде, что и на бумаге, но для этого можно использовать не всю рабочую страницу, а всего лишь несколько ячеек. Для реализации метода отключите автоматический пересчет листа и введите формулы с рекурсией (циклическими ссылками).

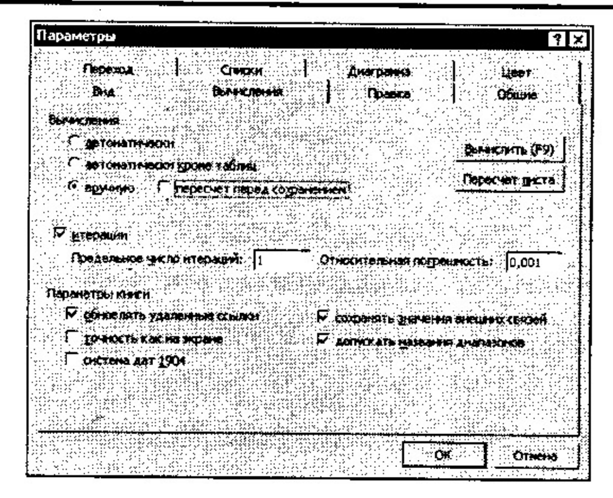
Как правило, ячейки листа пересчитываются в нормальном порядке. Это означает, что аргументы ячейки (то есть те ячейки, от которых зависит ее значение) вычисляются до того, как пересчитывается значение самой ячейки. Это правило применяется ко всем ячейкам листа, пока все они не будут пересчитаны. При изменении значения ячейки пересчитываются все ячейки, значения которых зависят от нее прямо или косвенно. Рекурсия, или циклическая ссылка, имеет место в том случае, когда значение ячейки зависит от нее самой, как прямо, так и косвенно через значения других ячеек. В нормальном порядке такое значение вычислить нельзя, поскольку нельзя определить аргументы ячейки, в число которых входит она сама — получается, что для определения значения ячейки необходимо сразу знать его заранее!

В итерационном режиме вначале пересчитываются только те ячейки листа, которые не содержат циклических ссылок. Затем ячейки, содержащие циклические ссылки, итерируются один или несколько раз, в зависимости от значения, установленного на вкладке Вычисления диалогового окна Параметры (Сервис ➤ Параметры) . Ячейки, содержащие циклические ссылки, вычисляются с текущими значениями аргументов без их предварительного пересчета. Пересчет прекращается после выполнения указанного в окне Вычисления количества итераций. Чтобы заново пересчитать все ячейки, щелкните на кнопке Вычислить (либо нажмите клавиши <F9> или <Ctrl+=>; на Macintosh им соответствуют клавиши <Cmd+=>). Этот способ используется для последовательного вычисления значения по заданной формуле и подстановки его в ту же формулу.

В нашем примере установим количество итераций равным 1, чтобы наблюдать за изменением значений при пересчете листа. На практике для более быстрого нахождения решения лучше выбрать большее количество итераций.

1. Откройте новый лист и назовите его Рис. 9.2.
2. Выберите команду Сервис ➤ Параметры. Откройте вкладку Вычисления, включите режим Вручную, сделайте значение поля Предельное число итераций равным 1 и уберите отметку с переключателя Пересчет перед сохранением. Щелкните на кнопке OK.
3. Сделайте ширину столбца A равной 38.
4. Введите в ячейку A1 строку **x=cos(x); последовательные приближения**.

Теперь необходимо создать таблицу с начальным значением и флагом инициализации. Флаг инициализации переводит лист в заданное начальное состояние.



5. В ячейки A3:B4 введите приведенные ниже значения. Выровняйте вправо содержимое ячеек A3:A4.

Ячейка	Значение	Ячейка	Значение
A3	**Нач. значение**	B3	**0**
A4	**Нач. флаг**	B4	**ИСТИНА**

6. Назовите ячейки B3 и B4 соответственно НАЧ_ЗН и НАЧ.

В ячейке B6 будет выполняться проверка, равно ли ИСТИНА значение ячейки НАЧ. Если это так, *x* будет установлено равным начальному значению, а в противном случае — равным ячейке B7, т.е. косинусу *x*. В ячейке B7 вычисляется косинус ячейки B6, и тем самым организуется циклическая ссылка.

7. Введите указанные ниже значения в ячейки A6:B7. Выровняйте вправо их содержимое.

Ячейка	Значение	Ячейка	Значение
A6	**x**	B6	**=ЕСЛИ(НАЧ,НАЧ_ЗН,B7)**
A4	**Cos(x)**	B7	**=COS(B6)**

Далее следует вычислить погрешность — разницу между *x* и Cos(*x*) — которая будет служить критерием сходимости процесса последовательных приближений.

8. В ячейку A9 введите строку **Погрешность** и выровняйте ее по правому краю.
9. В ячейку B9 введите **=B7-B6**.
10. Преобразуйте ячейку B9 в экспоненциальный формат с двумя цифрами после запятой.

Теперь организуем вторую циклическую ссылку — для подсчета количества итераций.

11. В ячейку A11 введите **Итераций** и выровняйте ее по правому краю.
12. В ячейку B11 введите **=ЕСЛИ(НАЧ,0,B12+1)**.

13. В ячейку B12 введите **=B11**.
14. Отключите линии сетки.
15. Для выполнения расчета установите значение начального флага в ячейке B4 равным ИСТИНА, и нажмите клавишу <F9> (Вычислить) для запуска решения задачи.
16. Измените значение начального флага на ЛОЖЬ и снова нажмите клавишу <F9>.

    При каждом нажатии клавиши <F9> выполняется одна итерация и вычисляется следующее приближенное значение *x*.
17. Нажимайте клавишу <F9> до тех пор, пока значение *x* не достигнет необходимой точности.

    Точность полученного приближенного значения *x* проверяется путем его сравнения со значением *f* (*x*); разность между ними отображается в ячейке B9. К этому моменту рабочий лист должен выглядеть так, как на рис. 9.2. Значение *x*, являющееся корнем уравнения, приведено в ячейках B6 и B7.

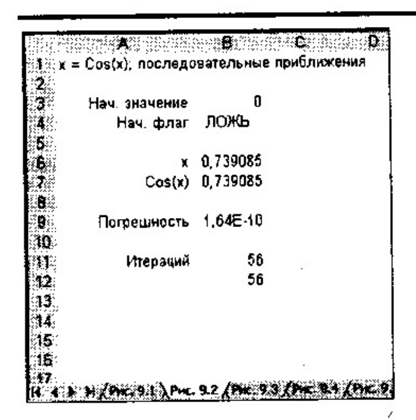


Рис. 9.2. Применение метода последовательных приближений для решения уравнения *Cos(x)* = x

Если бы итерационный процесс для данной формы уравнения оказался расходящимся, это уравнение следовало бы переписать в эквивалентной форме (для арккосинуса) и попробовать решить заново:

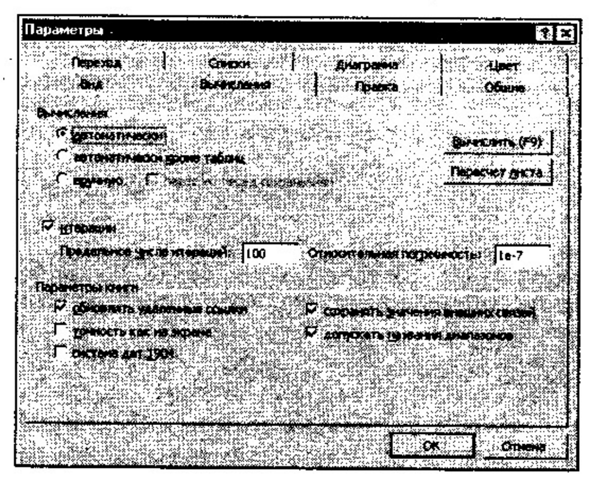
$x = \text{Cos}^{-1}(x)$

Отслеживание значений *x* и прекращение вычислений после достижения нужной точности может выполняться в Excel автоматически. Для демонстрации этой возможности изменим наш пример так, чтобы вместо непосредственного наблюдения за изменением приближенных значений *x* воспользоваться критерием остановки итераций. Для начала очистите ячейки A9:B12, поскольку их значения с каждой итерацией постоянно изменяются, что не позволяет критерию остановки корректно сработать.

Затем выберите количество итераций и критерий остановки на вкладке Вычисления диалогового окна Сервис ➤ Параметры.

1. Скопируйте лист Рис. 9.2, и назовите его Рис. 9.3.
2. Удалите содержимое ячеек A9:B12.
3. Выберите команду Сервис ➤ Параметры, откройте вкладку Вычисления, и установите значение поля Предельное число итераций равным 100, а поля Относительная погрешность — равным **1.0E-7**. Включите режим Автоматически в группе Производить пересчет и щелкните на кнопке OK.

Инициализируйте вычисления путем ввода значения ИСТИНА в ячейку B4 и пересчета листа. Запустите процесс последовательных приближений путем ввода в ячейку B4 значения ЛОЖЬ. Лист будет пересчитываться до тех пор, пока максимальное относительное изменение значения любой ячейки не станет меньше 1.0×10^{-7}, как показано на рис. 9.3.



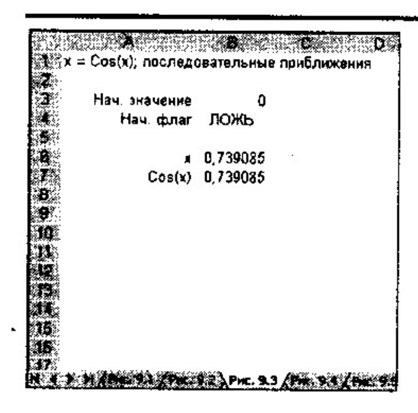


Рис. 9.3. Реализация метода последовательных приближений с автоматическим контролем точности



Примечание

Если процесс сходится медленно, предельное количество итераций (100), заданное на вкладке **Вычисления** окна **Сервис ➤ Параметры**, будет достигнуто раньше, чем заданная точность. В этом случае нажмите клавишу <F9> (на Macintosh <Cmd+=>) для выполнения еще ста итераций. Повторяйте эту процедуру столько раз, сколько необходимо.

Метод нижней релаксации

Многие функции характеризуются столь сильной нелинейностью, что простейший метод последовательных приближений для нахождения их корней сходится очень плохо или вообще не сходится. Такого рода нелинейность обычно возникает из-за наличия на кривой вблизи корня точек перегиба, так что значение корня x_i на каждой итерации осциллирует вокруг точного решения, не приближаясь к нему.



Примечание

Точка перегиба — это точка гладкой кривой, в которой ее кривизна (вторая производная) меняет знак.

Одним из путей решения этой проблемы является уменьшение разницы между последовательными приближениями на дробный множитель c. Этот метод известен под названием метода нижней релаксации. С его применением последовательные приближения корня x вычисляются следующим образом:

x_0 = начальное приближение

$$x_1 = x_0 + c\Delta x_0$$

$$x_2 = x_1 + c\Delta x_1$$

$$\vdots$$

$$x_n = x_{n-1} + c\Delta x_{n-1}$$

Здесь $\Delta x_n = f(x_n) - x_n$ — погрешность x на очередной итерации, а c — коэффициент релаксации ($0 < c < 1$). При $c = 1$ метод нижней релаксации совпадает с обычным методом последовательных приближений, а при $c > 1$ называется методом верхней релаксации, который используется для ускорения сходимости плохо сходящихся итерационных процессов. Подставляя значение Δx_n в уравнение для x_n, получим расчетное уравнение данного варианта метода последовательных приближений:

$$x_n = cf(x_{n-1}) + (1 - c)x_{n-1}$$

Метод верхней релаксации

Если значение коэффициента релаксации больше 1 ($c > 1$), метод последовательных приближений называется методом верхней релаксации. Его применение нередко ускоряет сходимость плохо сходящихся процессов. Если задача медленно решается методом нижней релаксации, попробуйте метод верхней релаксации со значением c между 1 и 2. Для значений c, больших 2, вычислительный процесс практически всегда неустойчив.

Проделайте несколько итераций и посмотрите, сходится ли процесс к решению. Если нет, уменьшайте значение c и пробуйте снова до тех пор, пока процесс не начнет сходиться.

Наиболее эффективную сходимость дает верхний предел множества коэффициентов c, при которых процесс сходится. В процессе вычислений этот коэффициент не обязан оставаться постоянным, поскольку окончательное решение от него не зависит — изменение коэффициента релаксации приводит не к изменению решения, а только лишь к изменению скорости сходимости итераций.

После нахождения корня $f(x_{n-1}) = x_{n-1}$ уравнение для приближенного значения принимает вид $x_n = x_{n-1} = f(x_{n-1})$ и перестает зависеть от коэффициента релаксации c. Для ускорения сходимости в процессе итераций этот коэффициент можно менять так часто, как это необходимо.

Температура электронного газа в GaAs

Температура электронного газа в арсениде галлия GaAs, ускоряемого электрическим полем, определяется путем совместного решения уравнений сохранения энергии и импульса. Решение осложняется наличием в арсениде галлия двух зон проводимости, в одной из которых подвижность электроиов выше, чем в другой. Разрешающее уравнение получается в следующем виде:

$$Te = T + \left(\frac{2}{3}\right)\frac{\tau q E^2 \mu}{k}\left(1 + R\,\mathrm{e}^{-\varepsilon/(kTe)}\right)^{-1}$$

Здесь введены обозначения:

T_e — температура электронного газа;

T — абсолютная температура окружающей среды (300 K);

τ — среднее время релаксации энергии электронов в кристаллической решетке (10^{-12} с);

q — заряд электрона (1.6×10^{-19} Кл);

E — напряженность электрического поля;

k — постоянная Планка (1.38×10^{-23} Дж/К);

μ — электропроводность в иижней зоне (0.85 м^2/В-с);

ε — разность энергий верхней и нижней зон проводимости (0.31 эВ);

R — коэффициент распределения электронов по зонам проводимости (94.1).

Это уравнение уже записано в форме, готовой для применения метода последовательных приближений. Испробуем метод на значениях напряженности электрического поля от 10^2 до 10^8 В/м.

1. Откройте новый лист и назовите его Рис. 9.4.
2. Выберите команду Сервис ➤ Параметры, откройте вкладку Вычисления, включите режим Итерации, установите значение поля Предельное число итераций равным **1** и включите режим Вручную в группе Производить пересчет. Щелкните на кнопке ОК.
3. Установите ширину столбца С равной 10.
4. В ячейку А1 введите строку **Температура электронного газа в GaAs; последовательиые прпближения**.

   Далее следует создать таблицу коэффициентов уравнения.

5. Введите в ячейки A3:F5 следующие значения:

Ячейка	Значение	Ячейка	Значение	Ячейка	Значение
A3	**Delt_E**	B3	**=0.31*Q**	C3	**Дж**
A4	**Tau**	B4	**300**	C4	**с**
A5	**U**	B5	**1.6E-19**	C5	**м²/В-с**
D3	**K**	E3	**1.38E-23**	F3	**Дж/К**
D4	**Q**	E4	**1.6E-19**	F4	**Кл**
D5	**T**	E5	**300**	F5	**К**
D6	**R**	E6	**94.1**		

6. Выровняйте значения в ячейках A3:A5 и D3:D6 по правому краю.
7. Выделите ячейки A3:B5, выберите команду Вставка ➤ Имя ➤ Создать, активизируйте переключатель В столбце слева и щелкните на кнопке ОК.
8. Выделите ячейки D3:D6, выберите команду Вставка ➤ Имя ➤ Создать, активизируйте переключатель В столбце слева и щелкните на кнопке ОК. Обратите внимание, что ячейка E6 имеет имя R_.

   Следующий шаг — создание таблицы из начального значения и флага инициализации.

9. Введите в ячейку A7 строку **Нач. значение**.
10. Введите в ячейку C7 значение **300**.
11. Введнте в ячейку A8 строку **Нач. флаг**.
12. Введите в ячейку C8 значение **ИСТИНА**.
13. Присвойте ячейкам C7 и C8 имена **НАЧ_ЗН2** и **НАЧ2**.

    Далее необходимо указать список значений напряженности электрического поля, для которых будет решаться уравнение.

14. Заполните ячейки E8:E16 следующими значениями:

Ячейка	Значение	Ячейка	Значение	Ячейка	Значение
E8	**E**	E11	**1E3**	E14	**1E6**
E9	**(В/м)**	E12	**1E4**	E15	**1E7**
E10	**1E2**	E13	**1E5**	E16	**1E8**

15. Выровняйте значения в ячейках E8 и E9 по центру.

В столбце F будет выполняться проверка значения флага инициализации. При инициализации листа используется начальное приближение к решению, в противном случае — функция из столбца E. В столбце G вычисляется значение искомой функции.

16. Заполните следующие ячейки приведенными значениями и выровняйте их по центру:

Ячейка	Значение	Ячейка	Значение
F8	**Te**	G8	**f(Te)**
F9	**(K)**	G9	**(K)**

17. В ячейку F10 введите формулу **=ЕСЛИ(НАЧ2,НАЧ_ЗН2,G10)** и скопируйте ее в ячейки F11:F16.
18. В ячейку G10 введите формулу

    =T+(2/3)*Tau*Q*E10^2*U/(K*(1+R*EXP(-Delt_E/(K*F10))))

    и скопируйте ее в ячейки G11:G16.
19. Выберите для ячеек E10:E16 экспоненциальный формат с одной цифрой после запятой.
20. Выберите для ячеек F10:G16 экспоненциальный формат с двумя цифрами после запятой.
21. Отключите линии сетки.

Для расчета по данному листу установите флаг инициализации в ячейке F8 равным **ИСТИНА** и нажмите клавишу <F9> (Вычислить; на компьютерах Macintosh это клавиши <Cmd+=>). После каждого нажатия этой клавиши лист пересчитывается заново. К этому моменту рабочий лист должен выглядеть так, как на рис. 9.4.

После примерно пяти итераций все уравнения, кроме пятого, сходятся к решению, тогда как при напряженности электрического поля, равной 10^6 В/м, температура колеблется между значениями 6.76×10^3 и 4.17×10^2 K. Причина этой проблемы видна из графика зависимости $f(Te)$ от Te, показанного на рис. 9.5. График функции имеет два пологих участка, разделенных точкой перегиба, между которыми и колеблется решение. Обратите внимание, что абсолютная величина производной слева от точки пересечения превосходит 1, что является нарушением нашего условия сходимости.

Для решения этой проблемы вычисления необходимо вести в непосредственной близости от решения. Следует прибегнуть к методу нижней релаксации, чтобы уменьшить длину стрелок на рис. 9.5 и привести процесс в нужную область.

1. Скопируйте лист Рис. 9.4, и назовите его Рис. 9.6.
2. Исправьте строку в ячейке A1 на строку **Температура электронного газа в GaAs; нижняя релаксация**.

   Введите коэффициент релаксации, равный 0.5, и вычислите значения *Te* по уравнениям метода нижней релаксации.
3. В ячейку A9 введите строку **Коэф-т релаксации**.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Температура электронного газа в GaAs; последовательные приближения						
2							
3	Delt_E	4,96E-20	Дж	K	1,38E-23	Дж/K	
4	Tau	1,00E-12	c	Q	1,60E-19	Кл	
5	U	0,85	м2/В-с	T	300	K	
6				R	94,1		
7	Нач. значение		300				
8	Нач. флаг		ЛОЖЬ		E	Te	f(Te)
9					(В/м)	(K)	(K)
10					1,0E+02	3,00E+02	3,00E+02
11					1,0E+03	3,00E+02	3,00E+02
12					1,0E+04	3,01E+02	3,01E+02
13					1,0E+05	3,65E+02	3,65E+02
14					1,0E+06	6,76E+03	4,17E+02
15					1,0E+07	1,01E+04	1,01E+04
16					1,0E+08	6,95E+05	6,95E+05
17							

Рис. 9.1 / Рис. 9.2 / Рис. 9.3 / Рис. 9.4 / Рис. 9.5 / Рис. 9.6

Рис. 9.4. Температура электронного газа в GaAs; метод последовательных приближений

4. Введите в ячейку C9 значение **0.5**.
5. Присвойте ячейке C9 имя **C_**.
6. Измените содержимое ячейки G8 на **C*f(Te)+(1-C)*Te**.
7. Измените содержимое ячеек G10:G16 на следующее:
=C_*(T+(2/3)*Tau*Q*E10^2*U/(K*(1+R_*EXP(-Delt_E/(K*F10)))))+(1-C_)*F10

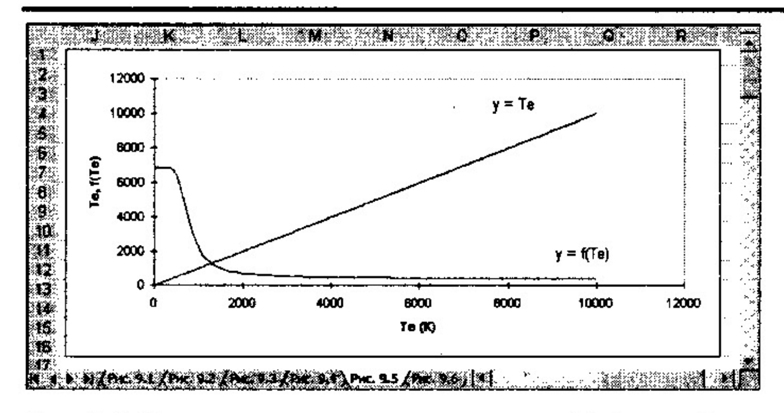


Рис. 9.5. Температура электронного газа в GaAs: график зависимости f *(Te)* от Te при напряженности поля 10^6 В/м, демонстрирующий причину расходимости процесса последовательных приближений

В этом случае вычислительный процесс весьма быстро сойдется к решению для всех значений напряженности электрического поля, как показано на рис. 9.6. Причиной улучшения сходимости является введение коэффициента релаксации, который уменьшает приращение решения на каждом шаге итерации.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Температура электронного газа в GaAs; нижняя релаксация						
2							
3	Delt_E	4,96E-20	Дж	K	1,38E-23	Дж/K	
4	Tau	1,00E-12	с	Q	1,60E-19	Кл	
5	U	0,85	м2/В-с	T	300	K	
6				R	94,1		
7	Нач. значение		300				
8	Нач. флаг		ЛОЖЬ		E	Te	C*f(Te)+(1-C)*Te
9	Коэф-т релаксации		0,5		(В/м)	(K)	(K)
10					1,0E+02	3,00E+02	3,00E+02
11					1,0E+03	3,00E+02	3,00E+02
12					1,0E+04	3,01E+02	3,01E+02
13					1,0E+05	3,65E+02	3,65E+02
14					1,0E+06	1,28E+03	1,28E+03
15					1,0E+07	1,01E+04	1,01E+04
16					1,0E+08	6,95E+05	6,95E+05
17							

Рис. 9.2 / Рис. 9.3 / Рис. 9.4 / Рис. 9.5 / Рис. 9.6 / Рис. 9.7

Рис. 9.6. Температура электронного газа в GaAs; метод нижней релаксации



Примечание

Хотя для различных задач применяются различные коэффициенты релаксации, но, как правило, значение этого коэффициента между 0.1 и 0.9 практически всегда обеспечивает сходимость, если ее не наблюдалось при значении 1. Как уже упоминалось, некоторые задачи сходятся быстрее при значении коэффициента релаксации, большем 1.

Метод Ньютона

Никакое изложение численных методов решения нелинейных уравнений не может быть полным без метода Ньютона, или метода касательных. Методы, рассмотренные в этой главе ранее, имеют первый порядок сходимости к корням уравнений, тогда как метод Ньютона является методом второго порядка, и тем самым позволяет добиться большей точности за меньшее число итераций. Однако для реализации метода Ньютона необходимо уметь вычислять производную функции, входящей в уравнение, аналитически или численно.

Для применения метода Ньютона вначале перепишем уравнение в неявной форме:

$$g(x) = 0$$

Затем вычислим производную функции, стоящей в левой части уравнения:

$$g'(x) = \frac{dg(x)}{dx}$$

Прибавим к обеим частям функции переменную x и выполним итерации по методу последовательных приближений:

x_0 = нулевое приближение

$$x_1 = x_0 - \frac{g(x_0)}{g'(x_0)}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{g(x_1)}{g'(x_1)}$$

$$\vdots$$

$$x_n = x_{n-1} - \frac{g(x_{n-1})}{g'(x_{n-1})}$$

Примечание

Основным недостатком метода Ньютона является необходимость вычисления производной. Хотя оно обычно выполняется достаточно стандартно, выражение может получиться громоздким. Если производную трудно вычислить аналитически, можно воспользоваться численными формулами центральных разностей, изученными в главе 8.

Модифицируем рассмотренный ранее пример, решив его методом Ньютона вместо метода нижней релаксации. Для температуры электронного газа в GaAs функция левой части уравнения и ее производная выглядят следующим образом:

$$g(Te) = T - Te + \left(\frac{2}{3}\right)\frac{\tau q E^2 \mu}{k}\left(1 + R\,\mathrm{e}^{-\varepsilon/(kTe)}\right)^{-1}$$

$$g'(Te) = -1 - \left(\frac{2}{3}\right)\frac{\tau q E^2 \mu \varepsilon R\,\mathrm{e}^{-\varepsilon/(kTe)}}{k^2 Te^2}\left(1 + R\,\mathrm{e}^{-\varepsilon/(kTe)}\right)^{-2}$$

1. Скопируйте предыдущий рабочий лист и присвойте ему имя Рис. 9.7.
2. Измените заголовок в ячейке A1 на **Температура электронного газа в GaAs; метод Ньютона**.
3. Очистите ячейки A9:C9.

Теперь заменим уравнение метода нижней релаксации уравнением метода Ньютона.

4. Введите в ячейку G8 выражение **Te-g(Te)/g'(Te)**.
5. Введите в ячейку G10 следующую формулу:

```
=F10-(T-F10+(2/3)*Tau*Q*E10^2*U/(K*(1+R_
    *EXP(-Delt_E/(K*F10)))))/(-1-(2/3)*Tau*Q*E10^2
    *U*Delt_E*R_*EXP(-Delt_E/(K*F10))/((K*F10)^2
    *(1+R_*EXP(-Delt_E/(K*F10)))^2))
```

и скопируйте ее в ячейки G11:G16.

К этому моменту рабочий лист должен выглядеть так, как на рис. 9.7. Он обрабатывается точно так же, как и в предыдущих примерах. Установите значение флага инициализации равным **ИСТИНА** и нажмите клавишу <F9>. Затем измените его значение на **ЛОЖЬ** и снова нажмите клавишу <F9>. При каждом нажатии этой клавиши выполняется одна итерация.

Данный метод сходится значительно быстрее, чем описанные ранее. Так, для вычисления корня с точностью в три цифры после запятой методом нижней релаксации потребовалось 16 итераций, тогда как с применением метода Ньютона на это понадобилось всего 4 итерации. Метод простых последовательных приближений дает решение с той же точностью за пять итераций для всех уравнений, кроме одного, но для этого одного итерационный процесс вообще не сходится.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Температура электронного газа в GaAs; метод Ньютона								
2									
3	Delt_E	4,96E-20	Дж	K	1,38E-23	Дж/К			
4	Tau	1,00E-12	с	Q	1,60E-19	Кл			
5	U	0,85	м2/В-с	T	300	К			
6				R	94,1				
7	Нач. значение		300						
8	Нач. флаг		ЛОЖЬ		E	Te	Te-g(Te)/g'(Te)		
9					(В/м)	(К)	(К)		
10					1,0E+02	3,00E+02	3,00E+02		
11					1,0E+03	3,00E+02	3,00E+02		
12					1,0E+04	3,01E+02	3,01E+02		
13					1,0E+05	3,65E+02	3,65E+02		
14					1,0E+06	1,28E+03	1,28E+03		
15					1,0E+07	1,01E+04	1,01E+04		
16					1,0E+08	6,95E+05	6,95E+05		
17									

Рис. 9.3 / Рис. 9.4 / Рис. 9.5 / Рис. 9.6 / Рис. 9.7 / Рис. 9.8

Рис. 9.7. Температура электронного газа в GaAs; метод Ньютона

Использование модуля поиска решения

Для управления решением нелинейных уравнений можно использовать модуль поиска решения Excel. Работа этого модуля организована следующим образом. Он "угадывает" пробное решение, подставляет его для проверки в уравнение и использует результат для подбора следующего пробного решения. Поскольку модулю поиска решения требуется целевое значение, вначале необходимо перенести все члены уравнения в правую часть, чтобы результат, или целевое значение, стал равным нулю.

1. Скопируйте лист Рис. 9.4 и присвойте копии имя Рис. 9.8.
2. Выделите ячейки A7:C8 и очистите их командой Правка ➤ Очистить.
3. Выберите команду Сервис ➤ Параметры и откройте вкладку Вычисления. Включите режим Автоматически в группе Производить пересчет и отключите режим Итерации, сняв отметку с его переключателя.

4. Измените заголовок в ячейке A1 на **Температура электронного газа в GaAs; модуль поиска решения**.
5. Введите в ячейки F10:F16 значение **300**.
6. Введите в ячейку G10 следующую формулу:

   =T+(2/3)*Tau*Q*E10^2*U/(K*(1+R_*EXP(-Delt_E/(K*F10))))-F10

   и скопируйте ее в ячейки G11:G16.

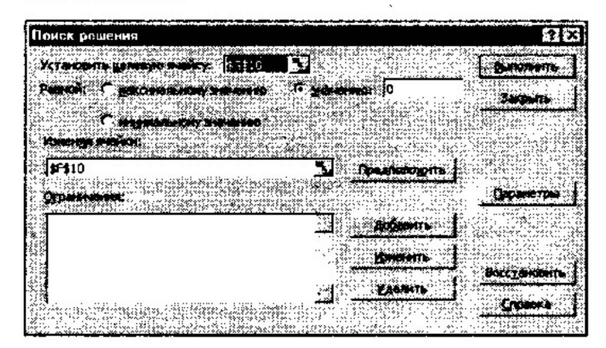
Поскольку необходимо найти решения семи различных уравнений, применим модуль поиска решения к каждому из них по отдельности.



Примечание

В принципе, можно объединить решения уравнений в одну ячейку и использовать ее как общее целевое значение для модуля поиска решения, хотя это не всегда срабатывает. Для объединения уравнений возьмите абсолютное значение каждого решения, чтобы они не уничтожались взаимно, и сложите их. Это значение и будет целевым, — если оно равно нулю, результаты вычисления по всем формулам также равны нулю, и решение получено.

7. Выберите команду Сервис ➤ Поиск решения. В открывшемся диалоговом окне введите строку $G$10 в поле Установить целевую ячейку, включите переключатель Значению в группе Равной и введите в соответствующее поле значение 0. Введите в поле Изменяя ячейки строку $F$10. Щелкните на кнопке Выполнить и ожидайте, пока решение будет найдено.





Примечание

Модуль поиска решения может исчерпать заданное количество итераций, прежде чем будет найдено достаточно точное решение. В этом случае для получения ответа необходимо запустить модуль несколько раз.

8. Найдите решения оставшихся шести уравнений с помощью модуля поиска решения, изменив значения в полях Установить целевую ячейку и Изменяя ячейки.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Температура электронного газа в GaAs, модуль поиска решения								
2									
3	Delt_E	4,96E-20	Дж	K	1,38E-23	Дж/К			
4	Tau	1,00E-12	с	Q	1,60E-19	Кл			
5	U	0,85	м2/В-с	T	300	K			
6				R	94,1				
7									
8					E	Te	f(Te)		
9					(В/м)	(K)	(K)		
10					1,0E+02	3,00E+02	0,00E+00		
11					1,0E+03	3,00E+02	0,00E+00		
12					1,0E+04	3,01E+02	0,00E+00		
13					1,0E+05	3,65E+02	8,75E-07		
14					1,0E+06	1,28E+03	-5,54E-04		
15					1,0E+07	1,01E+04	-1,07E-08		
16					1,0E+08	6,95E+05	0,00E+00		
17									

Рис. 9.4 / Рис. 9.5 / Рис. 9.6 / Рис. 9.7 / Рис. 9.8

Рис. 9.8. Температура электронного газа в GaAs; модуль поиска решения

Рабочий лист должен выглядеть так, как на рис. 9.8. Для нескольких уравнений модуль поиска решения может работать довольно долго, поскольку он разыскивает решение поочередно для каждого из них. Теоретически возможно объединить несколько уравнений таким образом, чтобы модуль решал их вместе, но это не всегда срабатывает, тогда как для одного уравнения модуль легко настраивается и работает достаточно быстро. Для повторного применения метода внесите в ячейки F10:F16 и выберите команду Поиск решения.



Примечание

Если модуль поиска решения испытывает затруднение с нахождением корня, можно наложить на значения ячеек дополнительные ограничения, которые бы удерживали их в непосредственной близости от решения. Это полезно сделать и в том случае, когда уравнение имеет несколько решений, а разыскивается только одно из них, находящееся в определенном диапазоне.

Резюме

В этой главе были изучены четыре различных метода решения нелинейных уравнений с помощью электронных таблиц Excel: метод последовательных приближений, методы верхней и нижней релаксации, метод Ньютона и применение модуля поиска решения. Первые два метода пригодны для решения практически всех задач подобного рода, особенно в тех случаях, когда одновременно необходимо решить много уравнений. Метод Ньютона хорош для ускорения решения большого количества уравнений, а модуль поиска решения — для нахождения корней одного уравнения или небольшого количества несложных уравнений.

Дополнительная литература

Численные методы решения нелинейных уравнений

C.Gerald, *Applied Numerical Analysis*, 2nd ed. (Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1978).

W.H.Press, B.P.Flannery, S.A.Teukolsky, W.T.Vetterling, *Numerical Recipes; The Art of Scientific Computing* (Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1986).

Бахвалов Н.С., *Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения)*, М: Наука, 1973.

Островский А.М., *Решение уравнений и систем уравнений*, ИЛ, 1963.

Температура электронного газа в GaAs

S.M.Sze, *Physics of Semiconductor Devices*, 2nd ed. (New York: John Wiley & Sons, 1981), p.647.

Зегер К. *Физика полупроводников.* // Пер. с англ. Р. Бразиса и др., под ред. Ю.К. Пожелы. М.: Мир, 1977.

Кесаманлы Ф.П., Наследов Д.Н. и др. *Арсенид галлия. Получение, свойства и применение.* М.: Наука, 1973.

Обзорные задачи

1. Используя метод последовательных приближений, найти нетривиальные решения ($x \neq 0$) следующего уравнения:

   $$x = \tan(0.805x) \qquad x \neq 0$$

2. Решить задачу 1 с помощью метода верхней релаксации и сравнить количество итераций, необходимое в каждом из методов для получения решения одной и той же точности.
3. Плотность тока в барьерном диоде Шоттки зависит от температуры следующим образом:

   $$J = AT^2\, e^{\left(\frac{B}{T}\right)},$$

   где
   $A = 3.8 \times 10^{-10}$ А/см^2-К^2
   $B = 1.7 \times 10^3$ К
   Методом последовательных приближений или, при необходимости, нижней релаксации найдите температуру, соответствующую плотности тока $J = 10^{-2}$ А/см^2.
4. Разрешающее уравнение для простейшей электрической цепи, состоящей из сопротивления R и конденсатора емкостью C, последовательно соединенных с источником тока, напряжение на котором равно V, выглядит следующим образом:

$$q = CV\left(1 - e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)}\right),$$

где q — заряд конденсатора, а t — время. Найти емкость конденсатора, необходимую для накопления заряда $q = 10^{-5}$ Кл за время $t = 4 \times 10^{-3}$ с, методом последовательных приближений и нижней релаксации. Напряжение на источнике равно $V = 10$ В, сопротивление $R = 2000$ Ом.

5. Энергетический уровень Ферми в полупроводнике n-типа определяется из решения следующего уравнения:

$$N_c\, e^{-\left(\frac{E_c - E_f}{KT}\right)} = \frac{N_d}{1 + 2\, e^{\left(\frac{E_f - E_d}{KT}\right)}} + N_v\, e^{\left(\frac{E_v - E_f}{KT}\right)},$$

где:

N_c — плотность состояний в зоне проводимости = 10^{19} см$^{-3}$;
N_v — плотность состояний в пограничной зоне = 10^{19} см$^{-3}$;
N_d — плотность донорных состояний = 10^{16} см$^{-3}$;
E_c — энергия зоны проводимости = 1.1 эВ;
E_d — энергия донорного уровня = 1.05 эВ;
E_v — энергия пограничной зоны = 0 эВ;
KT = 0.0259 эВ.

Найти значение уровня Ферми методом последовательных приближений с нижней или верхней релаксацией.

6. При проектировании фотоэлектрического преобразователя (солнечной батареи) с максимальным коэффициентом полезного действия по энергоотдаче необходимо решить следующее уравнение, определяющее оптимальное рабочее напряжение:

$$\left(1 + \frac{eV}{KT}\right) e^{\left(\frac{eV}{KT}\right)} = 1 + \frac{J_s}{J_0},$$

при $T = 300$ К ($KT/e = 0.0259$ В) и $J_s/J_o = 2 \times 10^{10}$ (отношение плотности тока короткого замыкания к плотности тока насыщения). Найти оптимальное напряжение, используя модуль поиска решения.

7. Методом Ньютона найти значение x, являющееся решением следующего уравнения:

$$3.54 = 2 + 0.3x + 0.07x^2 + 0.004x^3$$

8. Методом Ньютона найти три различных решения следующего уравнения относительно x:

$$27.6 = 14.7x^2 e^{-0.386x}$$

9. Решить задачу 4 методом Ньютона.
10. Решить задачу 6 методом Ньютона.

Упражнения

1. Выполните упражнение рис. 9.2 без итераций. Выпишите явные формулы для последовательных приближений в нескольких последовательных ячейках, как показано ниже:

   x_0 = начальное приближение

   $x_1 = \mathrm{Cos}(x_0)$

   $x_2 = \mathrm{Cos}(x_1)$

   $\vdots$

   $x_n = \mathrm{Cos}(x_{n-1})$

   Проверьте сходимость последовательных приближений к решению. Начертите график зависимости результата от n.
2. Добавьте в пример рис. 9.2 процедуру Visual Basic и кнопку для инициализации задачи и вычисления первого приближения. Добавьте вторую кнопку и процедуру для отображения диалогового окна с запросом на количество итераций и последующего выполнения этих итераций.
3. Методом последовательных приближений решите уравнение размножения биологической популяции:

   $$P_{n+1} = kP_n(1 - P_n),$$

   которое связывает численность популяции особей в (n+1)-м поколении с ее численностью в n-м поколении в зависимости от коэффициента k. Коэффициент k описывает такие факторы, как наличие пищи, условия существования и плодовитость особей популяции. Найдите решение уравнения для значений k от 0.4 до 0.5 с начальным значением для P, равным 0.5. Для некоторых k значение P остается постоянным, тогда как для определенных значений этого коэффициента решение осциллирует совершенно хаотическим образом. Уравнения такого типа и их решения лежат в основе исследования динамики детерминированного хаоса.
4. Сопротивление R_T термометра на платиновом резисторе, работающего при температурах менее 660°C, описывается следующим уравнением:

   $$R_T = R_{20}(1 + \alpha(T - 20) + \beta(T - 20)^2),$$

   где $\alpha = 3.6 \times 10^{-3}\ \mathrm{K}^{-1}$, $\beta = -16.0 \times 10^{-7}\ \mathrm{K}^{-2}$, R_{20} — сопротивление резистора при комнатной температуре (20°C), а T — температура в градусах Цельсия. Определить температуру методом последовательных приближений (при необходимости с верхней или нижней релаксацией) при R_{20} = 21.3 Ом и R_T = 28.2 Ом.
5. Выполните упражнение 4 с использованием метода Ньютона.
6. Решите задачу 5 из предыдущего раздела методом Ньютона.

7. Методом последовательных приближений найдите решение следующего уравнения:

   $0 = \mathrm{Sin}(ax) + \mathrm{Cos}(bx) - x$,

   где $a = \pi/4$ и $b = \pi/8$.
8. Методом Ньютона решите следующее уравнение:

   $7721 = 245 + 718x + 29x^2 + 3x^3$
9. Решите задачу 5 из предыдущего раздела, используя метод Ньютона с центральной разностью вместо производной.
10. Напишите на языке Visual Basic программу автоматического применения модуля поиска решения к набору уравнений наподобие того, что показан на рис. 9.8.

Глава 10

Решение систем уравнений

В этой главе...

- ✓ **Матричные методы для решения систем линейных уравнений**
- ✓ **Итерационный метод Гаусса-Зейделя для решения линейных и нелинейных уравнений**
- ✓ **Методы верхней и нижней релаксации для систем линейных и нелинейных уравнений**
- ✓ **Использование модуля поиска решения для решения связанных уравнений**

Моделирование взаимосвязанных процессов в физике и технике нередко сводится к решению систем уравнений. Примерами задач, приводящих к системам уравнений, могут служить дискретные аналоги уравнений в частных производных, установившиеся потенциалы в электрических сетях, уравнения концентрации массы для взаимосвязанных (спаренных) химических реакций. Большинство подобных процессов описывается системами линейных уравнений, для которых развиты мощные вычислительные методы. Если уравнения являются нелинейными, то для их решения обычно используются методы релаксации, хотя для них нередко бывает трудно добиться достаточно хорошей сходимости.

Примечание

Набор чисел называется решением системы уравнений, если он удовлетворяет одновременно всем уравнениям системы. Если все уравнения системы независимы друг от друга, решение системы ничем не сложнее решения отдельного уравнения, однако, как правило, уравнения, входящие в систему, связаны между собой, что делает их решение более сложной задачей.

Решение систем линейных уравнений

Большинство встречающихся на практике вычислительных задач сводится к решению систем линейных уравнений. Это большая удача, поскольку такие системы решаются достаточно просто. Большая их часть поддается решению встроенными матричными функциями Excel, поддерживаюшими обращение и умножение матриц размерностью до 60.



Примечание

Физические задачи сводятся к системам линейных уравнений, как правило, не благодаря какому-нибудь общему физическому закону, а ввиду упрощения математических моделей реальных процессов. При замене исследуемой физической системы ее математической моделью область определения решения разбивается на достаточно мелкие фрагменты, внутри каждого из которых функции, описывающие поведение системы, аппроксимируются линейными функциями. В результате получается система линейных уравнений, соответствующих каждому из фрагментов области.

В электронных таблицах легко реализуются также итерационный метод Гаусса-Зейделя и метод верхней и нижней релаксации, которые применимы к решению как линейных, так и нелинейных систем. Метод Гаусса-Зейделя представляет собой многомерную векторно-матричную форму метода последовательных приближений, рассмотренного в предыдущей главе для скалярных уравнений. Аналогично, методы верхней и нижней релаксации являются векторными аналогами скалярных методов, описанных в предыдущей главе.

Матричные методы

Легче всего в Excel реализуются матричные методы решения систем линейных уравнений. Для их применения систему необходимо записать в матричной форме:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$$

Здесь **A** — матрица коэффициентов, **x** — вектор неизвестных, а **b** — вектор правой части уравнений. Для решения этого матричного уравнения обе его части умножаются на матрицу, обратную к **A**:

$$\mathbf{A}^{-1}\mathbf{Ax} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$$

По определению, произведение матрицы на обратную к ней дает единичную матрицу, а произведение единичной матрицы на любой вектор равно этому же вектору, поэтому предыдущее уравнение преобразуется к следующему виду:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$$

Это и есть решение системы уравнений. Хотя в абстрактном виде все выглядит очень просто, нахождение обратной матрицы — задача достаточно нетривиальная. К счастью, в Excel есть для этого встроенная функция МОБР().

Краткая справка по матричной алгебре

Вкратце напомним основные правила матричной алгебры — действия с числовыми матрицами и векторами.

Чтобы умножить одну квадратную матрицу на другую, для вычисления каждого элемента результата с индексами (m,n) берется m-я строка из левой матрицы и n-й столбец из правой, все элементы строки умножаются на соответствующие по порядку элементы столбца, и результаты умножения складываются:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \begin{vmatrix} j & k & l \\ m & n & o \\ p & q & r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} aj+bm+cp & ak+bn+cq & al+bo+cr \\ dj+em+fp & dk+en+fq & dl+eo+fr \\ gj+hm+ip & gk+hn+iq & gl+ho+ir \end{vmatrix}$$

Произведение матрицы на вектор — это, по сути, произведение квадратной или прямоугольной матрицы на матрицу, состоящую из одного столбца:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \begin{vmatrix} j \\ k \\ l \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} aj+bk+cl \\ dj+ek+fl \\ gj+hk+il \end{vmatrix}$$

Матрица, обратная к данной матрице — это, по определению, матрица, в результате умножения которой на данную получается единичная матрица, то есть такая квадратная матрица, на диагонали которой стоят единицы, а на всех остальных местах — нули:

$$\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A} = \mathbf{I} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{vmatrix}$$

Умножение единичной матрицы на любую матрицу или вектор дает в результате ту же матрицу или вектор, что аналогично умножению любого числа на единицу:

$$\mathbf{Ix} = \mathbf{x}$$

Матрица называется вырожденной, если какая-либо из ее строк является линейной комбинацией других строк. Вырожденная матрица не содержит достаточной информации для решения соответствующей линейной системы. Матрица вырождена тогда и только тогда, когда ее определитель равен нулю.

Система из трех уравнений с тремя неизвестными

В качестве примера рассмотрим следующую систему линейных уравнений:

$-8\,x_1 + x_2 + 2\,x_3 = 0$

$5\,x_1 + 7\,x_2 - 3\,x_3 = 10$

$2\,x_1 + x_2 - 2\,x_3 = -2$

Она имеет решение $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$. В матричной форме эти уравнения записываются следующим образом:

$$\begin{vmatrix} -8 & 1 & 2 \\ 5 & 7 & -3 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 10 \\ -2 \end{vmatrix}$$

Такую систему можно с легкостью решить на листе электронной таблицы. Для этого проделайте следующее.

1. Создайте новый лист и присвойте ему имя Рис.10.1.
2. В ячейке A1 введите **Решение систем уравнений; обращение матрицы**.
3. В ячейке B3 введите **Ax = b**.

   Теперь введите матрицу коэффициентов **A** и вектор правой части **b**:
4. В ячейке A5 введите **Исходная матрица (A)**.
5. В ячейках A6:C8 введите элементы матрицы **A**:

Ячейка	Значение	Ячейка	Значение	Ячейка	Значение
A6	**-8**	B6	**1**	C6	**2**
A7	**5**	B7	**7**	C7	**-3**
A8	**2**	B8	**1**	C8	**-2**

6. В ячейке E5 введите **Правая часть (b)**.
7. В ячейках E6:E8 введите компоненты вектора правой части:

Ячейка	Значение	Ячейка	Значение	Ячейка	Значение
E6	**0**	E7	**10**	E8	**-2**

Далее необходимо обратить матрицу **A** и умножить вектор **b** на матрицу, обратную к **A**. Применяемая для этого функция МОБР возвращает массив значений, который вставляется сразу в целый столбец ячеек:

8. В ячейке A10 введите **Обратная матрица (1/A)**.
9. Выделите ячейки A11:C13, введите следующее:

   =МОБР(A6:C8)

   и нажмите клавиши <Ctrl+Shift+Enter> (на Macintosh — <Cmd+Enter>) для вставки этой формулы во все выбранные ячейки.
10. В ячейке E10 введите **Вектор решения x = (1/A)b**.
11. Выделите ячейки E11:E13 и введите следующее:

    =МУМНОЖ(A11:C13,E6:E8),

а затем нажмите клавиши <Ctrl+Shift+Enter> (на Macintosh — <Cmd+Enter>) для вставки формулы во все выбранные ячейки.

12. Отключите отображение линий сетки и обведите ячейки контуром, как показано на рис. 10.1.

Рабочий лист к этому моменту должен выглядеть так, как на рис. 10.1. В ячейках E11–E13 должны стоять значения компонентов вектора решения x_1, x_2 и x_3.

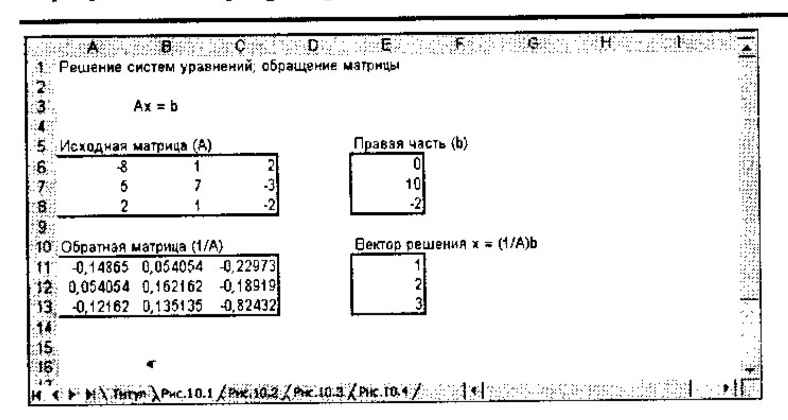


Рис. 10.1. Решение системы линейных уравнений с помощью матричных функций Excel

Итерационный метод Гаусса-Зейделя

Итерационный метод Гаусса-Зейделя представляет собой одну из форм общего метода Якоби решения систем уравнений. Это многомерная разновидность метода последовательных приближений, описанного в предыдущей главе. Для его применения необходимо разрешить все уравнения относительно одной из неизвестных, которая для каждого уравнения должна быть своей. Для уменьшения погрешности от округления лучше решать уравнения относительно неизвестных с наибольшими по модулю коэффициентами при них. Затем делается начальное предположение о решении, то есть выбирается первое приближение, которое подставляется в систему для вычисления следующего приближения. Процесс подстановки и вычисления очередных приближений продолжается до тех пор, пока не будет достигнута достаточно хорошая сходимость к решению.

В классическом методе Якоби вычисление всех компонентов очередного приближения выполняется только на основе предыдущих значений решения. Однако, поскольку компоненты вычисляются поочередно, перед вычислением очередного компонента вектора решения часть новых значений уже известна и может использоваться для вычисления остальных значений нового приближения. Использование только что вычис-

ленных компонентов очередного приближения для определения остальных компонентов, без ожидания перехода к следующей итерации, как раз и составляет сущность метода Гаусса-Зейделя.

Для применения метода Гаусса-Зейделя к нашему примеру перепишем систему в другом виде, разрешив каждое уравнение относительно одной из переменных:

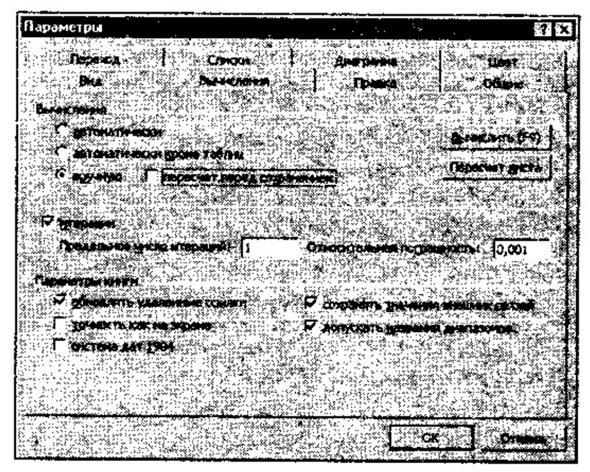
$$x_1 = \left(\tfrac{1}{8}\right)\left(x_2 + 2x_3\right)$$

$$x_2 = \left(\tfrac{1}{7}\right)\left(10 - 5x_1 + 3x_3\right)$$

$$x_3 = \left(\tfrac{1}{2}\right)\left(2 + 2x_1 + x_2\right)$$

Решим эти уравнения с применением метода Гаусса-Зейделя в электронной таблице Excel.

1. Откройте новый лист и назовите его Рис.10.2.
2. Выберите команду Сервис ➤ Параметры, откройте вкладку Вычисления и включите режим Вручную. Поставьте отметку на переключатель Итерации, введите в поле Предельное число итераций значение 1, отключите режим Пересчет перед сохранением и щелкните на кнопке OK.



3. В ячейке A1 введите **Решение систем уравнений; метод Гаусса-Зейделя**.

В таблицу необходимо добавить флаг инициализации, который бы переводил вычислительный процесс в определенное начальное состояние. Ввод значения ИСТИНА в ячейке B3 должен заставить функцию ЕСЛИ в ячейках C8:C10 возвращать начальные значения в ячейках A8:A10.

4. В ячейке A3 введите **Нач. флаг**.
5. В ячейке B3 введите **ИСТИНА**.
6. Присвойте ячейке B3 имя **НАЧЗН**.

Теперь инициализируем итерационный процесс начальным значением 0.

7. В ячейке A6 введите **Начальные**.
8. В ячейке A7 введите **значения**.
9. В ячейке A8:A10 введите **0**.

Введем в таблицу три уравнения системы. При итерировании листа ячейки с циклическими ссылками вычисляются слева направо и сверху вниз. Если поместить в ячейки столбца C формулы, использующие значения ячеек столбца B, то в столбец B будет подставляться предыдущая итерация, а при вычислении столбца C для определения нового приближения будут использоваться только старые значения. Другими словами, будет реализован итерационный метод Якоби.

Если изменить порядок вычисления и поместить в столбец B формулы, содержащие значения из столбца C, то полученное по формуле в столбце B значение будет подставляться в столбец C и тут же использоваться в следующей формуле из столбца B. Это новое значение будет использовано на текущей итерации сразу же после его вычисления, и, таким образом, будет реализован метод Гаусса-Зейделя.

10. В ячейке B6 введите **Уравнения**.
11. В ячейке B8 введите **=(C9+2*C10)/8**.
12. В ячейке B9 введите **=(10-5*C8+3*C10)/7**.
13. В ячейке B10 введите **=(46-5*C8-7*C9)/9**.

Осталось ввести в уравнения рекурсивные ссылки и проделать тест инициализации.

14. В ячейке C6 введите **Решения**.
15. В ячейке C8 введите формулу **=ЕСЛИ(НАЧЗН,A8,B8)** и скопируйте ее в ячейки C9:C10.
16. Сделайте формат ячеек B8:C10 числовым с тремя значащими десятичными цифрами.
17. Отключите отображение линий сетки и обведите ячейки контуром, как показано на рис. 10.2.

Для выполнения расчета по этому листу установите флаг инициализации равным ИСТИНА и нажмите клавишу <F9> (на Macintosh — клавиши <Cmd+=>). После инициализации листа измените значение флага инициализации на ЛОЖЬ и снова нажмите клавишу <F9> для выполнения очередной итерации. Продолжайте итерирование листа путем нажатия клавиши <F9> до тех пор, пока не будет достигнута удовлетворительная сходимость к решению. К этому моменту рабочий лист должен выглядеть так, как показано на рис. 10.2.

Если решается система, для которой итерационный процесс сходится плохо, нет необходимости нажимать клавишу <F9> много раз. Достаточно выбрать команду Сервис ➤ Параметры, открыть вкладку Вычисления и изменить значение поля Предельное число итераций на количество итераций, которое необходимо выполнять при каждом нажатии клавиши <F9> (<Cmd+=> на Macintosh).

	A	B	C	D	E
1	Решение систем уравнений; метод Гаусса-Зайделя				
2					
3	Нач.флаг	ЛОЖЬ			
4					
5					
6	Начальные	Уравнения	Решения		
7	значения				
8	0	1,000	1,000		
9	0	2,000	2,000		
10	0	3,000	3,000		
11					
12					
13					
14					
15					
16					

Титул / Рис.10.1 / Рис.10.2 / Рис.10.3 / Рис.10.4

Рис. 10.2. Решение системы линейных уравнений итерационным методом Гаусса-Зейделя

Методы верхней и нижней релаксации

Как и в случае скалярных уравнений, сходимость и устойчивость вычислительного процесса нередко можно улучшить, специальным образом выбирая величину приращения, которое получают искомые значения на каждой итерации. В методах верхней и нижней релаксации к искомому решению на каждом шаге добавляется дробная доля C_f вычисляемого приращения. Эта величина может быть как меньше, так и больше единицы; если она равна единице, метод релаксации вырождается в метод Якоби или Гаусса-Зейделя.

Для реализации метода вначале новые значения каждой неизвестной вычисляются точно так же, как в методе Гаусса-Зейделя. Затем, вместо их использования в качестве очередного приближения, от них отнимаются предыдущие значения, и тем самым находится приращение вектора решения. Наконец, это приращение умножается на коэффициент релаксации C_f и добавляется к старым значениям неизвестных. Полученный вектор как раз и является следующим приближением решения.

$$x_1^{n+1} = x_1^n + Cf\left[\left(\tfrac{1}{8}\right)\left(x_2^n + 2x_3^n\right) - x_1^n\right]$$

$$x_2^{n+1} = x_2^n + Cf\left[\left(\tfrac{1}{7}\right)\left(10 - 5x_1^n + 3x_3^n\right) - x_2^n\right]$$

$$x_3^{n+1} = x_3^n + Cf\left[\left(\tfrac{1}{2}\right)\left(2 + 2x_1^n + x_2^n\right) - x_3^n\right]$$

Верхние индексы n и $n+1$ относятся соответственно к n-й и $(n+1)$-й итерации.

Реализуем метод релаксации в электронной таблице. Структура листа останется практически той же, что и в предыдущем примере, поэтому вначале сделаем его копию.

1. Скопируйте лист Рис. 10.2 и присвойте ему имя Рис. 10.3.
2. Выберите команду Сервис ➤ Параметры, откройте вкладку Вычисления, включите режим Вручную, поставьте отметку на переключатель Итерации, введите в поле Предельное число итераций значение 1, отключите режим Пересчет перед сохранением и щелкните на кнопке ОК.
3. Установите ширину столбцов В и С равной 11.

Введите в ячейке А1 строку **Решение систем уравнений; методы релаксации**.

Данный лист должен содержать как флаг инициализации, так и коэффициент релаксации. Флаг инициализации переводит лист в определенное начальное состояние. Коэффициент релаксации определяет, какая доля приращения должна прибавляться к решению предыдущей итерации для получения очередного приближения.

4. Выделите ячейку В3 и перетащите ее содержимое в ячейку С3.
5. В ячейке А4 введите **Коэф-т релаксации**.
6. В ячейке С4 введите **0.5**.
7. Присвойте ячейке С4 имя **Cf**.

Примечание

Хотя в качестве начальных могут использоваться практически любые значения, однако чем ближе они к искомому решению, тем быстрее будет сходиться итерационный процесс.

Внесем в таблицу разрешающие уравнения метода релаксации. В них нетрудно узнать уравнения метода Гаусса-Зейделя с добавкой, выражающей дробность приращения решения из-за введения коэффициента релаксации. Для формирования этой добавки предыдущие значения вычитаются из следующих, затем разница умножается на коэффициент релаксации и прибавляется к предыдущему приближенному решению.

8. В ячейках В8:В10 введите следующие формулы:

Ячейка	Содержимое
B8	=C8+Cf*(((C9+2*C10)/8)-C8)
B9	=C9+Cf*(((10-5*C8+3*C10)/7)-C9)
B10	=C10+Cf*(((46-5*C8-7*C9)/9)-C10)

В ячейках С8:С10 уже присутствуют циклические ссылки, оставшиеся там от предыдущего примера.

9. Обведите смысловые блоки таблицы контуром, как показано на рис. 10.3.

Для расчета по построенной таблице введите значение коэффициента релаксации в ячейке С4. Для данной задачи вполне подойдет коэффици-

ент 0.5. Вообще говоря, для различных задач оптимальными являются различные значения этого коэффициента, хотя немного существует задач, которые бы сошлись к решению при значениях коэффициента релаксации, больших 2. Меньшие значения обычно обеспечивают лучшую устойчивость итерационного процесса, но дают более медленную сходимость. Рекомендуется вначале оценить сходимость задачи с коэффициентом релаксации между 1 и 1.5, и если процесс сходится, увеличить коэффициент, а в противном случае — уменьшить. Заново инициализировать итерационный процесс при изменении коэффициента релаксации нет необходимости, если уже вычисленные приближения к решению находятся в разумном диапазоне; если же процесс начал расходиться, необходимо инициализировать его новыми значениями.

Установите значение флага инициализации в ячейке C3 равным ИСТИНА и нажмите клавишу <F9> (на Macintosh — клавиши <Cmd+=>). Затем измените его значение на ЛОЖЬ и снова нажмите <F9>. Продолжайте нажимать клавишу <F9> до тех пор, пока процесс не сойдется к решению.

После достижения достаточной точности решения лист электронной таблицы должен выглядеть так, как на рис. 10.3. Помните, что для итерирования уравнений нет необходимости неотрывно сидеть у компьютера и нажимать клавишу <F9>; достаточно увеличить значение в поле Предельное число итераций вкладки Вычисления диалогового окна Параметры.

Решение систем уравнений, методы релаксации

Начальный флаг	ЛОЖЬ
Коэф-т релаксации	0,5

Начальные значения	Уравнения	Решения
0	1,000	1,000
0	2,000	2,000
0	3,000	3,000

Титул / Рис.10.1 / Рис.10.2 / Рис.10.3 / Рис.10.4

Рис. 10.3. Решение систем линейных уравнений методами релаксации

Решение систем уравнений с помощью модуля поиска решения

Если тщательно подготовить структуру листа, то для решения систем линейных уравнений можно использовать модуль поиска решения. Этот модуль выбирает в качестве целевой оптимизируемой величины значение

одной ячейки, поэтому для решения системы уравнений их правые части необходимо объединить в одну скалярную целевую функцию и оптимизировать ее значение. Одним из способов построения целевого значения является запись всех уравнений с правой частью, равной нулю, и сложения модулей левых частей. Как только эта величина становится равной нулю, решение получено. Взятие модуля гарантирует, что результаты вычислений по двум уравнениям не будут в сумме взаимно уничтожены из-за противоположных знаков. Для оптимизации целевого значения модуль поиска решения автоматически перебирает ряд возможных значений, поэтому для ячеек с исходными значениями не требуется какой-либо специальной инициализации.



Предупреждение

Не забудьте взять модуль каждого из слагаемых в целевом значении, потому что в противном случае отрицательное значение одного может уравновесить положительное значение другого, и целевая функция станет равной нулю еще до того, как система будет решена.



Предупреждение

Модуль поиска решения справляется с решением системы, если слагаемые в целевой величине имеют примерно одинаковый порядок величины. В противном случае одно из слагаемых доминирует в целевой сумме, ухудшая или вообще делая невозможной сходимость процесса подбора решения. Если слагаемые в целевой функции имеют различный порядок величины, их необходимо умножить на весовые коэффициенты для приведения к одному порядку. Умножение на весовые коэффициенты не испортит требуемого результата, поскольку искомое значение целевой функции равно нулю, а сама она положительно определена.

1. Откройте новый лист и дайте ему имя Рис.10.4.
2. Сделайте ширину столбца A равной 4.
3. В ячейке A4 введите **Решение систем уравнений; модуль поиска решения**.

Теперь введем в таблицу необходимые формулы. Они имеют тот же вид, что и для предыдущей задачи, за тем исключением, что значение левой части уравнения вычитается из правой для того, чтобы правая часть стала равной нулю. Как только подобран вектор, обращающий все уравнения в 0, задача решена.

4. В ячейках B8:B10 введите следующие формулы:

Ячейка	Содержимое
B8	**=((C9+2*C10)/8)-C8**
B9	**=((10-5*C8+3*C10)/7)-C9**
B10	**=((46-5*C8-7*C9)/9)-C10**

Внесем в таблицу первое приближение для искомого решения.

5. В ячейке C8 введите значение **1** и скопируйте его в ячейки C9:C10.

Далее следует сложить абсолютные значения уравнений в ячейках для построения оптимизируемой модулем поиска решения целевой функции. В ячейке, соответствующей целевой функции, будет вычисляться сумма целого массива ячеек, поэтому она вводится с помощью клавиш <Ctrl+Shift+Enter> (на Macintosh — <Cmd+Enter>).

6. В ячейке C12 введите следующую формулу:

   =СУММ(ABS(B8:B10))

   и нажмите клавиши <Ctrl+Shift+Enter> (на Macintosh — <Cmd+Enter>).

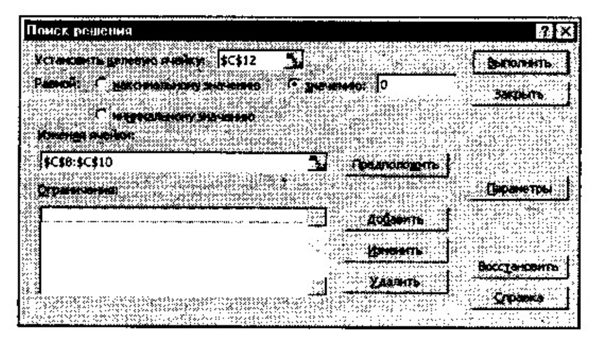
7. Обведите ячейки контуром, как показано на рис. 10.4.

	A	B	C	D	E
1	Решение систем уравнений; модуль поиска решения				
2					
3					
4					
5					
6		Уравнения	Решения		
7					
8		0,000	1,000		
9		0,000	2,000		
10		0,000	3,000		
11					
12			2,82208E-06		
13					
14					
15					
16					

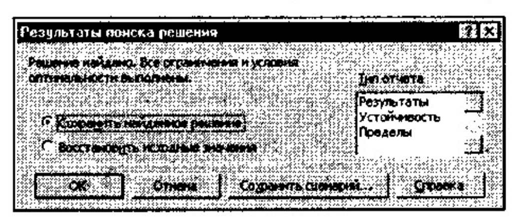
Рис. 10.4. Решение систем уравнений с применением модуля поиска решения

Приступим к решению системы с помощью модуля поиска решения.

8. Выберите команду Сервис ➤ Поиск решения.
9. В поле **Установить целевую ячейку** введите $C$12, а в поле **Изменяя ячейки** — диапазон ячеек $C$8:$C$10. Включите переключатель **Значению** и введите в соответствующем текстовом поле значение 0. Щелкните на кнопке **Выполнить** для поиска решения.



Найдя решение поставленной задачи, модуль поиска решения отобразит диалоговое окно **Результаты поиска решения**, показанное ниже.



Если модуль не сможет найти решение, он об этом сообщит. В этом случае попробуйте выполнить поиск решения еще раз — возможно, модуль просто исчерпал заданное количество пробных решений и ему требуется еще несколько попыток. Если возникла проблема со сходимостью, можно попробовать другие начальные значения. Результаты решения нашей задачи приведены на рис. 10.4.

Решение систем нелинейных уравнений

В некоторых случаях для решения систем нелинейных уравнений может применяться метод Якоби или Гаусса-Зейделя; однако для обеспечения хорошей сходимости итерационных методов, как правило, требуется применение верхней или нижней релаксации. В том случае, если уравнения можно записать в виде задачи на оптимизацию одного скалярного значения, и абсолютные величины всех левых частей имеют примерно один порядок, можно с успехом пользоваться модулем поиска решения. Если же одно из уравнений по модулю значительно превосходит остальные, в целевом значении будет доминировать именно это слагаемое. В таком случае к нелинейным системам применяются те же описанные ранее методы, что и к линейным.

Системы нелинейных уравнений могут иметь несколько решений, поэтому начальные значения играют здесь ключевую роль. Если уравнения отличаются сильной нелинейностью, то при достаточно далеком от решения начальном приближении итерационный процесс может расходиться. В этом случае рекомендуется изменить начальное приближение, а также коэффициент релаксации.

Погрешность и нормирование

Одним из недостатков использования матричных и итерационных методов для решения систем уравнений является зависимость погрешности решения от порядка, в котором решаются уравнения. При подготовке системы к численному решению необходимо разрешить каждое уравнение относительно одной из неизвестных. Для получения наилучших результатов постарайтесь выносить в левую часть переменную с максимальным по модулю коэффициентом. В идеале каждое уравнение должно

быть разрешено относительно своей переменной, но это далеко не всегда так. Какую переменную выносить из какого уравнения, вам подскажет опыт и специфика задачи.



Примечание

При выборе переменной, относительно которой будет разрешаться уравнение, следует разыскивать коэффициент, преобладающий над большинством остальных не в два-три раза, а, по меньшей мере, на порядок, то есть в десять раз и более.

При использовании матричных методов относительные величины элементов матрицы коэффициентов решаемой системы также имеют большое значение. Все модули элементов матрицы должны иметь примерно один порядок; если это не так, точность обратной матрицы и решения линейной системы сильно ухудшается. Для исправления положения следует разделить каждое уравнение (строку матрицы) на преобладающий элемент этой строки. Нормируя уравнения, не забудьте, конечно, нормировать таким же образом и правую часть (вектор **b**).

Если матрица вырождена (то есть после диагонализации содержит на диагонали, по меньшей мере, один ноль), однозначного решения получить нельзя. Для проверки на вырожденность можно вычислить определитель матрицы с помощью функции МОПРЕД. Если он равен нулю, матрица вырождена. Если определитель не равен нулю, но очень близок к нему, то решение существует, но его нахождение сопряжено с большими вычислительными погрешностями. Ошибки округления могут сделать матрицу приближенно вырожденной даже в том случае, если ее определитель строго не равен нулю. При малом по модулю определителе следует тщательно проверить решение на предмет удовлетворения решаемой системе. Если у вас возникли такого рода трудности с получением достаточно точного решения, обратитесь к литературе по численным методам линейной алгебры за более подробной информацией о матричных методах решения систем линейных уравнений.

Резюме

В этой главе рассмотрены пять методов решения систем линейных и нелинейных уравнений с помощью электронных таблиц. В Excel имеются встроенные средства обращения и умножения матриц, которые могут использоваться для решения большинства встречающихся на практике небольших систем линейных уравнений. Итерационные возможности электронных таблиц позволяют реализовать на рабочем листе методы Гаусса-Зейделя, Якоби, верхней и нижней релаксации, которые применимы к решению как линейных, так и нелинейных систем. Для решения систем уравнений также применим модуль поиска решения, реализованный в Excel как вспомогательный программный модуль.

Дополнительная литература

Численные методы решения нелинейных уревнений

C.Gerald, *Applied Numerical Analysis*, 2nd ed. (Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1978).

W.H.Press, B.P.Flannery, S.A.Teukolsky, W.T.Vetterling, *Numerical Recipes; The Art of Scientific Computing* (Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1986).

Бахвалов Н.С., *Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения)*, М.: Наука, 1973.

Островский А.М., *Решение уравнений и систем уравнений*, ИЛ, 1963.

Обзорные задачи

1. Решить следующую систему уравнений относительно x, y и z с использованием матричных функций Excel:

   $4\,x + 3.3\,y + 0.27\,z = 39.6$

   $22\,x + 14\,y + 5\,z = 39.6$

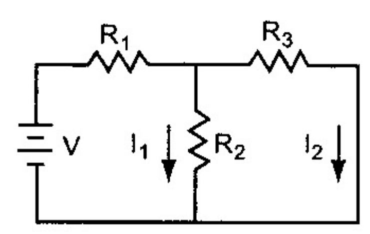
   $5.6\,x + 4.8\,y + 2.1\,z = 39.6$

2. Решить следующую систему, описывающую ток в изображенной на рисунке электрической цепи, относительно I_1 и I_2 с помощью метода Гаусса-Зейделя:

   $V = I_1\,(R_1 + R_2) + I_2 R_1$

   $0 = I_2\,R_3 - I_1 R_2$

   $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 5$ Ом, $R_3 = 10$ Ом, $V = 10$ В.



3. Решить следующую систему уравнений относительно x, y и z с использованием матричных функций Excel:

   $x + y - 2\,z = 10$

   $1.5\,x + 2\,y + 2\,z = 1$

   $2.5\,x + 4\,y + 3\,z = 4$

4. Решить следующую систему уравнений относительно x, y, z, w и v с использованием матричных функций Excel:

$3x + 7y + 5z + 20w + 4v = 96$

$x + 2y + 3z + 9w + 10v = 67$

$5x + y + 16z - 4w + 6v = 124$

$2x + 2y + z + w + 18v = 73$

$x + 3y - z + 5w + 2v = 19$

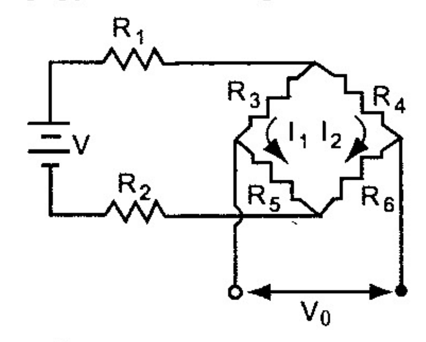
5. Решить следующую систему уравнений относительно x, y, z с использованием метода верхней или ннжней релаксации:

   $x + 3y + z = 17$

   $4x + 2y + z = 27$

   $5x + 6y - z = 25$

6. В электроизмерительных преобразователях давления широко используются уравновешенные мостовые схемы (см. рис.). Резисторы R_5 и R_6 представляют собой тензодатчики, установленные таким образом, что при воздействии давления их сопротивления изменяются в противоположных направлениях (сопротивление одного возрастает, а другого падает), и это создает в мостовой схеме неравновесное состояние. В результате возникает разность потенциалов V_0, которая регистрируется вольтметром.



При заданных величинах:
$R_1 = R_2 = 1$ Ом,
$R_3 = R_4 = 100$ Ом,
$R_5 = 1002$ Ом,
$R_6 = 998$ Ом,
$V = 10$ В
решить следующую систему уравнений относительно I_1, I_2 и V_0 методом верхней или нижней релаксации:

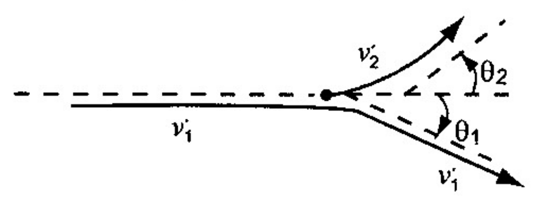
$$V = (I_1 + I_2)(R_1 + R_2) + I_1(R_3 + R_5)$$

$$V_0 = I_2R_4 - I_1R_3 \qquad V_0 = I_1R_5 - I_2R_6$$

Решить ту же систему при величинах $R_5 = R_6 = 1000$ Ом (в равновесном состоянии). Попробуйте решить задачу еще для нескольких зна-

чений этих двух сопротивленнй, всякий раз увеличивая одно и уменьшая другое на равные величины.

7. При упругом рассеянии свободно движущейся частицы на неподвижной (см. рис.) начальные н конечные скорости и углы рассеяния можно определить из уравнений сохранения импульса и энергии.



В приведенных уравнениях скорости без штриха (v) описывают движение до столкновения, а со штрихами — после него:

$$m_1 v_1 = m_1 v_1' \cos(\theta_1) + m_2 v_2' \cos(\theta_2)$$

$$m_1 v_1' \sin(\theta_1) = m_2 v_2' \sin(\theta_2)$$

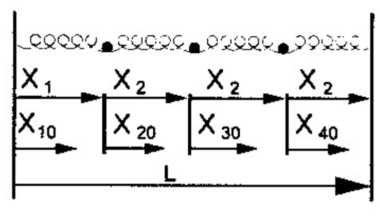
$$\tfrac{1}{2} m_1 v_1^2 = \tfrac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_2'^2$$

Пусть частица 1 — это протон ($m_1 = m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ кг), движущийся со скоростью 250 м/с, а частица 2 — ядро гелия ($m_2 = 4m_p$). Частица 1 после столкновения отлетает под углом $\theta_1 = 25^0$. Определить скорости v_1, v_2 и угол θ_1.

8. Четыре пружины последовательно соединены и растянуты между двумя стенками (см. рис.). Сила F, действующая со стороны каждой пружины на соседнюю, дается следующим выражением:

$F = k(x - x_0)$,

где k — жесткость пружины, а x_0 — ее длина в недеформированном состоянии.



Если данная система пружин находится в равновесии, все силы равны, и уравнения равновесия можно записать в следующем виде:

$k_1 (x_1 - x_{10}) = k_2 (x_2 - x_{20})$

$k_2 (x_2 - x_{20}) = k_3 (x_3 - x_{30})$

$k_3 (x_3 - x_{30}) = k_4 (x_4 - x_{40})$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = L$

Определить x_1, x_2, x_3 и x_4 методом верхней или нижней релаксации при следующих условиях:
$k_1 = 10$ Н/м, $k_2 = 20$ Н/м, $k_3 = 30$ Н/м, $k_4 = 40$ Н/м,
$x_{10} = x_{20} = x_{30} = x_{40} = 10$ см, $L = 80$ см.

9. Решить следующие нелинейные уравнения отиосительно x и t методом верхней или нижней релаксации.

   $x = a\ e^{-\alpha t}$

   $x = b\ \mathrm{Sin}(\theta t)$

   $a = b = 2,\ \theta = 4,\ \alpha = 0.5.$

10. Решить следующие нелиненные уравиеиия отиосительио θ, α и β методом верхней или нижней релаксации.

    $2\ \mathrm{Sin}(\theta) + 3\ \mathrm{Cos}(\alpha) + 9\ \mathrm{Cos}(\beta) = 7.548$

    $4\ \mathrm{Cos}(\theta) + 4\ \mathrm{Cos}(\alpha) + 2\ \mathrm{Sin}(\beta) = 6.390$

    $5\ \mathrm{Sin}\ (\theta) + \mathrm{Sin}\ (\alpha) + 2\ \mathrm{Sin}(\beta) = 3.587$

Упражнения

1. Решить следующую систему уравнеиий относительио x, y и z с использованием матричных функций Excel.

   $18\ x + 3\ y + 2.2\ z = 493.1$

   $67\ x + 5.9\ y + 7\ z = 1745.78$

   $14\ x + 6\ y + 15.6\ z = 609.2$

2. Решить следующую систему уравиений относительио x, y и z с использоваиием итерациониого метода Гаусса-Зейделя. Обратить особое виимание иа проблему нормирования уравиеиий системы.

   $100\ x + 120\ y + 220\ z = 3840$

   $1\ x + 2\ y + 1\ z = 36$

   $0.1\ x + 0.2\ y + 0.3\ z = 5.2$

3. Уравиовешенная мостовая схема, рассмотренная в задаче 6, может использоваться для измерения малых перемещений деформируемых систем. Для этого тензодатчик прикрепляется, скажем, к изгибаемой балке, перемещение которой измеряется. В результате смещения балки измеияется сопротивлеиие датчика, регистрируемое приборами. Решить задачу для мостовой схемы с примеиением модуля поиска решения. Использовать значения величин, указаииые в обзорной задаче 6, за исключеиием $R_5 = 1000$ Ом и $R_6 = 1200$ Ом.
4. Решить следующую систему уравнений относительно a, b, c, d, e, f и g с использованием матричных функций Excel.

$57a + 77b + 72c + 45d + 54e + 63f + 99g = 20643$

$4a + 100b + 16c + 23d + 44e + 11f + 67g = 11902$

$1a + 79b + 94c + 27d + 62e + 55f + 88g = 19526$

$53a + 25b + 62c + 33d + 73e + 2f + 8g = 9898$

$48a + 73b + 58c + 46d + 43e + 56f + 14g = 11492$

$38a + 71b + 94c + 86d + 72e + 78f + 25g = 17226$

$17a + 70b + 10c + 6d + 59e + 69f + 59g = 16303$

5. Решить задачу из упражнения 4 итерационным методом Гаусса-Зейделя.
6. Решить задачу из упражнения 4 методом релаксации.
7. Решить задачу из упражнения 4 с применением модуля поиска решения.
8. Решить следующие два уравнения относительно x и t с использованием метода релаксации:

   $x = ae^{bt} + ce^{dt} + e$

   $x = a\mathrm{Sin}(bt) + c\mathrm{Cos}(dt)$,
   где задано:
   $a = 23$, $b = -2$, $c = 19$, $d = 2$, $e = -158.38$.
9. Решить следующую систему из трех уравнений относительно a, b и c.

   $3\mathrm{Sin}(a) + 4\mathrm{Cos}(b) + 5\mathrm{Tan}(c) = 5.69$

   $3\mathrm{Sin}(2a) + 4\mathrm{Cos}(2b) + 5\mathrm{Tan}(2c) = 4.01$

   $3\mathrm{Sin}(3a) + 4\mathrm{Cos}(3b) + 5\mathrm{Tan}(3c) = 5.91$

10. Решить задачу для системы пружии из задачи для самостоятельного решения № 8 в предположеиии одинаковой жесткости пружин, но различиой их длины в недеформированном состоянии. Задать следующие параметры пружии:
    $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 20$ Н/м,
    $x_{10} = 10$ см, $x_{20} = 20$ см, $x_{30} = 30$ см, $x_{40} = 40$ см,
    $L = 200$ см.

Глава 11

Решение обыкновенных дифференциальных уравнений

В этой главе...

- ✓ **Решенне задач Коши**
- ✓ **Решение краевых задач**
- ✓ **Метод рядав Тейлара**
- ✓ **Метод Эйлера**
- ✓ **Мадифицированный метод Эйлера**
- ✓ **Методы Рунге-Кутта**
- ✓ **Метод стрельбы**
- ✓ **Метод конечных разностей**

Большинство пользователей электронных таблиц Excel даже не догадываются о возможности их применения для приближенного решения дифференциальных уравнений. Тем не менее, благодаря динамической связываемости ячеек и итерационным возможностям в электронных таблицах можно разыскивать решения самых разных дифференциальных уравнений. В частности, численному решению легко поддаются два основных типа задач для обыкновенных дифференциальных уравнений: задачи Коши (или начальные задачи) и краевые задачи. Отличие между этими двумя типами задач состоит не в типе рассматриваемых дифференциальных уравнений, а в локализации граничных условий.

Решение задач Коши

В задачах Коши, или начальных задачах, для однозначного определения решения дифференциального уравнения на одном из концов рассматриваемой области определения решения задают начальные (граничные) условия. Целью приближенного решения является интегрирование уравнения от конца с известными граничными условиями до другого конца интервала, на котором они неизвестны. Такого типа задачи обычно возникают для уравнений с производными по времени: известно значение искомой функции и некоторых ее производиых в данный момент времени (определенная граница), и требуется найти ее значения для всех или некоторых моментов в будущем (на неизвестной границе). В этом

разделе будут рассмотрены четыре наиболее распространенных метода решения задач Коши: метод рядов Тейлора, метод Эйлера, модифицированный метод Эйлера и методы Рунге-Кутта.

Обыкновенное дифференциальное уравнение с одним начальным условием

Рассмотрим следующее обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка:

$$\left(1+x^2\right)^{1/2}\frac{du(x)}{dx}+u(x)=x \qquad x>0$$

с начальным условием

$$u(0)=0$$

Поставленная задача относится к классу задач Коши, поскольку граничное условие известно только в одной точке. Задачи для уравнений первого порядка не должны содержать более одного дополнительного условия, так как в противном случае задача оказалась бы переопределенной и, скорее всего неразрешимой. Для уравнений второго и более высокого порядка необходимо задавать большее количество начальных или граничных условий.

Сущность и назначение граничных условий

Для понимания того, зачем для решения дифференциальных уравнений необходимо задавать одно или несколько граничных условий, рассмотрим следующее функциональное уравнение:

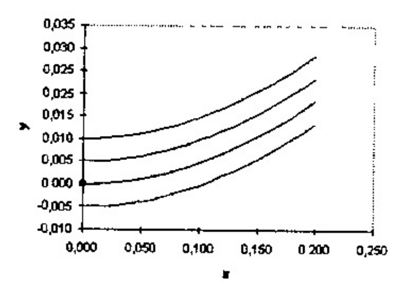
$$y=f(x)$$

Имея это уравнение, можно начертить график значений y для всех требуемых значений независимой переменной x. Это уравнение полностью определено, и для однозначного определения значений y не требуется присоединять к нему дополнительных условий. Теперь рассмотрим другое уравнение:

$$y'=f(x)$$

Это уравнение является дифференциальным и имеет первый порядок, определяя для каждого x значение производной функции y'. Производная описывает тангенс угла наклона касательной к графику функции; зная ее, можно начертить форму кривой, однако нельзя сказать, где именно кривая расположена. Все кривые на приведенном ниже рисунке удовлетворяют этому уравнению — поэтому для выбора решения необходимо знать значение функции хотя бы в одной точке, например, в чер-

ной точке на левом краю рисунка. Значение функции в этой точке н будет представлять собой граничное условие.



Далее рассмотрим вторую пронзводную функции:

$y'' = f(x)$

Из этого уравнения нам известна кривизна графика функции для каждого значения x. Определить по ней всю недостающую информацию о функции можно только в том случае, если в одной точке заданы значение функции и ее производной (начальная задача) или значения функции в двух точках (краевая задача). Эти условия и будут краевыми условиями для данной задачи. Итак, для получения однозначного решения дифференциального уравнения необходимо присоединить к нему столько граничных условий, каков порядок уравнения. Если в уравнение входит более одной независимой переменной (например, две для плоских задач математической физики), граничные условия должны задаваться на границах изменения каждой из переменных.

В поставленной задаче целью является найти значения функции u в интервале изменения x от 0 до 0.2. Для данного уравнения известно аналитическое решение:

$$u(x) = \frac{1}{2}\left[x - \frac{\ln\left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)}{\left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)}\right]$$

Это решение будет использоваться для оценки эффективностн различных приближенных методов. На рис. 11.1 показано данное решение в диапазоне от 0 до 0.2.

Метод рядов Тейлорв

Одним из распространенных методов решения начальных задач является метод рядов Тейлора. Рассмотрим разложение некоторой функции $u(x)$ в ряд Тейлора в окрестностн точки x_0.

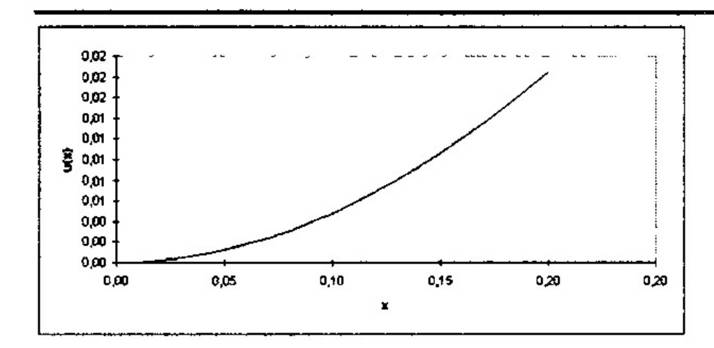


Рис. 11.1. Аналитическое решение задачи Коши

$$u(x) = u(x_0) + \frac{(x - x_0)}{1!}u'(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2!}u''(x_0)$$
$$+ \frac{(x - x_0)^3}{3!}u'''(x_0) + \frac{(x - x_0)^4}{4!}u''''(x_0) + \cdots$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$u'(x) = \frac{du}{dx}, \quad u''(x) = \frac{d^2u(x)}{dx^2}, \cdots$$

Положим $h = (x - x_0)$; с учетом этого уравнение перепишется в следующем виде:

$$u(x) = u(x_0) + \frac{h}{1!}u'(x_0) + \frac{h^2}{2!}u''(x_0)$$
$$+ \frac{h^3}{3!}u'''(x_0) + \frac{h^4}{4!}u''''(x_0) + \cdots$$

В точке x_0 известны значения двух первых членов ряда Тейлора: первый — из граничного условия, а второй — из дифференциального уравнения. Вот эти значения:

$u(0) = 0$

$u'(0) = 0$

Последовательно дифференцируя уравнение, которое представляет собой выражение для первой производной, получаем выражения для производных более высокого порядка. Из этих выражений получаем следующие коэффициенты:

$u''(0) = 1$, $u'''(0) = -1$, $u''''(0) = -2$

Подставим эти коэффициенты в первые пять членов ряда Тейлора и отбросим остальные члены ряда. Получим для решения следующую аппроксиманту:

$$u(h) = \frac{h^2}{2} - \frac{h^3}{6} - \frac{h^4}{12}$$

Это приближенное решение может использоваться для вычисления значений искомой функции для различных h.

Предпреждение

Усечение ряда Тейлора допустимо только в том случае, если отброшенные члены в сумме достаточно малы, что в свою очередь справедливо только при малых h.

В приведенном ниже примере методом рядов Тейлора вычисляются значения $u(x)$ для x от 0 до 0.2.

1. Откройте новый рабочий лист и назовите его Рис. 11.2.
2. Измените ширину столбцов A:D следующим образом:

Столбец	Ширина	Столбец	Ширина
A	7	C	11
B	12	D	11

3. В ячейке A1 введите **Обыкновенные дифференциальные уравнения; метод рядов Тейлора**.

Теперь нам предстоит ввести диапазон изменения x и вычислить значения аналитического решения уравнения для сравнения с численным. После этого для решения уравнения будет использован метод рядов Тейлора. В ячейке B будет производиться сравнение аналитического решения с численным.

4. В ячейках A3:D3 введите приведенные ниже заголовки и выровняйте их по центру ячеек:

Ячейка	Заголовок	Ячейка	Заголовок
A3	**x**	C3	**U(x)**
B3	**u(x)**	C4	**По Тейлору**
B4	**Аналитика**	D3	**Погрешность**
		D4	**%**

5. В ячейке A5 введите 0, а в ячейке A6 введите 0.01; выделите ячейки A5:A6 и перетащите маркер заполнения в ячейку A25.
6. Сделайте формат ячеек A5:A25 числовым с двумя значащими цифрами после запятой.
7. В ячейке B5 введите следующую формулу:

   =0.5*(A5-LN(A5+КОРЕНЬ(1+A5^2))/(A5+КОРЕНЬ(1+A5^2)))

   и скопируйте ее в ячейки B6:B25.
8. В ячейке B8 введите следующую формулу:

=A5^2/2-A5^3/6-A5^4/12

и скопируйте ее в ячейки C6:C25.

9. Сделайте формат ячеек B5:C25 экспоненциальным с двумя значащими цифрами после запятой.
10. В ячейке D6 введите формулу **=(B6-C6)/B6** и скопируйте ее в ячейки D7:D25.
11. Сделайте формат ячеек D6:D25 процентным с пятью значащими цифрами после запятой.

Примечание

Процентный формат, используемый в данном примере, предусматривает автоматическое домножение значений ячеек на 100 перед их отображением. При этом фактическое значение ячейки не меняется, изменяется лишь отображаемая в таблице величина.

	A	B	C	D
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения; метод рядов Тейлора			
2				
3	x	u(x)	u(x)	Погрешность
4		Аналитика	По Тейлору	%
5	0,00	0,00E+00	0,00E+00	
6	0,01	4,98E-05	4,98E-05	0,00001%
7	0,02	1,99E-04	1,99E-04	0,00011%
8	0,03	4,45E-04	4,45E-04	0,00037%
9	0,04	7,89E-04	7,89E-04	0,00088%
10	0,05	1,23E-03	1,23E-03	0,00174%
11	0,06	1,76E-03	1,76E-03	0,00303%
12	0,07	2,39E-03	2,39E-03	0,00486%
13	0,08	3,11E-03	3,11E-03	0,00731%
14	0,09	3,92E-03	3,92E-03	0,01049%
15	0,10	4,83E-03	4,83E-03	0,01451%
16	0,11	5,82E-03	5,82E-03	0,01946%
17	0,12	6,90E-03	6,89E-03	0,02547%

Титул / Рис. 11.1 / Рис. 11.2 / Рис. 11.3 / Рис. 11.4 / Рис

Рис. 11.2. Решение задачи Коши методом рядов Тейлора

К этому моменту таблица должна выглядеть так, как показано на рис. 11.2. Обратите внимание, что для данных малых значений x приближенное решение является исключительно точным. Если же взять достаточно большие значения x, предположим, от 0 до 2, погрешность существенно возрастет. В данном случае метод рядов Тейлора дает хорошую точность для значений h (здесь это просто x, поскольку $x_0 = 0$) между 0 и 1.

Следует обратить внимание, что в рассмотренном примере h — это расстояние от x до x_0, а не шаг численного интегрирования, который будет использоваться в остальных задачах этой главы. Для вычисления значений u на больших расстояниях от x_0 необходимо пересчитывать значения производных в конце текущего шага, чтобы выполнить следующий шаг уже от этой точки.

Метод Эйлера и модифицированный метод Эйлера

Одной из основных трудностей применения метода рядов Тейлора является необходимость аналитического вычисления нескольких производных от уравнения. Для некоторых уравнений производные от правых частей могут выглядеть достаточно просто, но уже в приведенном примере это не так. Метод Эйлера позволяет устранить необходимость в вычислении производных благодаря усечению ряда Тейлора до члена с первой производной. Для того, чтобы это сработало, необходимо выбирать малые значения h и после каждого шага пересчитывать значения первой производной в начале нового малого интервала:

$$u(x+h) = u(x) + hu'(x)$$

Решим дифференциальное уравнение методом Эйлера на листе электронной таблицы. Для этого откроем таблицу, использовавшуюся для примера с рядами Тейлора, поскольку структуры двух таблиц в основном совпадают.

1. Скопируйте лист Рис. 11.2 и назовите его Рис. 11.3.
2. Сделайте ширину столбца E равной 11, а столбца F — равной 9.
3. Введите в ячейке A1 строку **Обыкновенные дифференциальные уравнения; методы Эйлера**.
4. Очистите ячейки C3:C25.

   Найдем численное решение уравнения методом Эйлера.
5. В ячейке C4 введите **По Эйлеру**.
6. В ячейке C5 введите **0**.
7. В ячейке C6 введите следующую формулу:

   =C5+(A6-A5)*(A5-C5)/КОРЕНЬ(1+A5^2)

   и скопируйте ее в ячейки C7:C25.

Лист таблицы должен иметь такой вид, как на рис. 11.3. Как видно из рисунка, данный метод не слишком точен.

Обыкновенные дифференциальные уравнения; методы Эйлера

x	u(x) Аналитика	По Эйлеру	Погрешность %
0,00	0,00E+00	0,00E+00	
0,01	4,98E-05	0,00E+00	100,00000%
0,02	1,99E-04	1,00E-04	49,66362%
0,03	4,45E-04	2,99E-04	32,88452%
0,04	7,89E-04	5,96E-04	24,49477%
0,05	1,23E-03	9,90E-04	19,46078%
0,06	1,76E-03	1,48E-03	16,10470%
0,07	2,39E-03	2,06E-03	13,70744%
0,08	3,11E-03	2,74E-03	11,90946%
0,09	3,92E-03	3,51E-03	10,51101%
0,10	4,83E-03	4,37E-03	9,39225%
0,11	5,82E-03	5,32E-03	8,47691%

Титул / Рис. 11.1 / Рис. 11.2 / Рис. 11.3 / Рис. 11.4 / Рис

Рис. 11.3. Решение задачи Коши методом Эйлера

Поскольку в начале каждого шага для определения значения искомой функции на другом конце интервала берется приближенное значение производной, которое к тому же подставляется в грубое приближение для ряда Тейлора, в ходе интегрирования непрерывно возрастает и накапливается погрешность. Более приемлемым способом является получение значения функции с использованием среднего на шаге значения производной:

$$u(x+h) = u(x) + h\frac{\left(u'(x) + u'(x+h)\right)}{2}$$

Трудность применения этой модификации метода заключается в том, что производная на дальнем конце интервала неизвестна. В модифицированном методе Эйлера (методе "предиктор-корректор" или "предсказание-уточнение") для начального предположения о значении функции используется обычный метод Эйлера. С применением этого предположения вычисляется производная на дальнем конце интервала. Имея значение производной в начале интервала и оценку ее значения в конце интервала, можно точнее оценить значение искомой функции. Для уточнения полученного значения можно применить данный метод еще раз, но при большом количестве итераций погрешность метода перекрывает любые поправки в точности, достигнутые итерированием.

Пересчитаем лист таблицы модифицированным методом Эйлера. Вначале вычислим первое приближение к решению, используя обычный метод Эйлера.

1. Скопируйте лист Рис. 11.3 и дайте ему имя Рис. 11.4.
2. В ячейке E3 введите **Модиф. метод Эйлера**.
3. Выделите ячейки E3:F3 и щелкните на кнопке **Объединить и поместить в центре** панели инструментов Excel.
4. В ячейке E4 введите **Предиктор** и выровняйте надпись по центру ячейки.
5. В ячейке E5 введите следующую формулу:

   =F5+(A6-A5)*(A5-F5)/КОРЕНЬ(1+A5^2)

   и скопируйте ее в ячейки E6:E25.

Полученное начальное приближение (предиктор) будет использоваться для вычисления производной в промежуточной точке и вычисления скорректированного значения (корректора) искомой функции. Необходимо также выполнить сравнение этого значения с аналитическим решением.

6. В ячейке F4 введите **Корректор** и выровняйте надпись по центру ячейки.
7. В ячейке F5 введите **0**.
8. В ячейке F6 введите следующую формулу:

   =F5+((A6-A5)/2)*((A5-F5)/КОРЕНЬ(1+A5^2)+(A6-C6)/КОРЕНЬ(1+A6^2))

   и скопируйте ее в ячейки F7:F25.

9. Сделайте формат ячеек E5:F25 экспоненциальным с двумя значащими десятичными цифрами после запятой.
10. В ячейке G3 введите **Погрешность** и выровняйте надпись по центру ячейки.
11. В ячейке G4 введите **%** и выровняйте надпись по центру ячейки.
12. В ячейке G6 введите формулу **=(B6-F6)/B6** и скопируйте ее в ячейки G6:G25.
13. Сделайте формат ячеек G6:G25 процентным с двумя десятичными цифрами после запятой.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения; методы Эйлера							
2								
3	x	u(x)	u(x)	Погрешность	Модиф. метод Эйлера		Погрешность	
4		Аналитика	По Эйлеру	%	Предиктор	Корректор	%	
5	0,00	0,00E+00	0,00E+00		0,00E+00	0,00E+00		
6	0,01	4,98E-05	0,00E+00	100,00000%	1,49E-04	5,00E-05	-0,33%	
7	0,02	1,99E-04	1,00E-04	49,66362%	3,97E-04	1,99E-04	-0,29%	
8	0,03	4,45E-04	2,99E-04	32,88452%	7,42E-04	4,47E-04	-0,27%	
9	0,04	7,89E-04	5,96E-04	24,49477%	1,18E-03	7,91E-04	-0,26%	
10	0,05	1,23E-03	9,90E-04	19,46078%	1,72E-03	1,23E-03	-0,26%	
11	0,06	1,76E-03	1,48E-03	16,10470%	2,35E-03	1,77E-03	-0,25%	
12	0,07	2,39E-03	2,06E-03	13,70744%	3,07E-03	2,40E-03	-0,25%	
13	0,08	3,11E-03	2,74E-03	11,90946%	3,89E-03	3,12E-03	-0,25%	
14	0,09	3,92E-03	3,51E-03	10,51101%	4,79E-03	3,93E-03	-0,25%	
15	0,10	4,83E-03	4,37E-03	9,39225%	5,78E-03	4,84E-03	-0,24%	
16	0,11	5,82E-03	5,32E-03	8,47691%	6,87E-03	5,83E-03	-0,24%	

Рис. 11.1 / Рис. 11.2 / Рис. 11.3 / Рис. 11.4 / Рис. 11.5

Рис. 11.4. Решение задачи Коши обычным и модифицированным методами Эйлера

В результате проделанных действий таблица должна приобрести такой вид, как на рис. 11.4. Обратите внимание на существенное повышение точности расчета: погрешность неизменно составляет около четверти процента. Данный метод пригоден для получения приближенного решения на любом расстоянии от начальной точки, если только при интегрировании используются достаточно мелкие шаги.

Метод Рунге-Кутта

В настоящее время наиболее распространенным и часто применяемым на практике методом решения задач Коши является метод Рунге-Кутта четвертого порядка. Для получения достаточно точного значения приближенного решения в этом методе используются четыре промежуточных значения. Обоснование и вывод расчетных формул данного метода можно найти в литературе по численным методам.

Очередной шаг интегрирования в методе Рунге-Кутта выполняется по следующей формуле:

$$u(x+h) = u(x) + \tfrac{1}{6}\left(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4\right)$$

Здесь введены обозначения:

$$k_1 = hu'(x, u(x))$$

$$k_2 = hu'(x + \frac{h}{2}, u(x) + \frac{k_1}{2})$$

$$k_3 = hu'(x + \frac{h}{2}, u(x) + \frac{k_2}{2})$$

$$k_4 = hu'(x + h, u(x) + k_3)$$

В приведенных формулах $u'(x,u(x))$ обозначает производную по x, которая формально является функцией двух аргументов x и $u(x)$.

Решим наш пример на листе электронной таблицы с применением метода Рунге-Кутта. Все условия задачи остаются теми же, несколько меняется лишь структура таблицы.

1. Скопируйте лист Рис. 11.4 и дайте ему имя Рис. 11.5.
2. Очистите ячейки C3:G25.
3. Измените ширину столбцов A:H следующим образом:

Столбец	Ширина	Столбец	Ширина
A	7	B	11
C	10	D	10
E	10	F	10
G	10	H	11

4. Введите в ячейке A1 заголовок **Обыкновенные дифференциальные уравнения; метод Рунге-Кутта.**

Теперь вычислим четыре промежуточные значения. Они необходимы для получения значения искомой функции в очередной точке и перехода на следующий шаг интегрирования.

5. В ячейках C3:G3 введите заголовки **k1**, **k2**, **k3**, **k4**, **u(x)** и выровняйте их по центру соответствующих ячеек.
6. В ячейке C5 введите **0**.
7. В ячейке C6 введите следующую формулу:
   =(A6-A5)*(A5-G5)/КОРЕНЬ(1+A5^2)
   и скопируйте ее в ячейки C7:C25.
8. В ячейке D6 введите следующую формулу:
   =(A6-A5)*((A5+(A6-A5)/2)-(G5+C6/2))/КОРЕНЬ(1+(A5+(A6-A5)/2)^2)
   и скопируйте ее в ячейки D7:D25.
9. В ячейке E6 введите следующую формулу:
   =(A6-A5)*((A5+(A6-A5)/2)-(G5+D6/2))/КОРЕНЬ(1+(A5+(A6-A5)/2)^2)
   и скопируйте ее в ячейки E7:E24.
10. В ячейке F6 введите следующую формулу:
    =(A6-A5)*(A6-(G5+E6))/КОРЕНЬ(1+A6^2)
    и скопируйте ее в ячейки E7:E24.

Теперь вычислим значение искомой функции, комбинируя промежуточные значения, и сравним полученный результат с аналитическим решением.

11. В ячейке G5 введите **0**.
12. В ячейке G6 введите следующую формулу:

    =G5+(1/6)*(C6+2*D6+2*E6+F6)

    и скопируйте ее в ячейки G7:G25.
13. Сделайте формат ячеек B5:G25 экспоненциальным с двумя десятичными позициями после запятой.
14. В ячейке H3 введите **Погрешность** и выровняйте заголовок по центру ячейки.
15. В ячейке H4 введите **%** и выровняйте надпись по центру ячейки.
16. В ячейке H6 введите формулу **=100*(B6-G6)/B6** и скопируйте ее в ячейки H7:H25.
17. Сделайте формат ячеек H6:H25 экспоненциальным с двумя десятичными позициями после запятой.

Внешний вид листа показан на рис. 11.5. Очевидно, что погрешность решения — его отклонение от аналитического — кардинально снизилась. Хотя расчетная схема метода занимает целых пять столбцов таблицы, его погрешность составляет не более -1.26×10^{-6}, что на несколько порядков меньше, чем погрешность любого другого из рассмотренных методов.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения, метод Рунге-Кутта							
2								
3	x	u(x)	k1	k2	k3	k4	u(x)	Погрешность
4		Аналитика						%
5	0,00	0,00E+00	0,00E+00				0,00E+00	
6	0,01	4,98E-05	0,00E+00	5,00E-05	4,97E-05	9,95E-05	4,98E-05	-1,26E-06
7	0,02	1,99E-04	9,95E-05	1,49E-04	1,49E-04	1,98E-04	1,99E-04	-6,27E-07
8	0,03	4,45E-04	1,98E-04	2,47E-04	2,47E-04	2,95E-04	4,45E-04	-4,17E-07
9	0,04	7,89E-04	2,95E-04	3,44E-04	3,44E-04	3,92E-04	7,89E-04	-3,12E-07
10	0,05	1,23E-03	3,92E-04	4,40E-04	4,39E-04	4,87E-04	1,23E-03	-2,49E-07
11	0,06	1,76E-03	4,87E-04	5,34E-04	5,34E-04	5,81E-04	1,76E-03	-2,07E-07
12	0,07	2,39E-03	5,81E-04	6,28E-04	6,28E-04	6,74E-04	2,39E-03	-1,77E-07
13	0,08	3,11E-03	6,74E-04	7,21E-04	7,20E-04	7,66E-04	3,11E-03	-1,54E-07
14	0,09	3,92E-03	7,66E-04	8,12E-04	8,12E-04	8,57E-04	3,92E-03	-1,37E-07
15	0,10	4,83E-03	8,57E-04	9,02E-04	9,02E-04	9,47E-04	4,83E-03	-1,23E-07
16	0,11	5,82E-03	9,47E-04	9,92E-04	9,91E-04	1,04E-03	5,82E-03	-1,11E-07

Рис. 11.3 / Рис. 11.4 / Рис. 11.5 / Рис. 11.7 / Рис. 11.8

Рис. 11.5. Решение задачи Коши методом Рунге-Кутта

Решение уравнений более высокого порядка

Задача Коши может формулироваться не только для дифференциальных уравнений первого порядка. На практике часто встречаются также уравнения второго или третьего порядка с начальными условиями. Для решения этих уравнений их следует преобразовать в систему двух или более уравнений первого порядка, считая производные новыми неизвестными функциями. Для примера рассмотрим следующее уравнение:

$$au'' + bu' + cu + d = 0$$

Выполним подстановку $y = u'$ и получим следующую систему из двух дифференциальных уравнений первого порядка:

$$u' - y = 0$$

$$ay' + by + cu + d = 0$$

Для решения этих уравнений применяются описанные выше методы. На каждом шаге интегрирования новые значения искомых функций вычисляются по промежуточным значениям и по системе уравнений точно так же, как если бы это были отдельные уравнения, и в конце каждого шага приближенные решения становятся известными, готовыми к выполнению следующего шага.

Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений

Второй класс задач для обыкновенных дифференциальных уравнений составляют краевые задачи. В то время как в задаче Коши (начальной задаче) краевые условия задаются только на одном конце области определения решения, в краевой задаче часть условий задается на одном конце интервала, а часть — на другом. Таким образом, необходимо удовлетворение определенных требований сразу в двух точках интервала.

Двумя наиболее известными методами решения краевых задач являются метод стрельбы и метод конечных разностей.

Метод стрельбы

В методе стрельбы краевая задача решается с применением тех же методов, что и задача Коши. Для этого неизвестные граничные условия на одном краю (край 1) заменяются их предполагаемыми значениями, что превращает краевую задачу в задачу Коши. После этого уравнение интегрируется от края 1 до другого конца интервала определения решения (края 2) с применением, например, модифицированного метода Эйлера. После завершения интегрирования граничные условия на краю 2, полученные из решения, сравниваются с заданными. Если они совпадают, задача решена; в противном случае необходимо изменить начальные предположения о неизвестных краевых условиях на краю 1, чтобы подогнать решение под условия на краю 2, и вновь выполнить интегрирование. Таким образом, выполняется своего рода "пристрелка" по граничным условиям на краю 2 путем подбора неизвестных граничных условий на краю 1.

Например, для решения дифференциального уравнения второго порядка необходимо иметь два граничных условия. Если бы ставилась задача Коши, это были бы значения функции и ее производной в одной точ-

ке, тогда как в типичной краевой задаче обычно задаются значения функции на двух концах некоторого интервала. Для интегрирования этого уравнения от одного конца интервала до другого с использованием методов решения задачи Коши понадобилось бы также значение производной иа одном из концов интервала. При наличии этого зиачения уравнение можно проинтегрировать до другого конца и сравнить полученное решение с граничным условием на нем. При их совпадеиии задача решена, тогда как в противном случае необходимо вернуться к начальной точке и изменить предполагаемое значение производной. Этот процесс необходимо продолжать до тех пор, пока не будет найдено решение, удовлетворяющее обоим граничным условиям.

Изгиб равномерно нвгруженной балки

Если шарнирио опереть балку на двух ее коицах, оиа слегка прогнется под собственным весом, как показано на рис. 11.6. Величина этого прогиба описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{m}{EI}$$

Примечание

Шарнирное, или свободное, опирание балки — это способ опирания, при котором конец балки лежит на опоре, но не прикреплен к ней жестко, так что он может свободно поворачиваться вокруг горизонтальной оси.

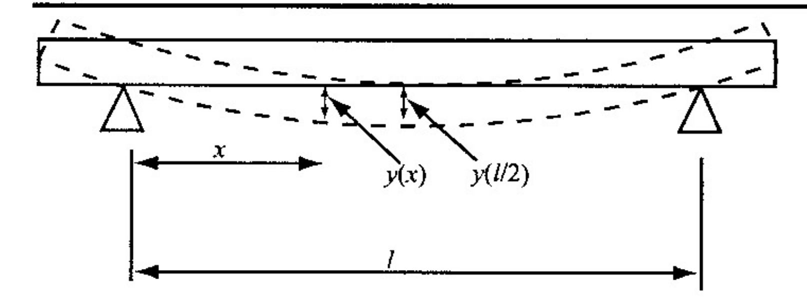


Рис. 11.6. Шарнирно опертая балка, прогибающаяся под собственным весом

В этом уравнении y обозначает перемещеиие (прогиб) в точке x, I — момеит инерции поперечного сечения балки, E — модуль упругости (для стали 3×10^7 фнс/кв.д.), а m — изгибающий момент. Для балки с постоянным поперечным сечением изгибающий момент m выражается следующей формулой:

$$m = \frac{w}{2}x(l-x)$$

Здесь w — удельный лииейный вес балки, а l — ее длина. Рассчитаем прогиб 50-футовой стальной балки широкополочного прокатного профиля 8-WF-67 (широкий двутавр), весящей 67 фунтов иа фут. Для случая горизонтальной ориентации полок момент инерции сечения I составляет 271.8 дюйм^4. Для малых перемещений аналитическое решение данной дифференциальной задачи выглядит следующим образом:

$$y = \frac{wx}{24EI}\left(l^3 - 2lx^2 + x^3\right)$$

Максимальный прогиб достигается в центре и выражается следующей формулой:

$$y(l/2) = \frac{5wl^4}{384EI}$$

К этому дифференциальному уравнению следует присоединить два граничных условия опирания, по одному на каждом конце:

$$y(0) = 0$$

$$y(l) = 0$$

Для решения этой задачи теми методами, которые применялись для задач Коши, необходимо знать на одном конце еще и производную. Требуется предположить ее значение на коице $x = 0$, проиитегрировать уравнение от одного конца балки до другого и проверить, равен ли прогиб y в точке $x = l$ нулю. Если это не так, следует принять для производиой в точке $x = 0$ другое значение. Обратите внимание, что с тем же успехом можно интегрировать уравнение от точки $x = l$ к точке $x = 0$.

Решим эту задачу модифицированным методом Эйлера. Виачале сведем уравнение второго порядка к двум уравнениям первого порядка, замеиив первую производную иовой неизвестной функцией u:

$$y'(x) = u(x)$$

$$u'(x) = -\frac{m}{EI}$$

Обычно при использовании модифицированного метода Эйлера значение в следующей точке вначале вычисляется обычиым методом Эйлера:

$$u(x+h) = u(x) + hu'(x)$$

$$y(x+h) = y(x) + hy'(x)$$

После этого решение уточняется (корректируется):

$$u(x+h) = u(x) + h\frac{(u'(x) + u'(x+h))}{2}$$

$$y(x+h) = y(x) + h\frac{(y'(x) + y'(x+h))}{2}$$

Однако в данном случае можно пропустить первый шаг алгоритма, поскольку точное значение $u'(x+h)$ известно из дифференциального уравнения. Решим данное уравнение на листе электронной таблицы, приняв начальное предположение относительно значения $u(0)$.

1. Откройте новый рабочий лист и назовите его Рис. 11.7.
2. Сделайте ширину столбца F равной 13.
3. В ячейке A1 введите заголовок **Изгиб балки; краевая задача; метод стрельбы**.

Заполним таблицу, содержащую геометрические и физико-механические параметры балки. Линейный вес балки, который будет вводиться в ячейку B5, равен 67 фунтов на фут; чтобы перевести его в фунты на дюйм, следует разделить его на 12. В ячейке B8 будет находиться длина балки, преобразованная в дюймы умножением на 12.

4. В ячейке A4 введите заголовок **Параметры балки 8-WF-67**.
5. Введите в таблицу следующие значения:

Ячейка	Значение	Ячейка	Значение	Ячейка	Значение
A5	**w**	B5	**=67/12**	C5	**фн/дюйм**
A6	**I**	B6	**271.8**	C6	**дюйм4**
A7	**E**	B7	**3.0E7**	C7	**фнс/кв.д.**
A8	**l**	B8	**=50*12**	C8	**дюйм**

6. Выровняйте содержнмое ячеек A5:A8 по правому краю. Выделите ячейки A5:B8 и выберите команду Вставка ➤ Имя ➤ Создвть. Включите переключатель В столбце слева и щелкните на кнопке OK.

Поскольку аналитическое решение задачи известно, заполним вторую таблицу, содержащую прогиб из аналитического решения для некоторого значения x (предположим, 72 дюйма) и максимальное значение прогиба в центре ($x = l/2$).

7. Введите в указанные ячейки таблицы следующие значения:

Ячейка	Значение	Ячейка	Значение	Ячейка	Значение
E3	**Аналитичвское решение**				
E4	**x**	F4	**72**	G4	**дюйм**
E5	**y**			G5	**дюйм**
E6	**y(l/2)**			G6	**дюйм**

8. Присвойте ячейке F4 имя **X**.
9. В ячейке F5 введите следующую формулу:
   `=(W*X/(24*E*I))*(L^3-2*L*X^2+X^3)`
10. В ячейке F6 введите следующую формулу:

=5*W*L^4/(384*E*I)

11. Сделайте формат ячеек F5 и F6 числовым с пятью цифрами после запятой.

Разобьем интервал определения решения, от 0 до 600 дюймов, сеткой с шагом 12 дюймов и вычислим производную искомой функции прогиба для всех узловых значений *x*. Это можно сделать на основании самого дифференциального уравнения задачи.

12. Введите в указанных ячейках приведенные ниже значения и выровняйте их по центру ячеек:

Ячейка	Значение	Ячейка	Значение	Ячейка	Значение	Ячейка	Значение
A10	**x**	B10	**u'(x)**	C10	**u(x)**	D10	**y(x)**
A11	**(дюйм)**	B11	**(1/дюйм)**	C11	**(д/д)**	D11	**(дюйм)**

13. В ячейке A12 введите **0**, а в ячейке A13 — **12**; выделите ячейки A12:A13 и перетащите маркер заполнения вниз до ячейки A62.
14. Введите в ячейке B12 следующую формулу:

 =-W*A12*(L-A12)/(2*E*I)

 и скопируйте ее в ячейку B13:B62.
15. Сделайте формат ячеек B12:B62 экспоненциальным с одной цифрой после запятой.

Теперь нам предстоит вычислить значения $u(x)$ для каждого шага сетки, используя среднее значение ее производной на интервале между двумя узлами сетки. Первое значение $u(x)$ — это недостающее на одном из концов граничное условие; его следует заменить начальным предположением. Ему соответствует ячейка F9.

16. В ячейке C12 введите **=F9**.
17. В ячейке C13 введите следующую формулу:

 =C12+(A13-A12)*(B12+B13)/2

 и скопируйте ее в ячейки C14:C62.

Вычислим значения y для каждого шага, используя среднее значение $u(x)$ на интервале между узлами сетки. Начальное значение y равно нулю — это задано граничным условием в начале интервала определения решения.

18. В ячейке D12 введите **0**.
19. В ячейке D13 введите следующую формулу:

 =D12+(A13-A12)*(C12+C13)/2

 и скопируйте ее в ячейки D14:D62.

Нам осталось заполнить таблицу, подытоживающую полученные численные результаты и содержащую значение y в точках $x = l$ и $x = l/2$. В эту таблицу также помещается начальное предположение о значении $u(0)$.

20. В ячейке E8 введите **Численное решение**.
21. Введите следующие значения в указанных ячейках:

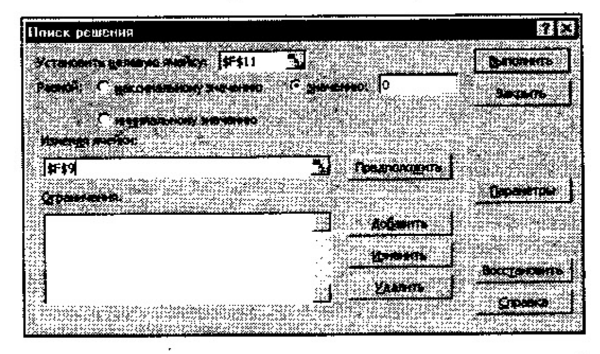
Ячейка	Значение	Ячейка	Значение	Ячейка	Значение
E9	**u(0)**	F9	**0.01**	G9	**д/д**
E10	**y(l/2)**	F10	**=D37**	G10	**дюйм**
E11	**y(l)**	F11	**=D62**	G11	**дюйм**

22. Выровняйте содержимое ячеек E9:E11 по их правому краю. Сделайте формат ячеек F10 и F11 числовым с пятью десятичными цифрами.

Для выполнения расчета по построенной таблице введите в ячейку F9 начальное предположение для $u(0)$. После пересчета листа проверьте, равно ли нулю значение $y(l)$ в ячейке F11. Если это не так, введите другое начальное предположение для $u(0)$. Продолжайте изменение начального предположения до тех пор, пока $y(l)$ не станет равным нулю с точностью до требуемого количества десятичных знаков.

Описанную операцию легко выполнить вручную, и на поиск решения при этом уйдет всего около пяти минут. Однако данный алгоритм решения краевых задач есть отличное поле деятельности для применения модуля поиска решения Excel. Поскольку в построенной таблице имеется всего одна ячейка исходных варьируемых данных и одна ячейка, содержащая критерий оптимальности, модуль поиска решения должен легко справиться с задачей.

23. Выберите команду Сервис ➤ Поиск решения. В качестве целевой ячейки укажите F11, в качестве ее целевого значения задайте 0, а в поле Изменяя ячейки укажите ячейку F9.



24. Для поиска решения щелкните на кнопке Выполнить.

После завершения работы модуля поиска решения таблица должна выглядеть так, как показано на рис. 11.7.

Сравните данные аналитического решения в ячейках F5 и F6 с аналогичными результатами численного расчета в ячейках D18 и F10. Обратите внимание, что хотя граничные условия удовлетворяются с точностью до четырех знаков после запятой, во внутренних точках области точными являются только три цифры после запятой. Такая потеря точности присуща самому методу и пропорциональна величине шага сетки, нанесенной на интервал определения решения. Уменьшение шага повышает точность решения до тех пор, пока не становится существенной ошибка округления.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Изгиб балки; краевая задача; метод стрельбы						
2							
3					Аналитическое решение		
4	Параметры балки 8-WF-67				x	72	дюйм
5	w	5,583333	фн/дюйм		y	0,43170	дюйм
6	I	271,8	$фн^4$		y(l/2)	1,15549	дюйм
7	E	3,00E+07	фнс/кв.д.				
8	l	600	дюйм		Численное решение		
9					u(0)	0,006160155	дюйм/дюйм
10	x	u'(x)	u(x)	y(x)	y(l/2)	1,15475	дюйм
11	(дюйм)	(1/дюйм)	(д/д)	(дюйм)	y(l)	0,00000	дюйм
12	0	0,0E+00	0,00616	0			
13	12	-2,4E-06	0,006146	0,073835			
14	24	-4,7E-06	0,006103	0,147325			
15	36	-7,0E-06	0,006033	0,220138			
16	48	-9,1E-06	0,005937	0,291953			

Рис. 11.7. Изгиб шарнирно опертой балки под собственным весом; решение краевой задачи методом стрельбы

Метод конечных разностей

Другим методом решения задачи об изгибе балки является замена производных, входящих в уравнение, центральными разностями. Этот метод уже использовался в главе 8 для численного дифференцирования. Путем центрирования разностей по узлам сетки можно получить систему уравнений с ленточной структурой, которая должна решаться методами, развитыми для таких систем. Заменим первую и вторую производную следующими выражениями для центральных разностей:

$$\frac{du}{dx} = \frac{u(x+h) - u(x-h)}{2h}$$

$$\frac{d^2u}{dx^2} = \frac{u(x+h) - 2u(x) + u(x-h)}{h^2}$$

Если заменить центральной разностью вторую производную в уравнении изгиба балки, получим следующее уравнение:

$$\frac{y(x+h) - 2y(x) + y(x-h)}{h^2} = -\frac{m}{EI}$$

Такое уравнение можно записать для всех узлов сетки, кроме двух крайних, в которых значения y задаются граничными условиями.

Для решения задачи, записанной в такой форме, на листе электронной таблицы можно эффективно реализовать три метода: итерационный, итерационный с ускорением сходимости и матричный.

Итерационный метод конечных разностей

Итерационный метод конечных разностей является специфической разновидностью метода последовательных приближений, рассмотренного в главах 9 и 10. Решим этим методом разностный аналог дифференциального уравнения относительно $y(x)$:

$$y(x)=\tfrac{1}{2}\left[y(x+h)+y(x-h)+h^2\frac{m}{EI}\right]$$

Это уравнение будет использоваться во всех внутренних точках интервала, а на его краях будут также использоваться граничные условия:

$y(0) = 0$

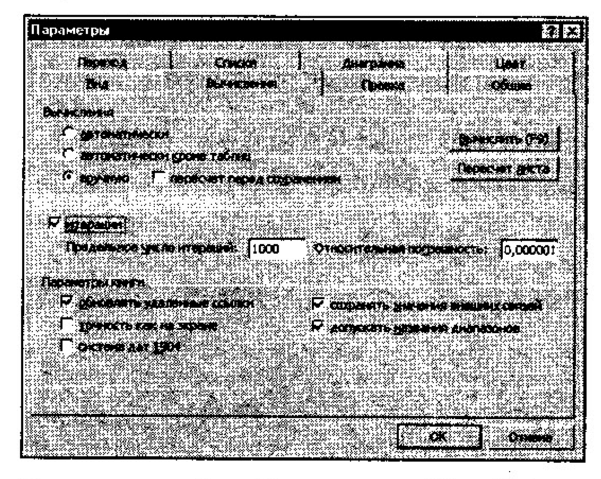
$y(l) = 0$

Решим поставленную задачу итерационным методом конечных разностей на листе таблицы Excel. Первая часть таблицы будет выглядеть так же, как в примере с методом стрельбы, поэтому используем то, что у нас уже есть.

1. Скопируйте лист Рис. 11.7 и дайте ему имя Рис. 11.8.

   Включим итерационные возможности таблиц и зададим выполнение итераций до тех пор, пока погрешность не станет меньше 10^{-6}.

2. Включите режим ручного пересчета и итерирования на вкладке Вычисления диалогового окна Сервис ➤ Параметры. Введите в поле Предельное число итераций значение **1000**, а в поле Относительная погрешность — значение **1E-6**.



3. Введите в ячейке A1 заголовок **Изгиб балки; краевая задача; метод конечных разностей**.
4. Очистите ячейки B10:D62.

Введем флаг инициализации, который бы переводил таблицу в определенное начальное состояние.

5. В ячейке A3 введите **Нач. флаг**.
6. В ячейке B3 введите **ИСТИНА**, а в ячейке C3 введите **0**.
7. Дайте ячейкам B3 и C3 имена **Нач** и **Нач_Зн**.

Внесем в таблицу разностное уравнение, а также граничные условия в первой и последней ячейках диапазона B12:B62. Протестируем флаг инициализации для проверки необходимости перевода задачи в начальное состояние.

8. В ячейке B10 введите **y(x)** и выровняйте содержимое по центру.
9. В ячейке B11 введите **(дюйм)** и выровняйте по центру.
10. В ячейке B12 введите **0**.
11. В ячейке B13 введите следующую формулу:

    =ЕСЛИ(Нач,Нач_Зн,0.5*(B14+B12+((A14-A12)/2)^2)*W*A13*(L-A13)/(2*E*I)))

    и скопируйте ее в ячейки B14:B61.
12. В ячейке B62 введите **0**.
13. Сделайте формат ячеек B12:B62 числовым с пятью знаками после запятой.
14. Очистите ячейки E9:G9 и E11:G11.
15. В ячейке F10 введите формулу **=B37**.

Для выполнения расчета по построенной таблице установите флаг инициализации (в ячейке B3) равным **ИСТИНА** и нажмите клавишу <F9> (на Macintosh — <Cmd+=>). После перевода листа в начальное состояние сделайте этот флаг равным **ЛОЖЬ** и снова нажмите <F9> для запуска итерационного процесса.

Процесс пересчета таблицы будет длиться до тех пор, пока изменение всех значений на каждом шаге не станет меньше 10^{-6}; после его завершения в таблице будет отображено полученное решение. Сходимость к решению достигается примерно за 6,5 минут на компьютере 386SX-20 и за считанные секунды на компьютере 486DX-80. Если за первую последовательность итераций решение нужной точности не получено, снова нажмите клавишу <F9>. После сходимости процесса лист должен выглядеть так, как показано на рис. 11.8.

Метод конечных разностей с ускоренной сходимостью

Если рабочий лист сходится так медленно, как это наблюдается в данной задаче, то ускорение сходимости является жизненно необходимым. Для ускорения итерационного процесса можно использовать методы релаксации, которые в предыдущей главе уже применялись для решения систем уравнений. Перепишем разностные уравнения так, чтобы иметь возможность управлять приращением решения на каждой итерации. Для этого введем в уравнения постоянный множитель C_f:

$$y(x) = y(x) + Cf\left[\tfrac{1}{2}\left(y(x+h) + y(x-h) + h^2\frac{m}{EI}\right) - y(x)\right]$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Изгиб балки, краевая задача; метод конечных разностей							
2								
3	Нач. флаг	ЛОЖЬ	0		Аналитическое решение			
4	Параметры балки 8-WF-67				x	72	дюйм	
5	w	5,583333	фн/дюйм		y	0,43170	дюйм	
6	I	271,8	фн4		y(l/2)	1,15549	дюйм	
7	E	3,00E+07	фнс/кв.д.					
8	l	600	дюйм		Численное решение			
9								
10	x	y(x)			y(l/2)	1,15561	дюйм	
11	(дюйм)	(дюйм)						
12	0	0,00000						
13	12	0,07391						
14	24	0,14746						
15	36	0,22034						
16	48	0,29221						

Рис. 11.5 / Рис. 11.7 / Рис. 11.8 / Рис. 11.9 / Рис. 11.10

Рис. 11.8. Изгиб балки; решение краевой задачи итерационным методом конечных разностей

Внесем необходимые изменения в копию листа. Вначале введем в таблицу коэффициент релаксации.

1. Скопируйте лист Рис. 11.8 и назовите его Рис. 11.9.
2. В ячейке A2 введите **С релаксацией**.
3. В ячейке A9 введите **К-т релакс**.
4. В ячейке B9 введите **1.9**.
5. Присвойте ячейке B9 имя **Cf**.

Изменим расчетные разностные формулы так, чтобы в них появился коэффициент релаксации, контролирующий приращение решения на каждой итерации. Искомое узловое значение, фигурирующее в формуле, ссылается на ячейку, в которую эта формула помещена, из-за чего создается циклическая ссылка. С тем же эффектом узловое значение можно поместить и в другой столбец.

6. В ячейке B13 введите следующую формулу:

```
=ЕСЛИ(Нач,Нач_Зн,(0.5*(B14+B12+((A14-A12)/2)^2)*W*A13*(L-A13)/(2*E*I))-
   B13)*Cf+B13)
```

   и скопируйте ее в ячейки B14:B61.

Этот лист пересчитывается таким же образом, как и предыдущий. Вначале необходимо сделать значение флага инициализации (B3) равным **ИСТИНА** и нажать клавишу <F9> (на Macintosh — <Cmd+=>), а после инициализации процесса изменить его значение на **ЛОЖЬ** и снова нажать <F9>. Расчет по построенной таблице на компьютере 386SX-20 дает решение за 26 секунд, то есть почти на 1500 процентов быстрее, чем расчет другими методами! Результат расчета показан на рис. 11.9.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Изгиб балки; краевая задача; метод конечных разностей							
2	С релаксацией							
3	Нач. флаг	ЛОЖЬ	0		Аналитическое решение			
4	Параметры балки 8-WF-67				x	72	дюйм	
5	w	5,583333	фн/дюйм		y	0,43170	дюйм	
6	I	271,8	фн4		y(l/2)	1,15549	дюйм	
7	E	3,00E+07	фнс/кв.д.					
8	l	600	дюйм		Численное решение			
9	К-т релакс	1,9						
10	x	y(x)			y(l/2)	1,15586	дюйм	
11	(дюйм)	(дюйм)						
12	0	0,00000						
13	12	0,07392						
14	24	0,14750						
15	36	0,22039						
16	48	0,29228						

Рис. 11.5 / Рис. 11.7 / Рис. 11.8 / Рис. 11.9 / Рис. 11.10

Рис. 11.9. Изгиб балки; решение краевой задачи методом конечных разностей с ускоренной сходимостью



Примечание

Если попытаться еще ускорить сходимость процесса путем увеличения коэффициента релаксации, то метод, наоборот, разойдется. При коэффициенте релаксации, равном 2, узловые значения искомой функции после нескольких итераций становятся очень большими. В этом случае следует уменьшить значение коэффициента релаксации — для задач, которые расходятся при решении методом конечных разностей с ускоренной сходимостью, следует применять коэффициент релаксации, меньший 1 (который в таких задачах иногда называют коэффициентом торможения).

Матричное решение разностных уравнений

Для решения систем линейных уравнений можно применять матричные функции Excel. Единственное ограничение, накладываемое при этом на систему, состоит в том, что ее размерность не должна превышать 60. Вообще говоря, строгих ограничений на размерность матрицы в Excel не предусмотрено; указанное число определяется объемом свободной памяти и структурой матрицы. Если Excel не может обратить матрицу из-за ее больших размеров, возвращается значение #VALUE! (#ЗНАЧ!) .

Для обращения больших матриц необходимо использовать процедуры Visual Basic или внешние приложения. Например, модуль обращения матриц можно написать на языке FORTRAN и поместить его в динамическую DLL-библиотеку (ресурс CODE на Macintosh). Этот модуль затем можно зарегистрировать в оболочке Excel и вызывать функцией ВЫЗВАТЬ.

Для использования средств обращения матриц Excel перепишем разностное уравнение в матричной форме. Вначале преобразуем исходное разностное уравнение

$$\frac{y(x+h)-2y(x)+y(x-h)}{h^2}=-\frac{m}{EI}$$

в следующую форму:

$$y(x+h)-2y(x)+y(x-h)=-h^2\frac{m}{EI}$$

Присоединим к уравнению граничные условия:

$y(0) = y(l) = 0$

Все перечисленные уравнения легко объединить в одно матричное уравнение:

Ax = **b**

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & & . & . & . & & & \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & & . & . & . & & & \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & & . & . & . & & & \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & & & & & & & \\ & & & & . & & & & & & & \\ & & & & & . & & & & & & \\ & & & & & & . & & & & & \\ & & . & . & . & & 1 & -2 & 1 & 0 \\ & & . & . & . & & 0 & 1 & -2 & 1 \\ & & . & . & . & & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ . \\ . \\ . \\ x_{n-2} \\ x_{n-1} \\ x_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ . \\ . \\ . \\ b_{n-2} \\ b_{n-1} \\ b_n \end{vmatrix}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$b_0 = b_n = 0$$

$$b_i = -h^2\frac{m_i}{EI} \quad i = 1,2,3,\cdots n-1$$

$$m_i = \frac{wx_i}{2}\left(l - x_i\right)$$

После преобразования уравнения его решение становится делом сравнительно несложным — остается всего лишь обратить матрицу уравнения и умножить обратную матрицу на вектор правой части. Решим эту

задачу на листе электронной таблнцы. Воспользуемся копией таблицы из предыдущего примера, поскольку она содержит нужную нам "шапку".

1. Скопируйте лист Рис. 11.9 и назовите его Рис. 11.10.
2. Включите режим пересчета Вручную на вкладке Вычисления диалогового окна Сервис ➤ Параметры.
3. В ячейке A2 введите **Матричный метод**.
4. Очистите ячейки B12:B62.

   Выделим и обозначим в таблице место для вектора решения.
5. В ячейке C10 введите **b** и выровняйте строку по центру.

   Введем в таблицу вектор правой части, содержащий в числе прочих компонентов граничные условия.
6. В ячейке C12 введите **0**.
7. В ячейке C13 введите следующую формулу:

   =-((A13-A12)^2*W*A13*(L-A13)/(2*E*I))

   и скопируйте ее в ячейки C14:C61.
8. В ячейке C62 введите **0**.
9. Присвойте ячейкам C12:C62 имя **B**.

   Выделим и обозначим в таблице местонахожденне матрицы **A** и обратной к ней матрицы $\mathbf{A}^{-1}$.
10. В ячейке D11 введите заголовок **A** и выровняйте его по центру.
11. Выделите ячейки D12:BB62, дайте этому диапазону нмя **A** и обведите его контуром.
12. В ячейке D65 введите заголовок **АОБР** и выровняйте его по центру.
13. Выделите ячейки D66:BB116, дайте этому диапазону имя **АОБР** и обведите его контуром.

   Исходиая матрица будет содержать в основном нули, только на диагоналн и рядом с ней будут стоять единицы и двойки. Поскольку вам, очевидно, не захочется набирать 2601 число вручную, напишите для заполнения матрицы программу на языке Visual Basic.
14. Откройте лист нового модуля и назовите его **MakeMat**.
15. Введите в модуль следующую программу:

```
'
' Заполнение матрицы
' Процедура заполнения ленточной матрицы конечно-разностного уравнения
'
Sub MakeMatrix()
Dim intI As Integer
Const numRows = 51
'Заполнение матрицы нулями
Range("A").Select
Selection.Formula = "0"
'Внесение первого граничного условия
'в верхний левый угол матрицы
Range("A").Cells(1, 1).Select
ActiveCell.Formula = "1"
'Заполнение внутренних элементов матрицы в цикле
For intI = 2 To numRows - 1
```

```
    Range("A").Cells(intI, intI).Select
    ActiveCell.Formula = "-2"
    Range("A").Cells(intI, intI + 1).Select
    ActiveCell.Formula = "1"
    Range("A").Cells(intI, intI - 1).Select
    ActiveCell.Formula = "1"
Next intI
'Внесение второго граничного условия
'в нижний правый угол матрицы
Range("A").Cells(numRows, numRows).Select
ActiveCell.Formula = "1"
End Sub
```

Приведенная процедура вначале выделяет всю матрицу и заполняет ее нулями:

```
Range("A").Select
Selection.Formula = "0"
```

После этого программа помещает в верхний левый угол матрицы граничное условие. Метод Range("A") возвращает координаты ячеек с именем A, а метод Cells(1,1) возвращает номер ячейки, находящейся в первой строке и первом столбце матрицы. Метод Select выделяет ячейку, активизируя ее. Оператор ActiveCell.Formula вставляет в выбранную ячейку значение 1.

```
Range("A").Cells(1, 1).Select
ActiveCell.Formula = "1"
```

В следующем блоке программы выполняется цикл с перебором по строкам (или столбцам), на каждом шаге которого по диагонали в матрицу вносятся три значения.

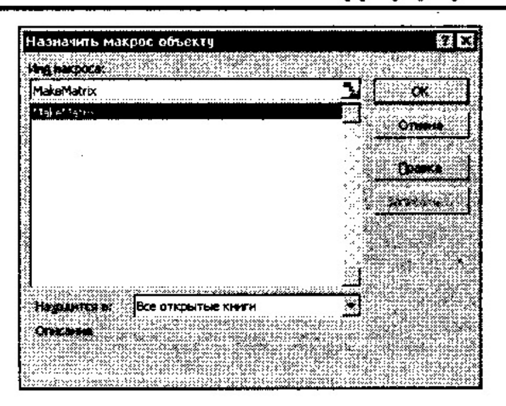
```
For intI = 2 To numRows - 1
    Range("A").Cells(intI, intI).Select
    ActiveCell.Formula = "-2"
    Range("A").Cells(intI, intI + 1).Select
    ActiveCell.Formula = "1"
    Range("A").Cells(intI, intI - 1).Select
    ActiveCell.Formula = "1"
Next intI
```

В последнем блоке в нижний правый угол матрицы вносится второе граничное условие; это проделывается точно так же, как и с первым граничным условием.

```
Range("A").Cells(numRows, numRows).Select
ActiveCell.Formula = "1"
```

Вставим в лист кнопку и ассоциируем ее с процедурой MakeMatrix.

16. Активизируйте лист Рис. 11.10.
17. Отобразите панель элементов управления, включив в меню Вид ➤ Панели инструментов переключатель Элементы управления, затем щелкните на кнопке Кнопка и нарисуйте на листе кнопку.
18. После появления диалогового окна Назначить макрос объекту выберите процедуру MakeMatrix и щелкните на кнопке OK.



19. Выделите надпись на кнопке и измените ее на Заполнить.
20. Закройте панель элементов управления.
21. Щелкните в любом месте листа для снятия выделения с кнопки, а затем щелкните на кнопке для выполнения процедуры.
    Обратим матрицу в ячейках диапазона **АОБР**.
22. Из списка Имя выберите **АОБР**, или выберите команду Правка ➤ Перейти и в списке переменных щелкните на **АОБР**.
23. В верхней левой ячейке выделенного фрагмента введите формулу **=МОБР(А)** и нажмите клавиши <Ctrl+Shift+Enter> (на Macintosh — клавиши <Cmd+Enter>) для вставки обратной матрицы в выделенный фрагмент.

Для обращения матрицы может потребоваться несколько минут, если оно выполняется на компьютере старой модели. Более современные компьютеры проделывают это за несколько секунд. Если в результате вычислений возвращаются не числовые значения, а #VALUE! (#ЗНАЧ!), это означает, что в матрице что-то набрано неправильно или превышен максимально допустимый в Excel размер матрицы. В последнем случае единственным выходом является уменьшение размерности матрицы, что достигается путем разрежения сетки, то есть уменьшения общего количества ее узлов за счет увеличения промежутков между ними.

Предупреждение

Разрежение сетки приводит к уменьшению точности приближенного решения.

Умножим обратную матрицу на вектор **b** в ячейках C12:C62 и поместим результат в ячейки B12:B62. Это и будет вектор искомого решения.

24. Выделите ячейки B12:B62. В верхней ячейке выделенного диапазона введите формулу **=МУМНОЖ(Аобр,B)** и нажмите клавиши <Ctrl+Shift+Enter> (на Macintosh — клавиши <Cmd+Enter>) для вставки результирующего вектора в диапазон.
25. Нажмите клавишу <F9> для пересчета листа.

После проделанных операций лист должен выглядеть так, как на рис. 11.10. Для расчета по этому листу внесите любые желаемые изменения в исходные данные и нажмите клавиши <F9> или <Ctrl+=> (на Macintosh — клавиши <Cmd+=>) для пересчета матрицы. После завершения расчета результаты будут отображены в столбце B.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Изгиб балки; краевая задача; метод конечных разностей							
2	Матричный метод							
3	Нач.флаг	ЛОЖЬ	0		Аналитическое решение		Заполнить	
4	Параметры балки 8-WF-67				x	72 дюйм		
5	w	5,583333	фн/дюйм		y	0,43170 дюйм		
6	I	271,8	дюйм4		y(l/2)	1,15549 дюйм		
7	E	3,00E+07	фнс/кв.д.					
8	l	600	дюйм		Численное решение			
9	К-т релакс	1,9						
10	x	y(x)	b		y(l/2)	1,15586 дюйм		
11	(дюйм)	(дюйм)		A				
12	0	0,00000	0	1	0	0	0	0
13	12	0,07392	-0,00035	1	-2	1	0	0
14	24	0,14750	-0,00068	0	1	-2	1	0
15	36	0,22039	-0,001	0	0	1	-2	1
16	48	0,29228	-0,00131	0	0	0	1	-2

Рис. 11.5 / Рис. 11.7 / Рис. 11.8 / Рис. 11.9 / Рис. 11.10

Рис. 11.10. Изгиб балки — решение краевой задачи методом конечных разностей



Примечание

Если в этот момент снова включить режим автоматического пересчета, появится диалоговое окно с сообщением о невозможности пересчета таблиц из-за наличия циклических ссылок. Эти ссылки находятся не в рассматриваемом листе, поэтому не стоит беспокоиться.

Учет граничных условий более высокого порядка

Дифференциальная задача, которая только что рассматривалась, содержала граничные условия типа Дирихле, но с тем же успехом она могла бы содержать и условия типа Неймана, а также смешанные граничные условия.



Примечание

В **граничных условиях типа Дирихле** на границе области задаются значения искомой функции.

В **граничных условиях типа Неймана** на границе задаются производные искомой функции.

В **смешанных граничных условиях** на одном конце интервала задаются условия Дирихле, а на другом — условия Неймана.

Для корректного учета граничных условий типа Неймана необходимо добавить к границе дополнительную точку сетки, расположив ее вовне от точки границы с заданной производной. Для учета заданного значения производной следует составить центральную разность с использованием этой дополнительной точки. Например, если бы в предыдущей задаче вместо условия $y(0)=0$ было задано условие $y'(0)=0.00616015$, пришлось бы добавить в сетку дополнительную точку $x = -h$, затем составить центральную разность первого порядка в точке $x = 0$ и приравнять ее числу 0.00616015:

$$(y(h) - y(-h))\ (2h)^{-1} = 0.00616015$$

Решите это уравнение относительно $y(-h)$ и используйте его для определения значения функции в дополнительной точке сетки. В точке границы следует использовать такое же разностное уравнение, как и во внутренних точках сетки. Граничные условия с производными более высокого человека учитываются таким же образом — путем замены производной соответствующей конечной разностью. Можно также исключить $y(-h)$ из приведенного выше уравнения с помощью уравнения в граничной точке, и таким образом избавиться от необходимости явного введения дополнительной точки границы.

Граничные условия типа Неймана

Следует помнить, что задачи с граничными условиями типа Неймана на обоих концах интервала могут не иметь единственного решения. Это происходит, например, в том случае, если добавление к искомой функции произвольной константы не меняет вида дифференциального уравнения, что возможно тогда, когда в уравнение входят только ее производные.

Задача об изгибе балки обладает именно таким свойством. Если добавить к функции $y(x)$ произвольную постоянную y_0, дифференциальное уравнение от этого не изменится, потому что производная от y_0 равна нулю. Если не задать в некоторой точке граничное условие типа Дирихле, искомую функцию нельзя будет определить однозначно, поскольку любая функция, отличающаяся от нее на константу, также будет решением поставленной задачи. По физическому смыслу это соответствует подъему или опусканию балки как целого на некоторую высоту, что не отражается на ее упругой деформации — балка изгибается одинаково как в подвале, так и на крыше.

Резюме

В этой главе рассмотрена методика применения электронных таблиц для численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Для решения задач Коши на листе электронной таблицы могут приме-

няться метод рядов Тейлора, метод Эйлера и модифицированный метод Эйлера, а также методы Рунге-Кутта. Все эти методы обладают различной степенью точности и трудности в реализации.

Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений могут решаться методом стрельбы, в котором на одном конце интервала перебираются значения недостающих граничных условий до тех пор, пока не будут удовлетворены граничные условия на другом конце. Краевые задачи могут также решаться методом конечных разностей; их конечно-разностные аналоги можно решать итерационными или матричными методами.

Модуль поиска решения Excel изначально не предназначен и не слишком хорошо приспособлен для решения систем, состоящих из нескольких десятков уравнений, однако при тщательной подготовке задачи она может быть решена точно так же, как системы уравнений из предыдущей главы. Для систем большой размерности итерационные методы работают гораздо быстрее, чем модуль поиска решения.

Естественно, каждый из перечисленных методов можно реализовать в виде программы на языке Visual Basic с использованием общеизвестных в программировании алгоритмов. Однако, как это вообше бывает с программами такого рода, в результате ее выполнения будет отображаться только конечный результат, но не промежуточные значения, как в электронных таблицах. Вычисления, выполняемые в программах, вообще не столь наглядны, как вычисления в электронных таблицах.

Дополнительная литература

Изгиб и растяжение-сжатие элементоа конструкций

S.Timoshenko, D.H.Young, *Elements of Strength of Materials,* 5th ed. (New York: D. Van Nostrand Co., 1968).

(Имеется перевод 3-го издания: С.П.Тимошенко. *Сопротивление материалов.* Пер. с англ. В.Н.Федорова с 3-го амер.изд-я. Изд-е 2-е, стереотипное. М.: "Наука", 1965. Т.1 — Элементарная теория и задачи, 363 с.)

Численные матоды решения дифференциальных ураанений

C.Gerald, *Applied Numerical Analysis,* 2nd ed. (Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1978).

W.H.Press, B.P.Flannery, S.A.Teukolsky, W.T.Vetterling, *Numerical Recipes; The Art of Scientific Computing* (Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1986).

Бахвалов Н.С., *Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения),* М.: Наука, 1973.

Самарский А.А., Гулин А.В. *Численные методы.* М.: Наука, 1989, 430 с.

Обзорные задачи

1. Заряд (q) конденсатора с емкостью C, который заряжается батареей (V), последовательно соединенной с резистором (R), описывается следующим уравнением:

   $$\frac{dq}{dt} = \frac{V}{R} - \frac{q}{RC}$$

   Решите это уравнение методами рядов Тейлора, Эйлера и модифицированным методом Эйлера при заданных значениях R=1000 Ом, C=10^{-5} Ф, V=10 В и начальном условии q=0 (t=0) на интервале $0 \le t \le 5\times10^{-2}$ с. Сравните результат с аналитическим решением:

   $$q = CV\left(1 - e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)}\right)$$

2. Решите задачу 1 для разряжаемого конденсатора методом Рунге-Кутта при начальном условии V=0 (t=0), q=10^{-4} Кл (=CV). Сравните результат с аналитическим решением:

   $$q = CV e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)}$$

3. Индуктивный колебательный контур описывается следующим дифференциальным уравнением:

   $$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

   Здесь L=10^{-2} Гн, C=$3\text{x}10^{-6}$ Ф, R=20 Ом. Заданы начальные условия q=10^{-5} Кл, dq/dt=−0.01 Кл/с (t=0). Решить данное уравнение на интервале $0 \le t \le 4\times10^{-3}$ с модифицированным методом Эйлера.

4. Колебания простейшего гармонического осциллятора описываются следующим уравнением:

   $$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

   Заданы начальные условия x=0, dx/dt=1 (t=0). Решить данное уравнение при ω=6 на интервале $0 \le t \le 3$ с модифицированным методом Эйлера.

5. Дифференциальное уравнение упругой линии равномерно нагруженной консольной балки выглядит следующим образом:

   $$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{wx^2}{2EI}$$

   Длина балки равна L, а координата x отсчитывается от свободного конца балки. Заданы начальные условия $y = 0$ и $dy/dx = 0$ ($x = L$) и

следующие параметры балки: $E=3\times10^6$ фнс/кв. дюйм, $I=271.8$ дюйм^4, $w=100$ фн/дюйм, $L=10$ футов (=120 дюймов). Решить поставленную задачу методом Эйлера на интервале $0 \le x \le L$ и сравнить результаты с аналитическим решением:

$$y = \frac{w}{EI}\left(\frac{x^4}{24} - \frac{L^3 x}{6} + \frac{L^4}{8}\right)$$

6. Темп прироста колонии бактерий описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = kn$$

Здесь n — количество бактерий, а k — коэффициент прироста. Определить k методом стрельбы при условиях $n=10^4$ ($t=0$) и $n=4\text{x}10^4$ ($t=10$ с).

7. Решите следующее дифференциальное уравнение методом стрельбы на интервале $0 \le x \le 1$ при краевых условиях $y(0)=3$ и $y(1)=7.49$:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 6y = 0$$

8. Решите следующее дифференциальное уравнение методом стрельбы на интервале $0 \le x \le 1$ при краевых условиях $y(0)=2$ и $y(1)=5.288$:

$$x\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + 4x^3 y = 0$$

Сравните результат с аналитическим решением:

$$y = 5\sin(x^2) + 2\cos(x^2)$$

9. Решите следующее дифференциальное уравнение методом конечных разностей на интервале $-0.5 \le x \le 0.5$ при краевых условиях $y(-0.5)=60.703$ и $y(0.5)=9.1$:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} - 18y = 0$$

10. Дифференциальное уравнение упругой линии балки, закрепленной на обоих концах и нагруженной сосредоточенной силой в середине, выглядит следующим образом:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{wL}{2EI}\left(\frac{x}{L} - \frac{1}{4}\right) \qquad 0 < x < L/2$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{wL}{2EI}\left(\frac{x}{L} - \frac{3}{4}\right) \qquad L/2 < x < L$$

Здесь L — длина балки, y=0 при x=0 и x=L; E=30x10^6 фнс/кв.дюйм, I=271.8 дюйм^4, w=100 фн, L=200 футов (=2400 дюймов). Решите это уравнение относительно y на интервале $0 \le x \le L$ методом конечных разностей. Сравните численное решение с аналитическим:

$$y = \frac{wL}{2EI}\left(\frac{x^2}{8} - \frac{x^3}{6L}\right) \qquad 0 < x < L/2$$

Упражнения

1. Напряжение в цепи, состоящей из последовательно соединенных катушки индуктивности и заряженного конденсатора, описывается следующим дифференциальным уравнением:

   $$V + LC\frac{d^2V}{dt^2} = 0$$

   Методом рядов Тейлора определить напряжение на конденсаторе в течение первых десяти микросекунд при C=1 мкФ, L=10 мкГн и V_0=50 В.
2. Решить задачу 1 методом Эйлера и модифицированным методом Эйлера.
3. Движение снаряда, вылетевшего из орудия с начальной скоростью v_0 под углом к горизонту α описывается следующим уравнением:

   $$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -g\mathbf{k}$$

   Здесь $\boldsymbol{k}$ — вертикальный орт. Если пренебречь сопротивлением воздуха, это уравнение второго порядка можно свести к двум уравнениям первого порядка, одно из которых описывает вертикальную скорость, а другое — горизонтальную.
   Уравнение для вертикальной скорости:

   $$\frac{dv_v}{dt} = -g$$

   Уравнение для горизонтальной скорости:

   $$\frac{dv_h}{dt} = 0$$

   Скорость горизонтального смещения постоянна: $v_h = v_0 \operatorname{Cos}(\alpha)$, тогда как в вертикальном направлении под действием силы тяжести снаряд вначале летит вверх, затем останавливается и падает вниз. Методом стрельбы найти α и определить время, в течение которого снаряд находится в воздухе, если v_0=500 м/с, g=9.8 м/с^2, а дальность полета

снаряда составляет 22300 м. Сравните полученные результаты с аналитическим решением:

$$t = \frac{2V_0 \sin(\alpha)}{g}$$

$$Range = \frac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$$

4. Выполните упражнение 2 с использованием метода конечных разностей.
5. Движение центра параллелепипеда, съезжающего по наклонной плоскости под углом α к горизонту, с учетом трения описывается следующим уравнением:

   $$\frac{d^2x}{dt^2} = g(\sin(\alpha) - \mu\cos(\alpha))$$

   Здесь μ — коэффициент трения, а g — ускорение свободного падения. Рассчитать и начертить график координаты на промежутке 10 с при следующих условиях: g=9.8 м/с^2, μ=0.6, α=55^0, x_0=0, x'_0=0. Свести задачу к двум дифференциальным уравнениям первого порядка и применить метод Рунге-Кутта.
6. Итерационным методом конечных разностей определить $y(x)$ из следующего дифференциального уравнения на интервале от 0 до 1 при условиях $y(0)=5$ и $y(1)=8$.

   $$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = e^x$$

7. Выполнить упражнение 6 с использованием конечных разностей и матричного аппарата Excel.
8. Решить уравнение из задачи 6 с граничными условиями $y(0)=0$, $y'(1)=0$.
9. Снова решите уравнение из задачи 6, но на этот раз с граничными условиями $y'(0)=5$, $y'(1)=-5$. Обратите внимание на бесконечное возрастание и расходимость решения при граничных условиях типа Неймана. Зафиксируйте значение искомой функции на левом конце, сделав его равным нулю, но оставив ненулевую производную на правом конце, и получите сходящееся решение.
10. Методом конечных разностей решите следующее уравнение на интервале от $x=0$ до $x=6$ при заданных граничных условиях $y(0)=0$ и $y'(6)=25$.

    $$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} = \sin(x)$$

Глава 12

Решение дифференциальных уравнений в частных производных

В этой главе...

- ✓ **Решение эллиптических уравнений**
- ✓ **Решение параболических уравнений**
- ✓ **Решение гиперболических уравнений**
- ✓ **Решение уравнений Лапласа и Пуассона**
- ✓ **Решение волнового уравнения**

Дифференциальные уравнения в частных производных — это, по-видимому, наиболее распространенный аппарат математического моделирования физических процессов. За исключением таких простейших процессов, как скольжение параллелепипеда по наклонной плоскости, описываемое простым аналитическим выражением, для адекватного описания большинства процессов необходимо применять дифференциальные уравнения. Например, уже при учете сил трения и сопротивления воздуха в уравнение движения параллелепипеда необходимо добавить дифференциальные члены. Во многих случаях по причине независимости пространственных и временных координат вместо обыкновенных дифференциальных уравнений используются уравнения в частных производных.

Как и обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения в частных производных обычно не имеют аналитических решений, или же эти решения очень трудно отыскать. Поэтому, как и в случае обыкновенных дифференциальных уравнений, для решения уравнений в частных производных чаще всего применяются численные методы.

Во многих важных задачах науки и техники процессы описываются главным образом дифференциальными уравнениями в частных производных. Более того, если непрерывный процесс зависит от нескольких независимых переменных, этот процесс обязательно должен описываться такими уравнениями.

Для дважды непрерывно дифференцируемой функции u, зависящей от двух независимых переменных x, y, можно записать пять различных частных производных:

$$\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$$

Из них можно составить следующее общее линейное уравнение в частных производных:

$$A\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + B\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + C\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + D\frac{\partial u}{\partial x} + E\frac{\partial u}{\partial y} + F = 0$$

Каждый из коэффициентов $A - F$ также может представлять собой функцию двух независимых переменных x, y.

Различие между обыкновенными дифференциальными уравнениями и уравнениями в частных производных

Различие между этими двумя классами дифференциальных уравнений состоит отнюдь не в употреблении символов d или ∂ для обозначения производных. В обыкновенное дифференциальное уравнение входит одна независимая переменная, функции этой переменной и производные функций по ней же. Так, следующее уравнение содержит независимую переменную x, функции этой переменной $u(x)$ и $3x$, а также первую и вторую производные неизвестной функции по независимой переменной. Оно является обыкновенным, несмотря на символ частной производной:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4\frac{\partial u}{\partial x} + 2u + 3x = 0$$

В дифференциальное уравнение в частных производных входит две или более независимые переменные, функции этих переменных и частные производные функций по этим переменным. Например, следующее уравнение содержит две независимые переменные (x и y), функции независимых переменных ($u(x, y)$ и $3x+5y$), а также частные производные по одной или обеим независимым переменным:

$$\frac{\partial u(x,y)}{\partial x} + 3\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} + u(x,y) + 3x + 5y = 0$$

Классификация типов уравнений в частных производных

Линейные дифференциальные уравнення в частных производных второго порядка подразделяются на три типа: эллиптические, параболические и гиперболические уравнения. Тип уравнения определяется соот-

ношениями между коэффициентами при вторых производных искомой функции. Например, для уравнений с двумя независимыми переменными тип определяется следующими условиями на знак дискриминанта:

- эллиптический: $B^2 - 4AC < 0$;
- параболический: $B^2 - 4AC = 0$;
- гиперболический: $B^2 - 4AC > 0$.

Поскольку коэффициенты сами являются функциями независимых переменных, в разных точках области определения искомой функции уравнения могут иметь различный тип.

Решение эллиптических уравнений

Уравнения в частных производных эллиптического типа обычно возникают в задачах о равновесии тел или балансе физических величин. Другими словами, решение эллиптического уравнения обычно описывает стационарное состояние некоторого физического поля, например, концентрации, плотности или потенциала. Хорошо известными примерами эллиптических уравнений являются уравнения Лапласа и Пуассона. Оба эти уравнения возникают в самых разных разделах физики; особенно велика их роль в электростатике и теории теплопроводности. В обоих уравнениях коэффициент при смешанной производной (B) равен нулю, что делает дискриминант $B^2 - 4AC$ строго отрицательным (при условии, что A и C одновременно положительны или отрицательны).

Эллиптические уравнения решаются конечно-разностными методами, близкими к итерационным методам решения обыкновенных дифференциальных уравнений, с той лишь разницей, что приходится иметь дело с двумерным полем физической величины.

Уравнения Лапласа и Пуассона

Эти уравнения обычно используются для расчета скалярных полей. Так, стационарный электрический потенциал описывается следующим уравнением Пуассона:

$$\nabla^2\Phi = -q\frac{\rho}{\varepsilon}$$

Здесь q обозначает заряд электрона, ρ — плотность распределенных зарядов, а ε — проводимость. Обратите внимание на употребление дифференциального оператора Гамильтона:

$$\nabla \equiv \mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

Здесь $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ и $\mathbf{k}$ — единичные векторы в направлениях координатных осей Ox, Oy и Oz. Таково определение этого оператора в трехмерных декартовых координатах. В других координатных системах данный опера-

тор имеет другое выражение. Квадрат оператора Гамильтона является символическим скалярным произведением оператора на самого себя:

$$\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Если распределенный в пространстве заряд отсутствует, уравнение Пуассона сводится к уравнению Лапласа:

$$\nabla^2 \Phi = 0$$

Потенциал между двумя концентрическими цилиндрами

Рассмотрим два длинных концентрических проводника цилиндрической формы с радиусами a и b, находящиеся в вакууме, как показано на рис. 12.1. Если на проводники подать напряжение, потенциал между ними будет описываться двумерным уравнением Лапласа.

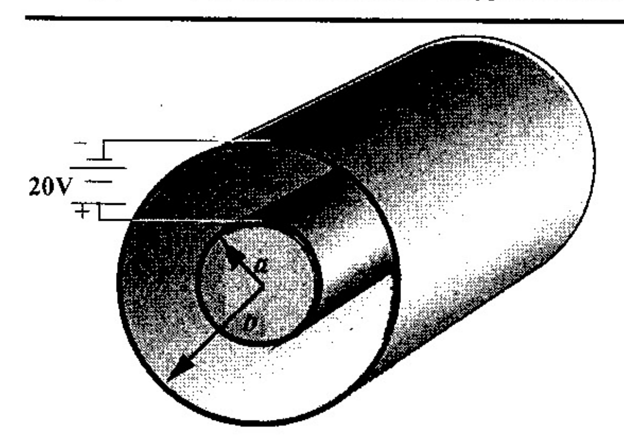


Рис. 12.1. Концентрические электропроводящие цилиндры в вакууме

Внешний проводник заземлен (находится под напряжением 0 В), тогда как на внутренний подается напряжение 20 В. Внутренний радиус a составляет 5 см, а наружный радиус b — 15 см. Для расчета потенциала между проводниками воспользуемся двумерным уравнением Лапласа. Двумерная расчетная область допустима вследствие бесконечной длины цилиндров, из-за которой изменение потенциала вдоль их общей оси пренебрежимо мало:

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0$$

Эта задача допускает аналитическое решение, которое понадобится нам для проверки результатов численного расчета. В терминах расстоя-

ния *r* от оси цилиндра аналитическое выражение для потенциала имеет следующий вид:

$$\Phi(r) = \frac{\Phi_b \ln(r/a) - \Phi_a \ln(r/b)}{\ln(b/a)}$$

Для решения этой задачи в электронной таблице следует вначале заменить в уравнении производные на центральные разности, центрированные относительно точки сетки с индексами (*i,j*). Шаг сетки *h* предполагается одинаковым в обоих координатных направлениях.

$$\frac{\Phi_{i+1,j} - 2\Phi_{i,j} + \Phi_{i-1,j}}{h^2} + \frac{\Phi_{i,j+1} - 2\Phi_{i,j} + \Phi_{i,j-1}}{h^2} = 0$$

Решим это уравнение относительно потенциала Φ_{ij} в узле (*i,j*):

$$\Phi_{i,j} = \left(\tfrac{1}{4}\right)\left(\Phi_{i+1,j} + \Phi_{i-1,j} + \Phi_{i,j+1} + \Phi_{i,j-1}\right)$$

Это выражение означает, что потенциал в произвольной точке является средним арифметическим значений потенциалов в четырех окружающих точках.

При решении задачи на листе электронной таблицы граничные значения искомой функции будут определяться из граничных условий, а внутренние — из полученного разностного уравнения.

По сути, в данной задаче достаточно выполнить расчет только поперечного сечения цилиндров, поскольку решение осесимметрично и не меняется вдоль оси. Поэтому в качестве рабочей области выберем сектор поперечного сечения цилиндра с углом раствора 90^0; для каких-либо других областей труднее задать геометрию и граничные условия. На внешнем цилиндре потенциал равен нулю, на внутреннем 20. На радиусах сектора зададим граничные условия в виде равенства нулю нормальной производной потенциала.

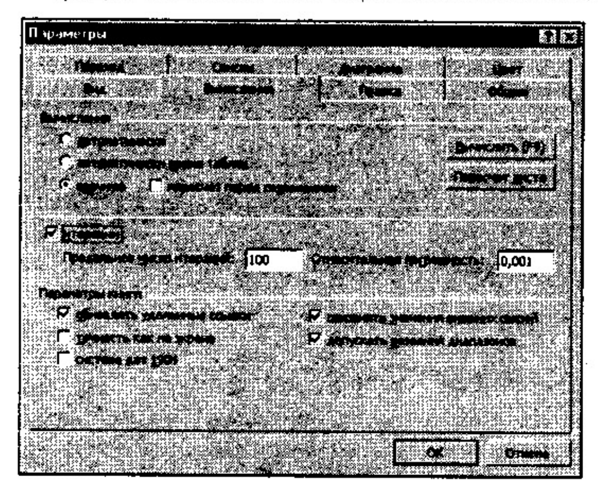
1. Создайте новый лист и присвойте ему имя Рис. 12.2.
2. Сделайте ширину столбцов A:R равной **2.43**, а столбцов S:T — равной **9**.

Экспресс-метод

Для того, чтобы сделать ширину сразу нескольких столбцов равной одному и тому же значению, выделите все столбцы, последовательно щелкнув на них и удерживая клавишу <Shift>, а затем измените ширину одного из столбцов. Все остальные столбцы автоматически подстроятся под новую ширину. Таким же способом можно сделать высоту нескольких строк равной одной и той же величине.

3. Сделайте высоту строк 3:20 равной **11.25**.
4. Выделите ячейки A1:T20 и сделайте высоту шрифта равной 8 пунктам на вкладке Шрифт, выбрав команду Формат ➤ Ячейки.

5. Выберите команду **Сервис ➤ Параметры** и откройте вкладку Вычисления; включите режим пересчета Вручную, поставьте отметку на переключатель Итерации и введите в поле Предельное число итераций значение **100**. Щелкните на кнопке OK.



6. В ячейке A1 введите заголовок **Задача для уравнения Лапласа в области между цилиндрами; эллиптические ДУЧП**.

   Введем метки для обозначения координатных осей, а также столбцов и строк граничных условий.
7. Введите в указанные ячейки приведенные ниже заголовки; выровняйте содержимое ячеек A6, A7 и B6 по центру.

Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое
A6	Гр.	B3	Аналит.
A7	усл.	C4	Гр.у.
B6	у	C5	х

Построим таблицу, содержащую значения потенциала на внешнем и внутреннем цилиндрах.

8. В ячейке S9 введите заголовок **Приложенные потенциалы**.
9. Выделите ячейки S9 и T9, а затем щелкните на кнопке Объединить и поместить в центре.
10. В указанных ячейках введите приведенные ниже значения и выровняйте их по центру ячеек.

Ячейка	Содержимое	Ячейка	Содержимое
S10	Внутренний	T10	20
S11	Внешний	T11	0

11. Присвойте ячейкам T10 и T11 имена **Внутр** и **Внеш**.

Введем в таблицу внутренние и внешние граничные условия, то есть условия вдоль поверхностей внутреннего и внешнего проводников. Для определения ячеек, попадающих на границу, можно начертить две кон-

центрические окружности, изображающие цилиндры, на миллиметровой или разграфленной бумаге. Предполагается, что любая ячейка, которой касается граница, является граничной ячейкой.

12. Введите или скопируйте формулу **=Внеш** в следующие ячейки: Q4:Q8, P9:P12, O13, N14:N15, M16, L17, J18:K18, G19:I19 и A20:F20.
13. Введите или скопируйте формулу **=Внутр** в следующие ячейки: G4:G7, F8, F9 и A10:D10.

Граничное условие вдоль радиусов сектора заключается в равенстве нулю нормальной производной. Для внесения этого условия в таблицу необходимо добавить дополнительный ряд ячеек вне границы и установить их значения равными ближайшему внутреннему ряду ячеек. В результате на самой границе (в ячейках H5:P5 и B11:B19) производная, точнее, центральная разность, окажется равной нулю.

14. В ячейке H4 введите формулу **=H6** и скопируйте ее в ячейки I4:P4.
15. В ячейке A11 введите формулу **=C11** и скопируйте ее в ячейки A12:A19.

Заполним внутреннюю область между двумя цилиндрами конечно-разностными аналогами исходного дифференциального уравнения. Для этого введем уравнение в ячейку H5 и скопируем его во все ячейки H5:P5. Затем скопируем строку из ячеек H5:P5 в ячейки H6:P7. Последовательно копируя ячейки целыми блоками, заполним всю область между ячейками граничных условий.

16. В ячейке H5 введите формулу **=0.25*(G5+H4+I5+H6)**.
17. Скопируйте содержимое ячейки H5 в следующие диапазоны ячеек:

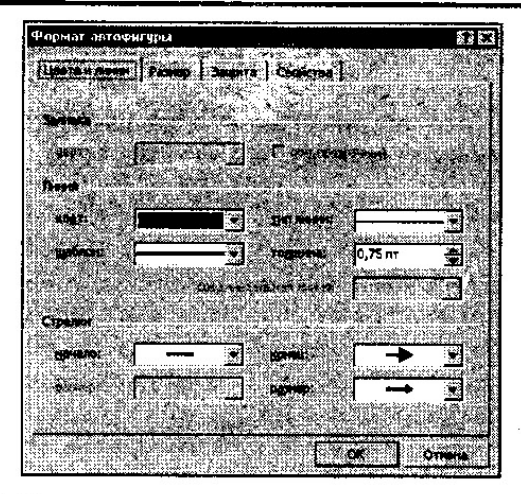
H5:P5	E10:O10	B15:M15
H6:P6	B11:O11	B16:L16
H7:P7	B12:O12	B17:K17
G8:P8	B13:N13	B18:I18
F9:O9	B14:M14	B19:F19

Для сравнения расположим вдоль верхней границы значения аналитического решения. Поскольку для их вычисления необходимы значения радиуса, введем их в отдельной строке сразу под таблицей.

18. В ячейках G22 и H22 введите значения **5** и **6** соответственно; выделите ячейки G22:H22 и перетащите маркер заполнения в ячейку Q22.
19. В ячейке G3 введите следующую формулу:

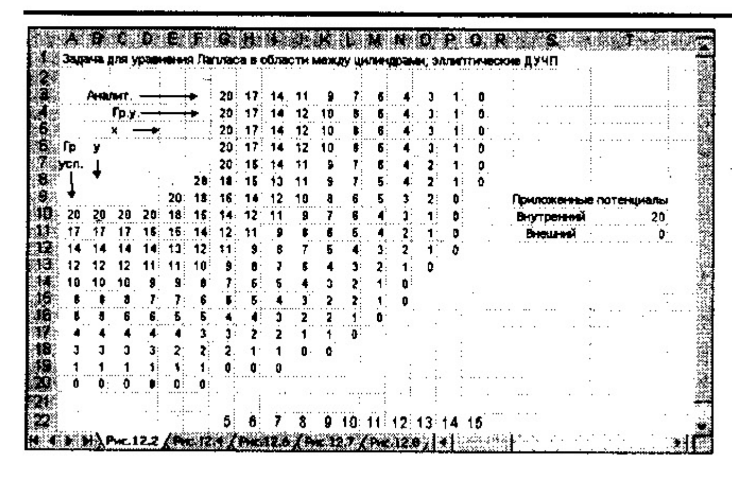
    =(Внеш*LN(G22/5)-Внутр*LN(G22/15))/LN(15/5)

    и скопируйте ее в ячейки H3:Q3.
20. Активизируйте панель инструментов рисования, щелкнув на кнопке **Рисование** стандартной панели инструментов. С использованием кнопки **Вид стрелки** нарисуйте стрелки, как показано на рис. 12.2.
21. Выделите все стрелки с помощью мыши и клавиши <Shift>, а затем выберите команду **Формат ➤ Автофигура** и откройте вкладку **Цвета и линии**; уменьшите наконечники стрелок путем одновременного уменьшения длины и толщины.



22. Выполните пересчет листа нажатием клавиш <F9> или <Ctrl+=> (на Macintosh — клавиши <Cmd+=>).

После нескольких минут работы Excel прекратит вычисления, и на листе появится таблица значений искомой функции (рис. 12.2). Для получения удовлетворительной сходимости может потребоваться несколько нажатий клавиши <F9>. На рис. 12.3 приведено сравнение аналитического решения в ячейках G3:Q3 с численным решением на границе в ячейках G4:Q4. Кривые на этом рисунке практически совпадают. Некоторое расхождение объясняется погрешностью, внесенной путем замены производных разностями. При уменьшении значения *h* погрешность численного решения также снизится.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	S	T
1	Задача для уравнения Лапласа в области между цилиндрами; эллиптические ДУЧП																		
2																			
3		Аналит.					20	17	14	11	9	7	6	4	3	1	0		
4			Гр.у.				20	17	14	12	10	8	6	4	3	1	0		
5			x				20	17	14	12	10	8	6	4	3	1	0		
6	Гр	у					20	17	14	12	10	8	6	4	3	1	0		
7	усл.						20	15	14	11	9	7	6	4	2	1	0		
8						20	18	15	13	11	9	7	5	4	2	1	0		
9					20	18	16	14	12	10	8	6	5	3	2	0		Приложенные потенциалы	
10	20	20	20	20	18	16	14	12	11	9	7	6	4	3	1	0		Внутренний	20
11	17	17	17	16	15	14	12	11	9	8	6	5	4	2	1	0		Внешний	0
12	14	14	14	14	13	12	11	9	8	7	5	4	3	2	1	0			
13	12	12	12	11	11	10	9	8	7	6	4	3	2	1	0				
14	10	10	10	9	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0					
15	8	8	8	7	7	6	6	5	4	3	2	2	1	0					
16	6	6	6	6	5	5	4	4	3	2	2	1	0						
17	4	4	4	4	4	3	3	2	2	1	1	0							
18	3	3	3	3	2	2	2	1	1	0	0								
19	1	1	1	1	1	1	0	0	0										
20	0	0	0	0	0	0													
21																			
22							5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		

Рис.12.2 / Рис.12.4 / Рис.12.6 / Рис.12.7 / Рис.12.8

Рис. 12.2. Потенциал между двумя концентрическими цилиндрами: решение двумерного эллиптического уравнения в частных производных

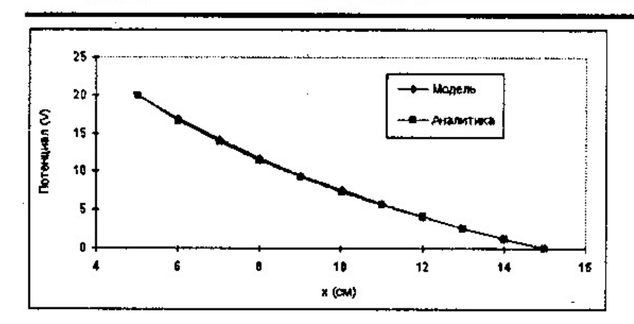
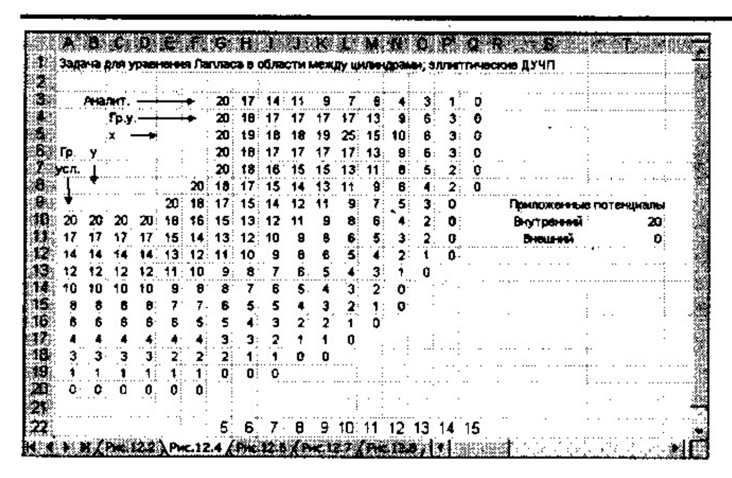


Рис. 12.3. Сравнение аналитического и конечно-разностного решения задачи о двух концентрических цилиндрах

После построения таблицы для решения данной задачи ее можно быстро модифицировать для учета других заданных потенциалов. Для этого достаточно изменить значения ячеек T10:T11. Можно также добавить в исходную конфигурацию новые проводники. Так, если необходимо расположить посредине между цилиндрами проводник под напряжением 25 В, просто замените разностное уравнение в ячейке L5 на число 25 и пересчитайте лист. Результат показан в таблице на рис. 12.4 и графически на рис. 12.5. На графике для сравнения показано аналитическое решение без учета дополнительного проводника и численное решение с проводником.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	Задача для уравнения Лапласа в области между цилиндрами; эллиптические ДУЧП																			
2																				
3		Аналит.					20	17	14	11	9	7	6	4	3	1	0			
4			Гр.у.				20	18	17	17	17	17	13	9	6	3	0			
5			x				20	19	18	18	19	25	15	10	6	3	0			
6	Гр.	y					20	18	17	17	17	17	13	9	6	3	0			
7	усл.						20	18	16	15	15	13	11	8	5	2	0			
8						20	18	17	15	14	13	11	9	6	4	2	0			
9					20	18	17	15	14	12	11	9	7	5	3	0			Приложенные потенциалы	
10	20	20	20	20	18	16	15	13	12	11	9	8	6	4	2	0			Внутренний	20
11	17	17	17	17	15	14	13	12	10	9	8	6	5	3	2	0			Внешний	0
12	14	14	14	14	13	12	11	10	9	8	6	5	4	2	1	0				
13	12	12	12	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	1	0					
14	10	10	10	10	9	8	8	7	6	5	4	3	2	0						
15	8	8	8	8	7	7	6	5	5	4	3	2	1	0						
16	6	6	6	6	6	5	5	4	3	2	2	1	0							
17	4	4	4	4	4	4	3	3	2	1	1	0								
18	3	3	3	3	2	2	2	1	1	0	0									
19	1	1	1	1	1	1	0	0	0											
20	0	0	0	0	0	0														
21																				
22							5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15			

Рис.12.2 | Рис.12.4 | Рис.12.5 | Рис.12.7 | Рис.12.8

Рис. 12.4. Потенциал между двумя концентрическими цилиндрами с учетом проводника, внесенного между ними, под напряжением 25 В (ячейка L5)

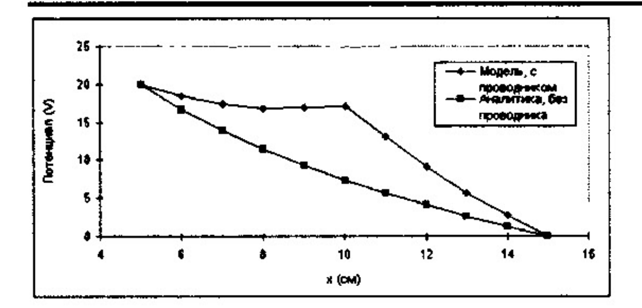


Рис. 12.5. График решения задачи о потенциале между концентрическими цилиндрами с дополнительным проводником под напряжением 25 В (приведено аналитическое решение без проводника)

Решение параболических уравнений в частных производных

Линейное уравнение в частных производных второго порядка называется параболическим, если его дискриминант, то есть комбинация коэффициентов $B^2 - 4AC$, равен нулю. Параболические уравнення обычно возникают в задачах, связанных с диффузией и течением жидкости. Как правило, такие уравнения содержат первую производную по времени и вторую производную по пространственной координате от концентрации какой-лнбо скалярной физической величины (плотности заряда, температуры, концентрации химиката н т.п.). Наиболее важным из этих уравнений является уравнение неразрывности.

Уравнение неразрывности

Уравнение неразрывности в общем виде — это математическая запись закона сохранения массы, или утверждения о том, что скорость изменения концентрации физической величины в определенном объеме равна скорости притока величины в объем минус скорость вытока ее из объема, плюс интенсивность генерирования этой величины в объеме и минус интенсивность ее поглощения там же. Если обозначить скорость потока этой величины через v, получим следующее уравнение в частных производных:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla \cdot (u\mathbf{v}) + G - A$$

Здесь дивергентный член (первое слагаемое в правой части) описывает прнток и выток величнны в бесконечно малом объеме, слагаемое G описывает генерирование, а A — поглощение плотности.

Уравнение неразрывности широко распространено в физике и технике, являясь весьма общим для описания разного рода процессов. Движение всякого вещества или физической величины, которая может перемещаться в отведенном объеме, описывается, в числе прочих соотношений, уравнением неразрывности. Общий вид уравнения остается, как правило, одним и тем же для всех видов физических субстанций, будь то тепло в твердом теле или банки шпрот, движущиеся по конвейеру.

Нестационарнея теплопроаодность а медном стержне

Рассмотрим поток тепла Q в твердом теле. Скорость, с которой тепло течет в каком-либо направлении, пропорциональна отрицательному градиенту температуры (закон Фурье). Подставляя в уравнение неразрывностн вместо скорости отрицательный градиент температуры и используя формулу дифференцирования сложной функции по времени, получим следующее уравнение:

$$\frac{\partial Q}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot \left(K \nabla T\right) + G - A$$

Производная от тепловой энергии по температуре равна удельной массовой теплоемкости ρC, где ρ — плотность, а C — удельная объемная теплоемкость. Подставляя эту величину в уравнение, получим следующее:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot \left(K \nabla T\right) + G - A$$

Если в металлическом стержне отсутствуют тепловые источники и стоки, приведенное уравнение сводится к одномерному нестационарному уравнеиию в частных производных:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{K}{\rho C}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Для решения этого уравнения перепишем производную по пространственной координате в виде центральной разности, а производную по времени — в виде разности вперед:

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = \frac{K}{\rho C}\frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{\Delta x^2}$$

Здесь Δx и Δt — шаги сетки соответственно по пространству и по времени. Верхний индекс (n, $n+1$) обозначает номер шага по времени. Решим это уравнение относительно температуры в будущий момент времени (T_i^{n+1}):

$$T_i^{n+1} = T_i^n + \frac{K\Delta t}{\rho C \Delta x^2}\left(T_{i+l}^n - 2T_i^n + T_{i-l}^n\right)$$

Для обеспечения вычислительной устойчивости данного разностного уравнения коэффициент при сумме температур не должен превышать 1/2:

$$\frac{K\Delta t}{\rho C\Delta x^2} \le \frac{1}{2}$$

Если этот коэффициент строго равен 1/2, уравнение сведется к следующему:

$$T_i^{n+1} = \tfrac{1}{2}\left(T_{i-1}^n + T_{i-1}^n\right)$$

Для медного стержня:

$$\frac{K}{\rho C} = 1.15 \text{ см}^2 / \text{с}$$

Таким образом, получаем следующее соотношение между шагом сетки по времени (Δt) и по пространству (Δx):

$$\Delta x^2 = 2.31\Delta t$$

Обоснование критерия устойчивости

Приведем упрощенный вывод критерия устойчивости. Более строгое и подробное доказательство можно найти в пособиях по численным методам. Итак, критерий устойчивости, заключающийся в требовании сделать коэффициент при слагаемых второго порядка меньше 1/2, вытекает из следующих рассуждений.

Пусть T — численное решение разностного уравнения, U — точное аналитическое решение уравнения теплопроводиости, и $e = U - T$ — погрешность решения. Разностное уравнение выглядит следующим образом:

$$T_i^{n+1} = T_i^n + \frac{K\Delta t}{\rho C\Delta x^2}\left(T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n\right)$$

Подставим в него $T = U - e$ и решим относительно погрешности на будущих шагах по времени. Получим следующее уравнение:

$$e_i^{n+1} = e_i^n(1-2r) + (e_{i+1}^n + e_{i-1}^n)r$$

Здесь

$$r = \frac{K\Delta t}{\rho C\Delta x^2}$$

Для устойчивости численного решения погрешность должна равномерно стремиться к нулю при стремлении к нулю шагов Δx или Δt (пре-

небрегая ошибками округления). Соответственно, для этого коэффициенты при каждом из слагаемых погрешности должны быть неотрицательными. В противном случае погрешность может осциллировать, ие приближаясь к нулю и делая решение неустойчивым. Путем элементариой проверки можно убедиться, что оба коэффициеита будут неотрицательны при $0 < r \leq 1/2$.

Если, например, шаг по пространству равен 1 см, то шаг по времени должен составлять 0.433 с.

Рассмотрим задачу для медного стержня длиной 10 см, на одном конце которого поддерживается температура 0⁰C, а на другом 20⁰C. Рассчитаем изменение температуры в стержне со временем в электронной таблице.

1. Откройте новый лист и дайте ему имя Рис. 12.6.
2. Если автоматический пересчет листа отключен (как это было в предыдущем примере), включите его, выбрав команду **Сервис ➤** Параметры и открыв вкладку Вычисления.
3. Выделите столбцы A:L и сделайте их ширину равной 6.
4. В ячейке A1 введите заголовок **Теплопроводность в медном стержне; параболическое ДУЧП**.
5. В ячейке C3 введите заголовок **Зависимость температуры от координаты и времеии**.

   Введем сетку по времени с шагом 0.433 с.
6. В ячейке A5 введите заголовок **Время** и выровняйте его по центру.
7. В ячейке A6 введите **(с)** и выровняйте его по центру.
8. В ячейке A7 введите **0**, а в ячейке A8 — **0.433**; выделите ячейки A7:A8 и перетащите маркер заполнения в ячейку A20.

Заполним пространственную сетку узлами, отстоящими на 1 см друг от друга.

9. В ячейке A5 введите заголовок **Коордииата (см)**.
10. В ячейке B6 введите **0**, а в ячейке C6 — **1**; выделите ячейки B6:C6 и перетащите маркер заполнения в ячейку L6.

Введем первое граничное условие — фиксированную температуру 20⁰C. Наличие формулы в ячейках B8:B20 позволяет легко изменять это условие.

11. В ячейке B7 введите **20**.
12. В ячейке B8 введите формулу **=B7** и скопируйте ее в ячейки L9:L20.

    Введем второе граничное условие — фиксированную температуру 0⁰C.
13. В ячейке L7 введите **0**.
14. В ячейке L8 введите формулу **=L7** и скопируйте ее в ячейки L9:L20.

Введем начальное условие равенства температуры нулю в момент времени t=0.

15. В ячейке C7 введите значение **0** и скопируйте его в ячейки D7:K7.

Теперь введем разностное уравнение в первую ячейку расчетного диапазоиа и скопируем ее в остальные.

16. В ячейке C8 введите формулу **=0.5*(B7+D7)** и скопируйте е в ячейки C8:K20.
17. Сделайте формат ячеек A7:L20 числовым с двумя цифрами после запятой.
18. Обведите таблицу контуром, как показано на рис. 12.6.

Лист таблицы после проделанных операций должен выглядеть так, как на рис. 12.6; в таблице указаны температуры в различных точках в различные моменты времени. Наблюдая за изменением показанных значений, можно проследить поведение теплового потока в рассматриваемом медном стержне.

Теплопроводность в медном стержне, параболическое ДУЧП

Зависимость температуры от координаты и времени

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
5	Время	Координата (см)										
6	(с)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7	0,00	20,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
8	0,43	20,00	10,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
9	0,87	20,00	10,00	5,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10	1,30	20,00	12,50	5,00	2,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
11	1,73	20,00	12,50	7,50	2,50	1,25	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
12	2,17	20,00	13,75	7,50	4,38	1,25	0,63	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
13	2,60	20,00	13,75	9,06	4,38	2,50	0,63	0,31	0,00	0,00	0,00	0,00
14	3,03	20,00	14,53	9,06	5,78	2,50	1,41	0,31	0,16	0,00	0,00	0,00
15	3,46	20,00	14,53	10,16	5,78	3,59	1,41	0,78	0,16	0,08	0,00	0,00
16	3,90	20,00	15,08	10,16	6,88	3,59	2,19	0,78	0,43	0,08	0,04	0,00
17	4,33	20,00	15,08	10,98	6,88	4,53	2,19	1,31	0,43	0,23	0,04	0,00
18	4,76	20,00	15,49	10,98	7,75	4,53	2,92	1,31	0,77	0,23	0,12	0,00
19	5,20	20,00	15,49	11,62	7,75	5,34	2,92	1,85	0,77	0,44	0,12	0,00
20	5,63	20,00	15,81	11,62	8,48	5,34	3,59	1,85	1,15	0,44	0,22	0,00

Рис.12.2 / Рис.12.4 / Рис.12.6 / Рис.12.7 / Рис.12.8

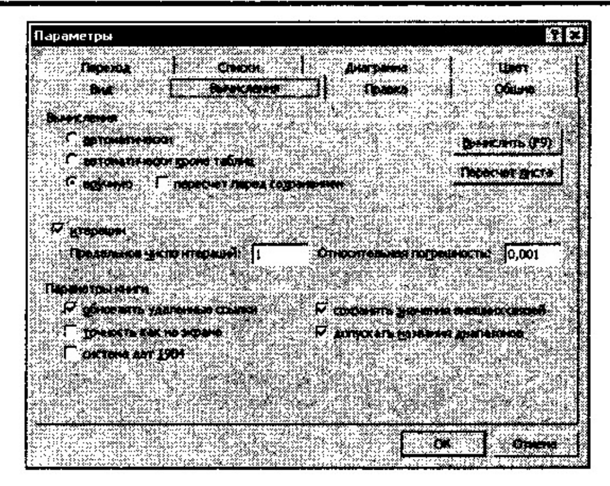
Рис. 12.6. Теплопроводность в медном стержне: решение параболического дифференциального уравнения

Итерирование шагов по времени

Кроме последовательного вычисления таблицы сверху вниз, значения искомой функции на следующем шаге по времени можно выполнить итерационным методом. В этом методе задействованы всего две строки ячеек, связанные циклической ссылкой. В одной строке хранятся значения функции с предыдущего шага, а в другой вычисляются значения на новом шаге.

Решим задачу теплопроводности итерационным методом.

1. Откройте новый лист и присвойте ему имя Рис. 12.7.
2. Выберите команду **Сервис** ➤ **Параметры** и откройте вкладку **Вычисления**; включите режим пересчета **Вручную**, поставьте отметку на переключатель **Итерации** и введите в поле **Предельное число итераций** значение **1**. Щелкните на кнопке **OK**.



3. Выделите столбцы B:L и сделайте их ширину равной 6. Сделайте ширину столбца A равной 7.
4. В ячейке A1 введите заголовок **Теплопроводность в медном стержне; параболическое ДУЧП**.

Введем в таблицу флаг инициализации. Для инициализации задачи будет использоваться значение ИСТИНА в ячейке B4.

5. В ячейке A4 введите **Нач.флаг**.
6. В ячейке B4 введите **ИСТИНА**.
7. Присвойте ячейке B4 имя **Нач_Флаг**.

Организуем циклическую ссылку для вычисления момента времени текущей итерации. Формула в ячейке F3 должна проверять параметры инициализации и добавлять к текущему моменту шаг по времени. В ячейке G3 определяется время для следующего шага.

8. В ячейке E3 введите **ИСТИНА**.
9. В ячейке F3 введите формулу **=ЕСЛИ(Нач_Флаг,0,G3+0.433)**.
10. В ячейке G3 введите формулу **=F3**.

Введем в верхней части таблицы значения координаты *x*.

11. В ячейке E5 введите **Координата (см)**.
12. В ячейке B6 введите **0**, а в ячейке C6 — значение **1**; выделите ячейки B6:C6 и перетащите маркер заполнения в ячейку L6.

Введем начальные условия равенства температуры нулю, а также граничные условия: температура 20^0C при $x = 0$ и 0^0C при $x = 10$.

13. В ячейке A7 введите **Нач.усл**.
14. В ячейке C7 введите значение **0** и скопируйте его в ячейки D7:K7.
15. В ячейке B7 введите значение **20** и скопируйте его в ячейки B8:B9.
16. В ячейке L7 введите **0** и скопируйте его в ячейки L8:L9.

Введем конечно-разностное уравнение в строке 8. Вводимая формула будет также проверять инициализацию процесса. Если флаг инициализации равен нулю, значение функции устанавливается равным начальному условию из строки 7.

17. В ячейке C8 введите формулу **=ЕСЛИ(Нач_Флаг,C7,0.5*(B9+D9))** и скопируйте ее в ячейки D8:K8.
18. В ячейке C9 введите формулу **=C8** и скопируйте ее в ячейки D9:K9.
19. Сделайте формат ячеек B7:L9, F3 и G3 числовым с двумя десятичными цифрами после запятой.

Для расчета по построенной таблице установите флаг инициализации в ячейке C4 равным **ИСТИНА** и нажмите клавишу <F9> или <Ctrl+=> (на Macintosh — клавиши <Cmd+=>). Измените значение этого флага на **ЛОЖЬ** и снова нажмите <F9>.

После выполненных операций на листе будут отображены результаты расчета после первого шага по времени. При каждом нажатии клавиши <F9> текущий момент времени получает приращение 0.433 с. Нажмите <F9> еще 10 раз, и лист приобретет такой вид, как на рис. 12.7, соответствующий расчетному моменту времени 4.76 с. Приведенные результаты совпадают с данными из строки 18 рис. 12.6.

Одним из преимуществ описанной итерационной методики является возможность выполнения любого количества шагов по времени без задействования больших массивов ячеек. Например, если необходимо вычислить искомую функцию после 1000 шагов по времени, в случае не итерационного метода (рис. 12.6) на это ушло бы 1000 строк таблицы, тогда как результаты расчета итерационным методом не заняли бы ни строки больше, чем при десяти итерациях.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Теплопроводность в медном стержне; параболическое ДУЧП											
2												
3					Время	4,76	4,76					
4	Нач.флаг	ЛОЖЬ										
5					Координата (см)							
6		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7	Нач.усл.	20,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
8		20,00	15,49	10,98	7,75	4,53	2,92	1,31	0,77	0,23	0,12	0,00
9		20,00	15,49	10,98	7,75	4,53	2,92	1,31	0,77	0,23	0,12	0,00
10												
11												
12												
13												
14												
15												

Рис.12.7

Рис. 12.7. Теплопроводность в медном стержне; итерационный расчет

Примечание

Чтобы выполнить 1000 итераций и при этом не нажимать клавишу <F9> тысячу раз, выберите команду **Сервис ➤ Параметры** и введите в поле **Предельное число итераций** значение **1000**. Щелкните на кнопке **OK**, нажмите клавишу <F9>, и лист будет автоматически пересчитан 1000 раз или до тех пор, пока не будет достигнуто стационарное состояние (то есть значения в таблице перестанут меняться).

Еще одним преимуществом итерационной методики является возможность ее обобщения на случай уравнения с двумя пространственными переменными. Пространственные координаты легко представить строками и столбцами таблицы, итерируя значения по времени. Структура таблицы останется аналогичной листу на рис. 12.7 за тем исключением, что вместо трех показанных там строк значений потребуется три прямоугольных массива ячеек с тем же назначением. В первом массиве будут храниться начальные значения, во втором — двумерные разностные уравнения, а в третьем — значения на следующем шаге по времени.

Решение гиперболических уравнений в частных производных

В гиперболических уравнениях дискриминант $B^2 - 4AC$, составленный из коэффициентов при старших производных, положителен. Таким образом, в уравнении присутствуют вторые производные по обеим переменным. Гиперболические уравнения возникают при исследовании механических колебаний и волн, процессов переноса (например, излучения), а также в задачах диффузии и газовой динамики.

Волновое уравнение

По-видимому, из всех гиперболических уравнений в частных производных наиболее важным для современной физики и техники является волновое уравнение. Оно используется для моделирования всего подряд от электромагнитных волн в вакууме до электронных свойств твердых полупроводников. Это уравнение содержит вторые производные по пространственной координате и времени с коэффициентом пропорциональности между ними в виде квадрата скорости волны:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 y$$

Здесь c — скорость бегущей волны. Волновым уравнением описывается как электромагнитная волна в пространстве, так и волна в колеблющейся струне.

Волновое уравнение решается точно так же, как и уравнения из предыдущего примера. Рассмотрим одномерную форму этого уравнения:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

Вначале заменим производные центральными разностями:

$$\frac{y_i^{n+1} - 2y_i^n + y_i^{n-1}}{\Delta t^2} = c^2 \frac{y_{i+1}^n - 2y_i^n + y_{i-1}^n}{\Delta x^2}$$

Теперь решим это уравнение относительно значения искомой функции в будущем времени:

$$y_i^{n+1} = 2y_i^n + y_i^{n-1} + \frac{c^2 \Delta t^2}{\Delta x^2}\left(y_{i+1}^n - 2y_i^n + y_{i-1}^n\right)$$

Для определения следующего значения функции необходимо знать ее значения на двух предыдущих шагах. Это представляет некоторую проблему только на первых двух шагах, когда у нас нет предыстории процесса, позволяющей определить значения y_i^{n-1}. Для запуска итерационного процесса необходимо каким-то образом найти два недостающих значения. Если в качестве начальных значений заданы значение функции y и ее производной, то для определения значения функции в момент $-\Delta t$ можно воспользоваться простой экстраполяционной формулой:

$$y_i^{n-1} = y_i^n - \Delta t \frac{\partial y}{\partial t}$$

Для определения недостающего значения функции можно воспользоваться и другими видами начальных условий.

Колебания струны

Колебания тонкой упругой струны описываются одномерным волновым уравнением. Граничные условия заключаются в равеистве нулю перемещений закрепленных концов струны. Начальные условия определяются амплитудой и положением точки, в которой струну дергают в нулевой момент времени. Предположнм, струна имеет длину 70 см и ее оттянули на 0.1 см в точке, отстоящей на 20 см от одного конца. В таком случае начальные условия будут иметь следующий вид:

$$y = 0.1\frac{x}{20} \qquad x < 20$$

$$y = 0.1\frac{70 - x}{50} \qquad x > 20$$

Для устойчивости разностной схемы коэффициент в разностном уравнении должен быть равен 1:

$$\frac{c^2 \Delta t^2}{\Delta x^2} = 1$$

Замена этого коэффициента единицей также упрощает само разностное уравнение:

$$y_i^{n+1} = y_{i+1}^n + y_{i-1}^n - y_i^{n-1}$$

Сила натяжения струны определяет скорость бегущей в ней волны, которая в свою очередь задает соотношение между шагами по времени и по пространственной координате. Например, если растяжение струны за-

дает скорость волны равной 5×10^4 см/с, шаги по времени и пространству будут соотноситься следующим образом:

$$\Delta x = 5 \times 10^4 \Delta t$$

Так, если шаг по пространственной координате Δx составляет 10 см, то шаг по времени Δt должен быть равен 2×10^{-4} с.

Из иачальных условий известно, что в нулевой момент времени струну оттянули на некоторую величину, не придавая начальной скорости. Поэтому значение функции на первом шаге Δt должно быть равно ее значению в момент $-\Delta t$:

$$y_i^{n-1} = y_i^{n+1}$$

Внесем это значение в разностное уравнение для первого шага:

$$y_i^{n+1} = \left(\tfrac{1}{2}\right)\left(y_{i+1}^n + y_{i-1}^n\right)$$

Построим таблицу для расчета колебаний струны, описываемых приведенными соотношениями.

1. Создайте новый лист и дайте ему имя Рис. 12.8.
2. Включите режим автоматического пересчета листа, если он все еще отключен после выполнения предыдущего примера.
3. Выделите столбцы B:M н сделайте их ширину равной 6. Ширину столбца A сделайте равной 9.
4. В ячейке A1 введите заголовок **Колебания струны; гиперболическое уравнение**.
5. В ячейке C2 введите заголовок **Смещение оттянутой струны**.

   Введем в таблицу значения моментов времени с шагом 2×10^{-4} с и пространственные координаты узлов сетки с шагом 10 см.
6. В ячейке A3 введите заголовок **Время** и выровияйте его по центру.
7. В ячейке A4 введите надпись **(с)** и выровняйте ее по центру.
8. В ячейке A5 введите **0**, а в ячейке A6 — **0.0002**; выделите ячейки A5:A6 и перетащите маркер заполиения в ячейку A35.
9. Сделайте формат ячеек A5:A35 экспоненциальным с одной цифрой после запятой.
10. В ячейке B3 введите заголовок **Гр.усл.** и выровняйте его по центру.
11. В ячейке E3 введите заголовок **Длина (см)**.
12. В ячейке I3 введите заголовок **Гр.усл.** н выровняйте его по центру.
13. Введите в ячейке B4 значение **0**, в ячейке C4 — значенне **10**; выделите ячейки B4:C4 и перетащите маркер заполнения в ячейку I4.

Введем в таблицу начальные условия для струны, оттянутой на 0.1 см в точке, отстоящей на 20 см от конца. Значения перемещений изменяются от указанной точки до концов струны по линейному закону.

14. Введите в указаниых ячейках следующие значения:

B5: **0**	C5: **0.05**	D5: **0.1**
E5: **0.08**	F5: **0.06**	G5: **0.04**
H5: **0.02**	I5: **0**	J5: **Н.усл.**

Введем в таблицу граничные условия вдоль ее боковых столбцов.

15. В ячейке B6 введите формулу **=B5** и скопируйте ее в ячейки B7:B35.
16. В ячейке I6 введите формулу **=I5** и скопируйте ее в ячейки I7:I35.

Введем в таблицу специальное разностное уравнение для первого шага, содержащее предполагаемое значение искомой функции на первом шаге.

17. В ячейке C6 введите формулу **=0.5*(B5+D5)** и скопируйте ее в ячейки D6:H6.

Завершим построение таблицы, внеся в нее стандартное разностное уравнение.

18. В ячейке C7 введите формулу **=B6+D6-C5** и скопируйте ее в ячейки C8:H35.
19. Сделайте формат ячеек B5:H35 числовым с двумя значащими цифрами после запятой.

Построенная таблица должна выглядеть так, как на рис. 12.8.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Колебания струны; гиперболическое уравнение											
2			Смещение оттянутой струны									
3	Время	Гр.усл			Длина (см)				Гр.усл.			
4	(с)	0	10	20	30	40	50	60	70			
5	0,0E+00	0,00	0,05	0,10	0,08	0,06	0,04	0,02	0	Н.усл.		
6	2,0E-04	0,00	0,05	0,07	0,08	0,06	0,04	0,02	0			
7	4,0E-04	0,00	0,02	0,03	0,05	0,06	0,04	0,02	0			
8	6,0E-04	0,00	-0,02	-0,01	0,01	0,03	0,04	0,02	0			
9	8,0E-04	0,00	-0,02	-0,04	-0,03	-0,01	0,01	0,02	0			
10	1,0E-03	0,00	-0,02	-0,04	-0,06	-0,05	-0,03	-0,02	0			
11	1,2E-03	0,00	-0,02	-0,04	-0,06	-0,08	-0,07	-0,05	0			
12	1,4E-03	0,00	-0,02	-0,04	-0,06	-0,08	-0,10	-0,05	0			
13	1,6E-03	0,00	-0,02	-0,04	-0,06	-0,08	-0,07	-0,05	0			
14	1,8E-03	0,00	-0,02	-0,04	-0,06	-0,05	-0,03	-0,02	0			
15	2,0E-03	0,00	-0,02	-0,04	-0,03	-0,01	0,01	0,02	0			
16	2,2E-03	0,00	-0,02	0,00	0,01	0,03	0,04	0,02	0			
17	2,4E-03	0,00	0,02	0,03	0,05	0,06	0,04	0,02	0			
18	2,6E-03	0,00	0,05	0,07	0,08	0,06	0,04	0,02	0			
19	2,8E-03	0,00	0,05	0,10	0,08	0,06	0,04	0,02	0			
20	3,0E-03	0,00	0,05	0,07	0,08	0,06	0,04	0,02	0			
21	3,2E-03	0,00	0,02	0,03	0,05	0,06	0,04	0,02	0			
22	3,4E-03	0,00	-0,02	0,00	0,01	0,03	0,04	0,02	0			
23	3,6E-03	0,00	-0,02	-0,04	-0,03	-0,01	0,01	0,02	0			
24	3,8E-03	0,00	-0,02	-0,04	-0,06	-0,05	-0,03	-0,02	0			
25	4,0E-03	0,00	-0,02	-0,04	-0,06	-0,08	-0,07	-0,05	0			

Рис.12.2 / Рис.12.4 / Рис.12.6 / Рис.12.7 / Рис.12.8

Рис. 12.8. Колебания струны: решение гиперболического уравнения в частных производных

Если проследить изменения в положении струны, можно заметить, что она колеблется с периодом 2.8×10^{-3} с, или частотой 357 Гц. Аналитическое выражение для частоты колебаний дает тот же результат:

$$f = \frac{c}{2l} = \frac{5\times10^4 \text{ см / с}}{2\cdot70 \text{ см}} = 357 \text{ Гц}$$

Здесь f — частота, а l — длина струны.

Резюме

В этой главе, последней в нашей книге, мы рассмотрели решение с помощью электронных таблиц многомерных дифференциальных уравнений в частных производных, содержащих зависимость от времени. Удивительно, однако решение уравнений в частных производных на листе электронной таблицы нередко оказывается более легким делом, чем большинства других задач из этой книги. Методы, описанные в этой главе, основаны на явных конечно-разностных соотношениях. Явные методы позволяют определить значение искомой функции в будущий момент времени по их явным выражениям через предыдущие значения.

Конечно-разностные уравнения можно записать и в неявном виде. В этом случае значение функции в некоторый момент будет зависеть от ее значения как в прошлом, так и в будущем. Таким образом, разностные уравнения образуют систему линейных алгебраических уравнений, которую необходимо решать матричными методами. В этом неявные методы оказываются значительно сложнее в численной реализации, чем явные.

После успешной проработки большинства примеров из этой книги у вас должно появиться ясное представление о том, что можно делать с помощью Excel или любого другого аппарата электронных таблиц с итерациями. Желаем вам успеха в решении ваших собственных научных или инженерных проблем.

Дополнительная литература

Численные методы решения уравнений в частных производных

C.Gerald, *Applied Numerical Analysis*, 2nd ed. (Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1978).

W.H.Press, B.P.Flannery, S.A.Teukolsky, W.T.Vetterling, *Numerical Recipes; The Art of Scientific Computing* (Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1986).

Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. *Численные методы.* М.: Наука, 1987, 600 с.

Самарский А.А., Гулин А.В. *Численные методы.* М.: Наука, 1989, 430 с.

Общая теория уравнений в частных производных

H.F.Weinberger, *A First Course in Partial Differential Equations* (New York: Blaisdell Publishing Co., 1965).

Годунов С.К. *Уравнения математической физики.* М.: Наука, 1971, 416 с.

Михлин С.Г. *Линейные уравнения в частных производных.* М.: Высшая школа, 1977, 431 с.

Обзорные задачи

1. Классифицировать следующие дифференциальные уравнения по типу (эллиптический, параболический или гиперболический):

a. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2t\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x^2\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

b. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + xt\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

c. $$x\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + u = 0$$

d. $$t\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 5\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

e. $$xt\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + u = 0$$

2. Решить уравнение Лапласа в области между двумя бесконечными параллельными пластинами, отстоящими на расстояние 10 см. На верхнюю пластину с координатой $x = 10$ подается напряжение 200 В, а нижняя с координатой $x = 0$ заземлена (0 В).
3. Решить задачу 2 при условии, что между пластинами проходит проводник под напряжением 50 В с координатой $x = 6$ см.
4. Для расчета потенциала, создаваемого в некотором объеме приложенным напряжением и распределенными зарядами, используется уравнение Пуассона:

$$\nabla^2\varphi = -q\frac{\rho}{\varepsilon}$$

Здесь q — заряд электрона (1.6×10^{-19} Кл), ρ — плотность заряда, а ε — удельная электропроводность вакуума (8.85×10^{-14} Ф/см). Решить уравнение Пуассона относительно φ в области между двумя бесконечно протяженными параллельными пластинами, как в задаче 2. Учесть наличие в нижней половине объема между пластинами распределенного заряда с постоянной отрицательной плотностью $\rho = -10^{-7}$ см$^{-3}$, и наличие в верхней половине распределенного заряда с постоянной положительной плотностью $\rho = 10^5$ см$^{-3}$.

5. Генерирование заряженных частиц в кремнии под воздействием света описывается следующим уравнением:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{(n - n_0)}{\tau_n} + D\frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$$

Здесь n_0 — равновесная плотность носителей заряда (10^{15} см$^{-3}$), τ_0 — среднее время жизни, а D — коэффициент диффузии (100 см^3/с). Начальная плотность носителей заряда в 10-сантиметровом кремниевом стержне, освещаемом с одного конца, составляет 10^{17} см$^{-3}$ при $0 < x < 0.03$ см и 10^{15} см$^{-3}$ при $0.03 < x < 0.1$ см. На концах стержня производная от плотности носителей заряда (плотность тока) равна нулю. Рассчитать спад плотности носителей заряда в течение первых 5 миллисекунд после отключения света.

6. Термодиффузия примесей в кремнии описывается уравнением Фика:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

Здесь C — концентрация примеси. При температуре 1200 K бор диффундирует в кремний со скоростью $D = 8\times10^{-11}$ см^2/с. Определить плотность примеси в первых 10 микронах кремния после того, как в течение 1 часа на поверхности поддерживалась концентрация $C_s = 10^{19}$ см$^{-3}$. Сравните результат с аналитическим решением (erfc — дополнительная функция ошибок):

$$C(x,t) = C_s erfc\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right)$$

7. Выполните пример с колебаниями струны, задав в качестве начальных условий принудительное разрывное смещение: $y(x) = 0.5$ при $0 < x \le 20$ см; $y(x) = 0$ при $x > 20$ см. Заданный начальный импульс будет распространяться по струне и отражаться от ее концов.
8. Решить уравнение Бюргера для $T = 5$ и $n = 0.1$, используя явный метод конечных разностей. Попробуйте также решить его для значений n между 10^{-2} и 10^{-4}. Для достижения вычислительной устойчивости в этой области необходимо применить метод «предиктор-корректор» (модифицированный метод Эйлера).

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} = \upsilon\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \qquad 0 < x < 1 \qquad 0 < t < T$$

9. Решить следующее дифференциальное уравнение распространения волны сжатия в газах, в котором γ — отношение теплоемкостей при постоянной плотности и давлении (для воздуха составляет 7/5), ρ — плотность, а u — скорость:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + \rho^{\gamma-2}\frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho\frac{\partial u}{\partial x} + u\frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$$

Трубка длиной 10 см содержит в первых двух сантиметрах сжатый воздух ($\rho = 0.0012$ г/см^3), а далее — вакуум. При $t = 0$ открывают клапан и позволяют воздуху свободно заполнять оставшуюся часть трубки. Рассчитать изменение плотности воздуха в трубке в процессе его движения. Для этого на каждом шаге придется одновременно решать два уравнения.

10. Найти решение следующего уравнения на интервале от $t = 0$ до 2:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = e^x$$

$u(x,0)=u'(x,0)=u'(0,t)=u(1,t)=0$

11. Найти решение следующего уравнения в квадратной области $-1 < x < 1$, $-1 < y < 1$. На границе значение искомой функции равно нулю.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = x^2 + y^2 \quad -1 < x < 1 \qquad -1 < y < 1$$

Упражнения

1. В каких диапазонах изменения x и y приведенное ниже уравнение является эллиптическим, параболическим или гиперболическим?

$$(2x - y)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (x + y)\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + (2y - 3x)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

2. Решить уравнение Лапласа в цилиндрических координатах для напряжения в металлической сфере диаметром 10 см, в которой на сфере диаметром 1 см поддерживается напряжение 25 В, а поверхность заземлена (0 В). Уравнение Лапласа в цилиндрических координатах выглядит следующим образом:

$$\nabla^2\phi = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\phi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2(\theta)}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin(\theta)\frac{\partial\phi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2(\theta)}\frac{\partial^2\phi}{\partial\varphi^2} = 0$$

Обратите внимание, что вследствие сферической симметрии все производные по угловым координатам равны нулю, а не равна нулю только радиальная производная.

3. Определить потенциал в полупроводниковом спае, моделируемом четырьмя слоями кремния с различными плотностями заряда. В следующей таблице приведена толщина и плотность заряда каждого слоя.

Слой	Толщина, мк	Плотность заряда, см-3
1	2	0
2	0.1	-10^{18}
3	1	10^{15}
4	2	0

Спай имеет длину 5 микрон; к нему между внешней стороной слоя 1 и внешней стороной слоя 4 приложена разность потенциалов 0.85 В. Рассчитать потенциал внутри устройства на основании уравнения Пуассона. Диэлектрическая постоянная для кремния составляет $\varepsilon = 1.04\times10^{-10}$ Ф/м.

4. Определить модуль и направление вектора напряженности электрического поля из упражнения 3 (напряженность электрического поля — векторная величина, поэтому она имеет абсолютную величину и направление).

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi$$

5. Решить следующее уравнение в области $0 < x < 1,\ 0 < y < 1$ с граничными условиями $z = 0$ при $x = 0$ и $z = 0$ при $y = 0$.

$$2\frac{\partial z}{\partial x} + 3\frac{\partial z}{\partial y} = 1$$

6. Химическая реакция следующего вида:

$$A + B + D \rightarrow E$$

фактически протекает в два этапа:

$$A + B \rightarrow C$$

$$C + D \rightarrow E$$

Скорость каждой из реакции пропорциональна концентрациям n_x реагирующих веществ; реакции могут протекать в обоих направлениях.

$$\frac{\partial n_C}{\partial t} = k_{AB} n_A n_B \qquad A + B \rightarrow C$$

$$\frac{\partial n_A}{\partial t} = \frac{\partial n_B}{\partial t} = k_C n_C \qquad C \rightarrow A + B$$

$$\frac{\partial n_E}{\partial t} = k_{CD} n_C n_D \qquad C + D \rightarrow E$$

$$\frac{\partial n_C}{\partial t} = \frac{\partial n_D}{\partial t} = k_E n_E \qquad E \rightarrow C + D$$

Определить концентрации всех участвующих в реакции веществ в течение времени, за которое в среде установится равновесие, при заданных кинетических коэффициентах реакций и начальных концентрациях:

$k_{AB} = 4$	$n_A = 2$	
$k_C = 2$	$n_B = 1$	
$k_{CD} = 1$	$n_C = 0$	$n_D = 1$
$k_E = 2$	$n_E = 0$	

7. Решить телеграфное уравнение, которое возникает при рассмотрении передачи электрических импульсов по проводам с распределенным сопротивлением, емкостью и индуктивностью:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2a\frac{\partial u}{\partial t} + bu - c^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \qquad 0 \le x \le \text{p}, \qquad t > 0$$

$$u(0,t) = u(\pi,t) = 0$$

$$u(x,0) = 0$$

$$\frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = g(x)$$

Определить u на промежутке от t=0 до 4 при $g(x)$=sin(x), a=2, b=1 и c=2.

8. Решить следующее уравнение

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - 8\frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} = \sqrt{2x+3y}$$

в прямоугольной области 5 на 5 см со следующими граничными условиямн:

$$z(0,y) = -\frac{1}{210}(3y)^{5/2}$$

$$z(5,y) = -\frac{1}{210}(10+3y)^{5/2}$$

$$z(x,0) = -\frac{1}{210}(2x)^{5/2}$$

$$z(x,5) = -\frac{1}{210}(2x+15)^{5/2}$$

9. Двумерное волновое уравнение описывает малые колебания гибкой мембраны, например, поверхности барабана. Волновое уравнение в полярных координатах выглядит следуюшим образом:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{d\theta^2}\right]$$

Здесь $u(r, \theta, t)$ — вертикальное смешение мембраны в момент времени t. Для случая осесимметричных колебаний круглой мембраны производными по θ пренебрегают, оставляя только радиальные производные:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right)\right]$$

Рассчитать несколько первых колебаний мембраны диаметром 10 см на основе этого волнового уравнения. Скорость волны составляет $c = 5\times10^4$ см/с. Граничное условие заключается в равенстве нулю смещений мембраны на закрепленных краях:

$u(5,t)=0$

Начальное условне состоит в том, что в момент времени $t = 0$ центр мембраны приподнят на 3 мм:

$u(0,0)=0.3$ см

Для получения начального условия в остальных точках сделайте производную по времени в волновом уравнении равной нулю и решите оставшееся уравнение с начальным и граничным условиями исходной задачи в качестве граничных условий:

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) = 0$$

Используйте результат как начальное условие для решения нсходного волнового уравнения.

10. Применяя волновое уравнение к расчету колебаний прямоугольной стенки металлического ящика, следует рассматривать его в двумерных декартовых координатах. Оно выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$$

Здесь $u(x, y, t)$ — смещение стенки. Граннчное условие — закрепление стенки по сторонам ящика:

$0 \le x \le 10$

$0 \le y \le 5$

$u(0,y,0)=u(10,y,0)=u(x,0,0)=u(x,5,0)=0$

Начальное условие заключается в том, что точка (2.5, 2.5) в начальный момент времени опущена на 0.1 см. Для определения остальных начальных условий сделайте производную по времени равной нулю и решите получившееся уравнение с исходными граничными условнями и одной фиксированной точкой:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

Получившийся результат используйте как начальное условие для волнового уравнения. Скорость звука в стали составляет 5×10^3 см/с.

Приложение А

Программы для ученых и инженеров, дополняющие Excel

Существует несколько замечательных программ для ученых и инженеров, которые дополняют возможности Excel. На самом деле дополняющих Excel программ гораздо больше, однако я считаю, что рассматриваемые ниже программы особенно полезны для ученых и инженеров.

DeltaGraph Pro 4.0

Excel предоставляет широкие возможности по построению графиков, однако для инженерных и научных исследований этого недостаточно. Для этих целей лучше использовать программу DeltaGraph Pro 4.0, представляющую собой пакет для построения графиков с расширенными, по сравнению со стандартными средствами Excel, графическими возможностями. Например, на рис. А.1 представлен график, который приведен в главе 3 на рис. 3.7. Этот рисунок вполне пригоден для лабораторного дневника, однако, если вы захотите поместить этот график в статью для солидного научного журнала, то вам придется его либо скопировать в графическое приложение и подправить вручную, либо воспользоваться программой типа DeltaGraph Pro.

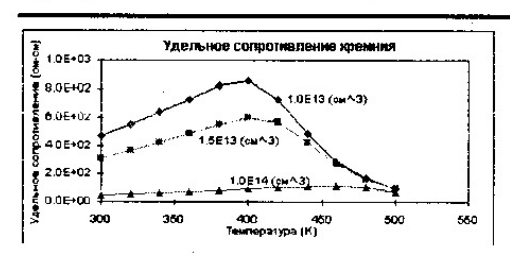


Рис. А.1. График удельного сопротивления кремния, построенный в Excel

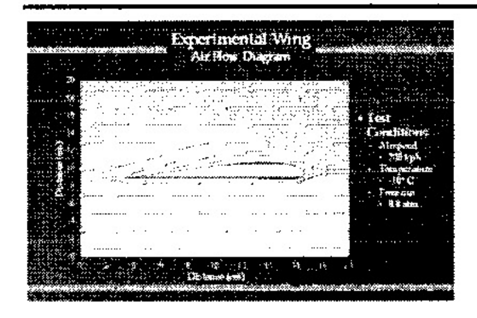
Чтобы построить график в DeltaGraph Pro, нужно просто скопировать данные из листа Excel, вставить их в лист данных DeltaGraph Pro, выбрать соответствующий тип графика и создать его. Добавив несколько надписей и выбрав формат меток осей, вы получите требуемый график, пример которого приведен на рис. А.2.



Рис. А.2. График удельного сопротивления кремния, построенный в DeltaGraph Pro

Из рис. А.2 видно, что графики, созданные в DeltaGraph Pro, выглядят значительно лучше, чем графики, созданные с помощью Excel. Их можно отправить практически в любой современный журнал, поскольку с помощью DeltaGraph Pro можно представить числа в стандартном научном формате, а не в компьютерном экспоненциальном, в метках используются верхние индексы, а графики выглядят профессиональнее.

Однако DeltaGraph Pro не только обеспечивает приемлемое для публикации качество графиков. Она предоставляет в ваше распоряжение около 60 различных типов диаграмм, а также возможности подготовки слайдов и создания презентаций. К числу возможных типов относятся графики в полярных координатах, радарные графики, пузырьковые диаграммы, контурные диаграммы, цветные контурные графики, векторные графики, объемные каркасные модели, гладкие и линейчатые поверхности. На рис. А.3 представлены примеры диаграмм, подготовленные с помощью новой DeltaGraph Pro 4.5 — новой версии системы.



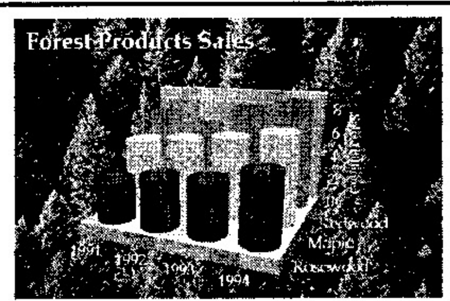


Рис. А.3. Примеры диаграмм, созданные с помощью DeltaGraph Pro 4.5

Программа DeltaGrapho Pro распространяется компанией американской компанией SPSS (**http://www.spss.com**). В странах СНГ продукты

компании можно приобрести в московском представительстве, обратившись по адресу:

Российская Федерация,
117259, Москва,
ул. Кржижановского, 24/35,
корп. 5, комн. 406
тел. 095 125-0069, 125-8088, ф. 719-0261
компания SPSS
Менеджер по маркетингу Антон Ковтун
anton@spss.msk.ru

Стоимость DeltaGraph Pro 4.0 для Windows составляет $295, а DeltaGraph Pro 4.5 для Macintosh — $299 (обновление версии 4.0 — $149). Пробную версию DeltaGraph Pro 4.0 для Windows (полнофункциональная версия, работоспособность которой сохраняется в течение 30 дней) можно получить по адресам:

ftp://ftp.spss.com/pub/web/deltagraph/windows/DG4TV.ZIP
http://www.spss.com/software/deltagraph
http://www.junior.ukrnet.net/bonus/bonus_jr.htm

MathType

Программа MathType не является приложением для Excel, но представляет собой хорошее средство для построения формул. Пользователям Microsoft Office эта программа должна быть хорошо знакома, так как компания Microsoft, как и многие другие, лицензировала у компании Design Science упрощенную версию этой программы и включила ее в состав Office под названием Equation Editor. Формулы, созданные с помощью MathType, можно вставлять в рабочий лист для иллюстрации выполняемых вычислений. Заметим, что все уравнения, представленные в этой книге, были созданы с использованием MathType.

Уравнения в MathType задаются с использованием панели инструментов символов и шаблонов. Шаблоны для таких элементов, как скобки и дроби, автоматически изменяют размер в зависимости от содержащихся в них символов.

Программа MathType разработана компанией Design Science (Лонг Бич, шт. Калифорния, **http://www.mathtype.com**). Полную версию этой программы для Windows и Macintosh, обладающей целым рядом возможностей, необходимых при подготовке научных статей (например, экспорт формул в формат TeX), можно приобрести за $199. Пользователи программ, в которые входит Equation Editor, таких как Microsoft Office, DeltaGraph Pro и многих других (полный список можно найти на Web-узле компании), могут приобрести программу за $89.

Microsoft Access и Visual Basic

Хотя Visual Basic for Applications и утилита Query позволяют работать с базами данных, для этой цели гораздо легче использовать специализированные программы обработки баз данных типа Access. В ней структура базы данных и запросы изображаются с использованием визуального интерфейса, а не создаются с использованием команд или операторов SQL.

Visual Basic, Enterprise Edition является предшественником языка программирования Visual Basic for Applications. Visual Basic — это полный отдельный язык программирования, который также поддерживает объекты Visual Basic for Applications. Visual Basic является гораздо более гибким и обладает большими возможностями, чем Visual Basic for Applications, включая компилятор, отдельные окна (а не только диалоговые) и гораздо больше кнопок и управляющих элементов.

Если вы приобрели версию Microsoft Office Pro, то в ее состав входит и Microsoft Access. В противном случае ее можно купить отдельно. Версий Access и Visual Basic для платформы Macintosh не существует.

Подробнее об использовании Visual Basic и Access можно узнать из книги "*Базы данных в Access, Excel и Word 2000 на примерах*" издательства "Юниор"

Приложение Б

Использование отдельно распространяемой дискеты

На отдельно распространяемой дискете содержатся все рассмотренные в тексте книги примеры и решения всех задач, приведенных в конце каждой главы в формате русифицированной версии Excel 97, а также примеры в формате английской версии Excel 7. Решения задач в формате английской версии Excel 7, а все остальные файлы, находящиеся на дискете можно найти в разделе **Бонус** Web-узла издательства "Юниор" по адресу **http://www.junior.ukrnet.net** (суммарный объем файлов для русифицированной версии Excel 97 и английской версии Excel 7 превышает объем дискеты, поэтому файлы с решениями задач в формате Excel 7 можно найти по указанному выше адресу Web).

Примеры и решения задач расположены в рабочих книгах по каждой главе. Файлы архивов называются: 0099RUEX.ZIP, 0099RURP.ZIP, 0099RURM.ZIP (файлы для русифицированной версии Excel 97) и 0099ENEX.ZIP, 0099ENRP.ZIP, 0099ENRM.ZIP (файлы для английской версии Excel 7).

В файлах 0099RUEX.ZIP и 0099ENEX.ZIP содержатся все примеры, рассмотренные в главах этой книги (каждой главе соответствует своя рабочая книга), а также дополнительные файлы, необходимые для работы с этими примерами. В них также находятся файлы Visual C++, необходимые для работы с примерами из приложения Г. В файлах 0099RURP.ZIP и 0099ENRP.ZIP содержатся рабочие книги с решениями задач (для каждой главы своя рабочая книга). Подробное описание содержимого файлов находится в файлах 0099RURM.ZIP или 0099ENRM.ZIP, соответственно (файлы README.TXT).

Для некоторых рабочих листов может понадобиться изменить параметры производимых в приложении вычислений (в зависимости от выбранного примера). Параметры вычислений относятся ко всей рабочей книге в целом, а не к отдельным ее рабочим листам. В большинстве случаев необходимые изменеиия сводвтся к переключению между режимами **Автоматически** и **Вручную**, установке и сбросу флажка **Итерации** и изменении значения в строке **Предельное число итераций**. Все эти параметры можно изменить на вкладке **Вычисления** с использованием команды **Сервис ➤ Параметры**.

Приложение В

Функции для ученых и инженеров, включенные в Excel

Приложения Excel содержат много полезных функций для ученых и инженеров. Некоторые из них являются встроенными, а другие составляют часть надстройки Пакет Анализа. В Пакет Анализа данных включены версии функций для электронных таблиц, написанные на Visual Basic, и несколько специальных дополнительных программ анализа. Все функции и надстройки, включенные в Excel, перечислены в главе 1. В этом приложении мы более подробно остановимся на использовании надстроек и функций для ученых и инженеров.

Надстройка Пакет Анализа для Excel

Надстройка Пакет Анализа содержит 19 программ для углубленного статистического анализа.

Программы дисперсионного анализа

В надстройку Пакет Анализа входит три программы дисперсионного анализа: однофакторный дисперсионный анализ, двухфакторный дисперсионный анализ без повторения и двухфакторный дисперсионный анализ с повторениями. В техническом смысле дисперсионный анализ представляет собой статистический метод проверки гипотезы о сходстве средних значений двух или более выборок, принадлежащих одной и той же генеральной совокупности (или популяции).

Примечание

В статистике популяцией назыаается набор всех возможных значений некоторого процесса или измерения. Измерение некоторой перемеиной или процесса представляет собой экземпляр популяции.

Программы дисперсионного анализа используются в основном для проверки принадлежности нескольких выборок данных одной и той же популяции, то есть для определения того, можно ли рассматривать их как измерения одной и той же величины. Например, предположим, что поле заражено некоторым химическим веществом, и вы хотите удостовериться, что уровеиь зараженности не изменяется. Поскольку все поле (популяцию) невозможно ежемесячно приносить в лабораторию для измерения общего уровня заражения, то можно брать несколько образцов

почвы со случайно выбранных участков поля, анализировать их и усреднять результаты. Несколько месяцев спустя может возникнуть вопрос: чем вызвано различие ежемесячно вычисляемых средних значений? Является ли оно следствием изменения уровня заражения или просто объясняется статистической природой измерений. Чтобы ответить на этот вопрос, нужно выполнить дисперсионный анализ. Если анализ покажет, что выборки принадлежат одной и той же популяции, значит, уровень заражения не изменился. Если же результаты анализа свидетельствуют о том, что выборки принадлежат различным популяциям, значит, уровень заражения изменяется.

Еще одним примером нспользования программ днсперсионного анализа является проверка адекватности усредненных значений или приближений (первой выборки данных) реальному множеству данных (второй выборке данных). Если анализ показывает, что приближенные значения принадлежат той же популяции, что и сами данные, значит, приближение является достаточно хорошим.

Проверка производнтся путем вычнсления нескольких статистических характеристик данных.

Однофакторный дисперснонный анализ выполняется по нескольким столбцам (или строкам) данных рабочего листа. Двухфакторный дисперсионный анализ выполняется как по столбцам, так и по строкам. При двухфакторном дисперсионном анализе с повторениями каждая точка выборки используется по несколько раз (то есть для каждой точки выборки имеется несколько измерений). В терминах рассмотренного примера повторения необходимы в том случае, если с каждого случайно выбранного участка каждый месяц берется по несколько образцов почвы.

Корраляционный анализ

При корреляционном анализе производится сравнение двух множеств данных с целью определения, имеют ли их поверхности одну и ту же форму. Корреляционный анализ используется для количественной оценки взаимосвязи двух наборов данных, представленных в безразмерном виде. Корреляционный анализ дает возможность установить, ассоциированы ли наборы данных по величине, то есть, большие значения из одного набора данных связаны с большими значениями другого набора (положительная корреляция), или, наоборот, малые значения одного набора связаны с большими значениями другого (отрицательная корреляция), или данные двух диапазонов никак не связаны (корреляция близка к нулю).

Ковариационный анализ

Ковариационный анализ также используется для выявления зависимости между двумя множествами данных. Коэффициент корреляции вы-

борки представляет собой ковариацию двух наборов данных, деленную на произведение их стандартных отклонений.

Описательная статистика

Надстройка описательной статистики позволяет вычислять несколько различных статистических характеристик для данных из выборки. К числу статистических характеристик относятся: среднее зиачение, мода, среднее отклоиение, дисперсия и т.д.

Экспоненциальное сглаживание

Экспоненциальное сглаживание — это метод аппроксимации множества данных экспоиенциальной кривой с целью нспользования этой кривой для экстраполяции последующих значений.

Даухаыборочный F-тест

Подобно тому, как программы днсперсионного анализа предназначены для сравнеиия средних значений выборок, F-тест применяется для сравнеиия дисперсий двух выборок с целью проверки их принадлежности одной и той же генеральной совокупности. В отличие от среднего значения популяции, дисперсия является мерой разброса данных относительно среднего значения. F-тесты обсуждаются в главе 6.

Анализ Фурье

Анализ Фурье — это метод аппроксимации множества данных суммой тригонометрических функций (синусов и косинусов). Анализ Фурье состоит в вычислении коэффициеитов, на которые умножаются значения синусов и косинусов до суммирования. Таким образом, коэффициенты Фурье определяют вклад конкретных частот колебаний во множество данных. Анализ Фурье наиболее полезен при исследовании данных, подвергающихся периодическим изменениям, поскольку позволяет определить осиовные частоты колебаний. Например, функция уровня освещенности Земли будет содержать высокие коэффициеиты при тригонометрических функциях с периодами 24 часа и 12 месяцев.

Гистограммы

Средство **Гистограмма** используется для получения данных для построения гистограмм. Гистограмма отображает количество элементов набора данных, принимающих зиачеиия из определенных днапазоиов. Средство **Гистограмма** анализирует множество значений данных, вычисляет и возвращает количество значений, находящихся в каждом диапазо-

не. Например, оптический спектр почти всегда представляют в виде гистограммы количества фотонов для каждого уровня энергин.

Скользящее среднее

Скользящее среднее — это метод сглаживания данных путем усреднения нескольких последовательных значений. Значение функции в каждой точке заменяется средним значением для точек из некоторой ее окрестности.

Генерация случайных чисел

Процедура генерации случайных чисел позволяет извлекать наборы случайных чисел с заданным распределением, в отличие от стандартной функции получения равномерно распределенных случайных чисел. Случайные числа с заданным распределением вероятностей используются для моделирования физических процессов. Например, энергия фотонов ионизированного газа имеет нормальное (Гауссово) распределение.

Ранг и персентиль

Это средство вычисляет порядковый и процентный ранги для каждого значения в наборе данных. Эти значения отражают место конкретного элемента данных относительно остальных элементов набора данных.

Регрессия

Линейный регрессионный анализ заключается в подборе графика для набора наблюдений с помощью метода нанменьших квадратов. Регрессионные методы описаны в главе 6.

Выборка

Средство **Выборка** извлекает случайную выборку из генеральной совокупности.

Т-тест

В надстройке **Пакет Анализа** содержатся три t-теста. Т-тесты представляют собой статистические методы для определения статистической эквивалентности двух величин. При сравнении статистических данных два различных числа могут оказаться статистически эквивалентными. Например, средние значения двух выборок вряд ли окажутся идентичными, даже если эти выборки взяты из одной и той же популяции. Различие объясняется отклонением данных от среднего значения. Если различие средних значений можно полностью объяснить случайным откло-

нением данных, то с некоторой долей достоверности можно утверждать, что средние значения совпадают. В Т-тесте вычисляется распределение Стьюдента и сравнивается с табличным значением этого распределения. Таблица распределений Стьюдента вычисляется с помощью функции СТЬЮДРАСП(). Т-тесты Стьюдента обсуждаются в главе 6.

Парный даухаыборочный t-тест для средних

Тест для двух выборок, в котором каждому элементу из одной выборки сопоставляется элемент из второй выборки. Тест служит для проверки гипотезы о различии средних для двух выборок.

Даухвыборочный t-тест с одинакоаыми дисперсиями

Тест для двух выборок, в котором предполагается совпадение дисперсий. Тест служит для проверки гипотезы о равенстве средних для двух выборок.

Двухвыборочный t-тест с разными дисперсиями

Тест для двух выборок, в котором предполагается несовпадение дисперсий. Тест служит для проверки гипотезы о равенстве средних для двух выборок.

Z-тест

Z-тест используется для проверки гипотезы о различии средних для двух популяций. Если t-тесты используются преимущественно для проверки гипотезы о равенстве средних двух выборок, то z-тест применяется для выявления различия средних.

Специальные функции

Специальные функции используются для получения решений дифференциальных и интегральных уравнений, имеющих особое значение в науке и технике. Специальные функции позволяют решить большое множество научных и технических задач.

Функции Бесселя

Существует четыре варианта функций Бесселя. Эти функцни предоставляют решения уравнения Бесселя, к которому часто сводится решение волновых уравнений. Четыре функции Бесселя дают решение четырех вариантов уравнения Бесселя.

БЕССЕЛЬ.J()

Вычисляет решение $J_n(x)$ уравнения Бесселя.

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + \left(x^2 - n^2\right)y = 0$$

БЕССЕЛЬ.I()

Вычисляет решение $I_n(x)$ уравнеиия Бесселя для мнимых аргументов.

$$I_n(x) = (i)^{-n} J_n(ix)$$

БЕССЕЛЬ.К()

Вычисляет решение $K_n(x)$ модифицированного уравнения Бесселя для мнимых аргументов.

$$K_n(x) = \frac{\pi}{2} i^{n+1} \left(J_n(x) + iY_n(ix)\right)$$

БЕССЕЛЬ.Y()

Вычисляет функцию Бесселя $Y_n(x)$, которая также называется функцией Вебера или функцией Неймана ($N_n(x)$).

$$Y_n(x) = \lim_{\nu \to n}\left[\frac{J_\nu(x)\cos(\nu\pi) - \mathrm{J}_{-\nu}(x)}{\sin(\nu\pi)}\right]$$

ФОШ()

Возвращает значение интеграла функции ошибок. Функции ошибок часто используются при решении задач диффузии.

$$\mathrm{ERF}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$$

ДФОШ()

Возвращает значение дополнительной функции ошибок. Как и функция ошибок, дополнительная функция ошибок часто применяется при решении задач диффузии.

$$\mathrm{ERF}(z) = 1 - \mathrm{ERF}(z)$$

Функции распределения

Функции распределения используются для моделирования процессов, происходящих с измеряемыми данными. Например, случайные данные формируют нормальное распределение, а распределение Вейбулла ис-

пользуется для вычисления среднего времени наработки на отказ какого-либо устройства. Функции распределеиия отиосятся к категории статистических функций Excel.

БЕТАРАСП()	Интегральная функция плотности бета-вероятности
БЕТАОБР()	Обратная функция для интегральной функции плотности бета-вероятности
БИНОМРАСП()	Вероятность биномиального распределения
ХИ2РАСП()	Распределение хи-квадрат
ХИ2ОБР()	Обратное распределение хи-квадрат
ЭКСПРАСП()	Экспоненциальное распределение
FРАСП()	F-распределение вероятности
FРАСПОБР()	F-распределение (используется для вычисления таблицы значений F)
ГАММАРАСП()	Гамма-распределение
ГАММАОБР()	Обратное гамма-распределение
ГИПЕРГЕОМЕТ()	Гипергеометрическое распределение
ЛОГНОРМРАСП()	Нормальное интегральное логарифмическое распределение
ОТРБИНОМРАСП()	Отрицательное биномиальное распределение
НОРМРАСП()	Нормальное интегральное распределение
НОРМОБР()	Обратное нормальное интегральное распределение
НОРМСТРАСП()	Стандартное нормальное интегральное распределение
НОРМСТОБР()	Обратное отандартное нормальное интегральное распределение
ПУАССОН()	Распределение Пуассона
СТЬЮДРАСП()	t-распределение Стьюдента
СТЬЮДРАСПОБР()	t-распределение Стьюдента (формирование таблицы значений t)
ВЕЙБУЛЛ()	Распределение Вейбулла

Приложение Г

Использование внешних библиотек в Excel

Помимо встроенных функций и функций, созданных с помощью Visual Basic for Applications, в Excel можно использовать функции, написанные вами на других языках программирования. Для этого необходим компилятор, который может создавать динамически связываемые библиотеки (DLL) (если вы работаете с версией Excel для Windows) или ресурсы CODE (если вы имеете дело с версией Excel для платформе Macintosh). Большинство современных компиляторов позволяют создавать файлы библиотек DLL и CODE.



Предупреждение

Не все компиляторы позволяют получать файлы DLL, поэтому обратитесь к документации по выбранному вами компилятору и удостоверьтесь, что он обладает этой возможностью. Например, компилятор Visual Basic не создает файлы DLL, тогда как Microsoft C и C++ создают.

Чтобы создать надстройку для Excel под Windows, напишите обычную функцию с использованием языка программирования выбранного вами компилятора. Эта функция должна иметь ту же структуру, что и любая другая функция, написанная на данном языке программирования, однако не должна зависеть ни от каких глобальных переменных или общих блоков данных. Все данные должны передаваться этой функции через ее интерфейс. Затем скомпилируйте функцию в файл DLL. Как правило, компилятор позволяет выбрать тип выходного файла DLL. Помимо этого нужно создать объявление, описывающее интерфейс вашей функции для Excel. Оно должно содержать имя функции, а также количество и типы ее входных параметров.



Предупреждение

Убедитесь, что создаваемая версия DLL соответствует используемой вами версии Excel. Если вы используете Excel версии 5.0, то необходимо создавать 16-разрядную библиотеку, а для работы с Excel версий 7 и 97 (версии 6 не существует) необходима 32-разрядная библиотека DLL.

Например, следующая программа, содержащаяся в файле MYLIB.C, была написана на языке C и скомпилирована в файл библиотеки MYLIB.DLL. Эта программа получает два входных значения, вычисляет их

сумму и возвращает ее. Флаг _export в объявлении функции позволяет использовать эту функцию во внешних процедурах, не содержащихся в файле .DLL. Без него функция была бы доступна только для процедур из этой же библиотеки. Флаг _pascal обеспечивает передачу аргументов и использованием соглашений Pascal, а флаг _far сообщает компилятору, что вызываемая программа будет размещаться в другом сегменте памяти.

```
Double __export __pascal __far addem(double, double);

double __export __pascal __far addem(double one, double two)
{
double aValue;
aValue = one + two;
return(aValue);
}
```

Помимо самой программы необходимо создать файл объявления MYLIB.DEF для объявления внешних переменных функции. В этом файле должна также содержаться процедура выхода WEP. Процедура выхода необходима для удаления библиотеки из памяти по завершении работы с ней. Вам необходимо либо написать свою собственную процедуру выхода, либо воспользоваться используемой по умолчанию процедурой.

```
LIBRARY         MYLIB
DESCRIPTION     "MyLib example .DLL"
EXETYPE         WINDOWS
CODE            PRELOAD MOVEABLE DISCARDABLE
DATA            PRELOAD MOVEABLE SINGLE
HEAPSIZE        1024
EXPORTS
   WEP          @1          RESIDENTNAME
   addem        @2
```

 **Примечание**

Не все компиляторы имеют используемые по умолчанию процадуры выхода. Если выбраиный вами компилятор не содаржит такую процедуру, необходимо включить ее а свой код, даже если она не выполняет никаких действий.

На платформе Macintosh необходимо создать такую же функцию и скомпилировать ее в отдельный ресурс CODE, задав соответствующие директивы компилятора. В каждом ресурсе CODE может содержаться только одна внешняя функция, и при этом она должна в коде ресурса быть первой.

В Excel новая функция объявляется с использованием инструкции Declare. Инструкция Declare помещается на лист модуля Visual Basic for Applications. В ней содержится информация о количестве и типе переда-

ваемых процедуре аргументов. Инструкция Declare имеет различный синтаксис в зависимости от того, объявляется в ней процедура или функция. В отличие от функции, процедура не возвращает значения. Обратите внимание, что в приведенном ниже синтаксисе инструкции перечислены не все параметры. Полное описание синтаксиса инструкции Declare можно найти в интерактивной документации.

Объявление подпрограммы

Declare Sub *имя* **[CDecl] Lib** "*имяБиблиотеки*" **[Alias** "*псевдоним*"**]**
[([*списокАргументов***])]**

Объявление функции

Declare Function *имя* **[CDecl] Lib** "*имяБиблиотеки*" **[Alias** "*псевдоним*"**]**
[([*списокАргументов***])] [As** *тип***]**

Имя	Имя процедуры, используемое на рабочем листе.
CDecl	Ключевое слово для платформы Macintosh, показывающее, что в процедуре используется соглашения о вызовах функций языка С.
ИмяБиблиотеки	Имя файла библиотеки, в котором содержится объявляемая процедура.
Псевдоним	Имя процедуры, которое хранится в DLL, если оно отличается от уже объявленного имени. Оно используется для переименования функции в случае конфликта с существующей функцией.
СписокАргументов	Список передаваемых процедуре аргументов и их типов. Его структура соответствует структуре списка аргументов в Visual Basic for Application.
Тип	Тип значения, возвращаемого функцией.

После объявления в модуле Visual Basic for Application функцию можно использовать на рабочем листе как любую другую функцию.

Например, для объявления функции addem, используемой в созданном выше файле MYLIB.DLL, на листе модуля Visual Basic for Application необходимо написать следующую инструкцию:

```
Declare Function addem Lib "MYLIB.DLL" (ByVal aVal As Double,
        ByVal anotherVal As Double) As Double
```

При объявлении аргументов требуются идентификаторы ByVal, поскольку в функцию передаются значения переменных, а не их адреса в памяти. Как правило именно так и поступают, чтобы не давать возможность функции распоряжаться адресами памяти, отведенными для Excel. В противном случае ошибка при объявлении размера аргумента может привести к тому, что функция запишет свои данные в область памяти, используемую Excel. С другой стороны, при передаче в функцию больших объемов данных, например, массивов, их, как правило, передают по адресам в целях экономии памяти.

После объявления функции ее можно использовать на рабочем листе или в программе Visual Basic for Application. Например, если в ячейку А2

ввести значение **18**, в ячейку B2 — значение **34**, а в ячейку C2 — значение **=addem(A2, B2)**, то получится результат, представленный на рис. Г.1.

	A	B	C	D
1	Apr 1	Apr 2	addem	
2	18	34	52	=addem(A2,B2)
3				
4			52	=ВЫЗВАТЬ("d:\xlsebook\examples\mylib.dll", "addem", "BBB!", A2, B2)
5				
6				
7			2E+09	=РЕГИСТРАТОР.ИД("mylib.dll","addem","BBB")
8			52	=ВЫЗВАТЬ(C7,A2,B2)

МойМодуль | МойЛист | Лист2 | Лист3 | Лист4

Рис. Г.1. Использование внешней функции на рабочем листе. Текст в столбце D отражает содержимое ячеек столбца C

Существует и другой способ доступа к функции в файле .DLL. Он состоит в использовании операторов ВЫЗВАТЬ и РЕГИСТРАТОР. Например, если в ячейку C4 ввести формулу **=ВЫЗВАТЬ("mylib.dll", "addem", "BBB", A2, B2)**, то я этой ячейке будет получен тот же результат, что и в ячейке C2. Функция ВЫЗВАТЬ как регистрирует (или объявляет) функцию, так и выполняет ее. Третий аргумент задает тип переменных, передаваемых в функцию, и тип возвращаемого значения.

Функция РЕГИСТРАТОР.ИД также используется для объявления и загрузки внешней функции, но не для ее выполнения. Функция РЕГИСТРАТОР.ИД возвращает идентификатор регистрации для внешней функции. Зарегистрированную функцию можно выполнить с помощью функции ВЫЗВАТЬ, использующей в качестве параметра идентификатор регистрации. Например, если в ячейку C7 ввести **=РЕГИСТРАТОР.ИД("mylib.dll", "addem", "BBB")**, то эта функция возвратит идентификатор регистрации. Введите в ячейку C8 формулу **=ВЫЗВАТЬ(C7, A2, B2)**, первый аргумент которой ссылается на идентификатор регистрации, а остальные аргументы — на аргументы функции, и вы снова получите сумму значений, содержащихся в ячейках A2 и B2.

Приложение Д

Соответствие английской и русской версий Excel 97

Соответствие терминов русской и английской версий Excel 97

Русская версия	Английская версия
#ДЕЛ/0	#DIV/0
#ЗНАЧ!	#VALUE!
#ИМЯ?	#NAME?
#Н/Д!	#N/A
#ПУСТО!	#NULL!
#ССЫЛКА!	#REF!
#ЧИСЛО!	#NUM!
Автоматически	Automatic
Автоматический режим	AutoQuery
Автофигура	Object
Библиотеки динамической связи	Dynamic Link Libraries
Борей	Nwind
В столбце слева	Left Column
Вернуть	Restore
Вернуть данные в Microsoft Excel	Return Data To Microsoft Excel
Внешние данные	Get External Data
Вручную	Manual
Все	All
Вставить	Pasta
Вставка	Insert
Вставка ➤ Макрос ➤ Модуль	Insert ➤ Macro ➤ Module
Выбор источника данных	Select Data Source
Выполнить	Run
Выполнить	Solve
Выполнить запрос	Query Now
Вычисления	Calculation
Вычислить	Calc now
Далее	FindNext
Данные	Data
Данные ➤ Текст по столбцам	Data ➤ Text to Columns
Диапазон условий	Criteria Range
Добавить	New
ЕСЛИ	IF
Запись макроса	Record New Macro

Русская варсия	Английская версия
Запуск макроса	Run Macro
Значению	Value of
Изменяя ячейки	By Changing Cells
Имя	Name
Имя ➤ Присвоить	Name ➤ Define
Имя ➤ Создать	Name ➤ Create
ИСТИНА	TRUE
Исходный диапазон	List Range
Итерации	Iteration
Кнолка	Create button
Контрольное значение	Instant Watch
Копировать	Copy
КОРЕНЬ	SQRT
Критерии	Criteria
ЛОЖЬ	FALSE
Макрос	Macro
Макросы	Macros
мастер Вставка функции	Function Wizard
Мастер диаграмм	ChartWizard
Мастер текстов (импорт)	Text Import Wizard
Мастер функций	Function Wizard
МОБР	MINVERSE
Модуль	Module
МОПРЕД	MDETERM
МУМНОЖ	MMULT
Надпись	Label
Надстройка Query для MS Excel 5.0	Query
Назад	FindPrev
Назначить макрос	Assign macro
Обмен динамическими данными	Dynamic Oata Exchange
Обрамление	Borders
Общие	General
Объединить и поместить в центре	Center Across Columns
Остановить запись	Stop Macro
Остановка записи	панель инструментов Stop
Открыть	Open
Отладка	Debug
Относительная погрешность	Maximum Change
Относительная ссылка	Relative mode
Отобразить все	Show All
Отобразить окно	Run Oialog
Пакет анализа	Analysis ToolPak
Панель инструментов рисования	Drawing toolber
Параметры	Options
Переключатель	Option Button
Пересчет перед сохранением	Recalculate before save

Русская версия	Английская версия
По возрастанию	Ascending
По убыванию	Descending
Поиск решения	Solver
Поле с раскрывающимся списком	Combination Drop-Down Edit
Поле со списком	Drop Down
Поле со списком	Combination List-Edit
Полоса прокрутки	Scroll bar
Поместить результат в диапазон	Copy to
Последоввтельность перехода	Tab Order
Правка	Edit
Правка	Очистить
Правка ➤ Заполнить	Edit ➤ Fill
Правка ➤ Переместить/скопировать лист	Edit Move или Edit Copy
Предельное число итераций	Maximum iterations
Прервать	Resume Macro
Пробел	Space
Просмотр объектов	Object Browser
Процентный	Percent
Процентный (формат)	Percent
Равной	Equal To
Рамка	Group Box
Расширенный фильтр	Advanced Filter
Редактор Visual Basic	Visual Basic Editor
С разделителями	Delimited
Сброс	Stop Macro
Свойства элемента упрааления	Control Properties
Связывание и внедрение объектов	Object Linking and Embedding
Сервис	Tools
Сервис ➤ Макрос ➤ Макросы	Tools ➤ Macro ➤ Macros
Сервис ➤ Макрос ➤ Начвть запись	Tools ➤ Record Macro ➤ Record New Macro
Сервис ➤ Макрос ➤ Остановить запись	Tools ➤ Record New Macro ➤ Stop Recording
Сервис ➤ Надстройки	Tools ➤ Add-Ins
Сервис ➤ Параметры	Tools ➤ Options
Сетка	Toggle grid
Символ табуляции	Tab
Скопировать результат в другое место	Copy to Another Location
Создать	Create
Сортировка	Sort
Сортировка диапазона	Sort
Список	List Box
Стиль ссылок R1C1	Reference Styla
Стрелка	Arrow
СУММ	SUM
Счетчик	Spinner

Русская версия	Английская версия
Считать последоввтельные разделители одним	Treat Consecutive Delimiters As One
Текст программы	Edit Code
Текстовое поле	Edit Box
Точка останова	Toggle breakpoint
Точность как на экране	Precision as Displayed
Удалить	Delete
Установить целевую ячейку	Set Target Cell
Файл	File
Фиксированной ширины	Fixed Width
Фильтр ➤ Автофильтр	Filter ➤ AutoFilter
Фильтроввть список на месте	Filter the List, in place
Флажок	Check Box
Форма	Form
Формвт ➤ Ячейки	Format ➤ Cells
Формула	Refers To
Формы	Forms
Число	Number
Числовой	Scientific
Числовой (формат)	Number
Шаг с заходом	Step Into
Шаг с обходом	Step Over
Экспоненциальный (формвт)	Scientific

Соответствие функций русской и внглийской версий Excel 97

Русская версия	Английская версия
ABS( )	ABS( )
ACOS( )	ACOS( )
ACOSH( )	ACOSH( )
ASIN( )	ASIN( )
ASINH( )	ASINH( )
ATAN( )	ATAN( )
ATAN2( )	ATAN2( )
ATANH( )	ATANH( )
COS( )	COS( )
COSH( )	COSH( )
EXP( )	EXP( )
EXP1( )	EXP1( )
FPACП( )	FDIST( )
FPACПОБР( )	FINV( )
LN( )	LN( )
LOG( )	LOG( )
LOG10( )	LOG10( )

Русская версия	Английская варсия
МДЛИТ()	MDURATION()
SIN()	SIN()
SINH()	SINH()
T()	T()
TAN()	TAN()
TANH()	TANH()
ТИПОШИБКИ()	ERRORTYPE()
ZTECT()	ZTEST()
АДРЕС()	ADDRESS()
АМГД()	SYD()
АМОРУВ()	AMORLINK()
АМОРУМ()	AMORDEGRC()
AMP()	SLN()
БДДИСП()	DVARP()
БДДИСПП()	DSTVAR()
БДПРОИЗВЕД()	BDPRODUCT()
БДСУМ()	DSUM()
БЕССЕЛЬ.I()	BESSELI()
БЕССЕЛЬ.J()	BESSELJ()
БЕССЕЛЬ.K()	BESSELK()
БЕССЕЛЬ.Y()	BESSELY()
БЕТАОБР()	BETAINV()
БЕТАРАСП()	BETADIST()
Б3()	FV()
БЗРАСПИС()	FVSCHEDULE()
БИЗВЛЕЧЬ()	DGET()
БИНОМРАСП()	BINOMDIST()
БСЧЕТ()	DCOUNT()
БСЧЕТА()	DCOUNTA()
ВЕЙБУЛЛ()	WEIBULL()
ВЕРОЯТНОСТЬ()	PROB()
ВНДОХ()	IRR()
ВОСЬМ.В.ДВ()	OCT2BIN()
ВОСЬМ.В.ДЕС()	OCT2DEC()
ВОСЬМ.В.ШЕСТН()	OCT2HEX()
ВПР()	VLOOKUP()
ВРЕМЗНАЧ()	TIMEVALUE()
ВРЕМЯ()	TIME()
ВЫБОР()	CHOOSE()
ВЫЗВАТЬ()	CALL()
ГАММАНЛОГ()	GAMMALN()
ГАММАОБР()	GAMMAINV()
ГАММАРАСП()	GAMMADIST()
ГИПЕРГЕОМЕТ()	HYPGEOMOIST()
ГОД()	YEAR()
ГПР()	HLOOKUP()

Русская версия	Английская версия
ГРАДУСЫ( )	DEGREES( )
ДАТА( )	DATE( )
ДАТАЗНАЧ( )	DATEVALUE( )
ДАТАКУПОНДО( )	COUPPCD( )
ДАТАКУПОНПОСЛЕ( )	COUPNCD( )
ДАТАМЕС( )	EDATE( )
ДВ.В. ДЕС( )	BIN2DEC( )
ДВ.В.ВОСЬМ( )	BIN2OCT( )
ДВ.В.ШЕСТН( )	BIN2HEX( )
ДВССЫЛ( )	INDIRECT( )
ДДОБ( )	DDB( )
ДЕЛЬТА( )	DELTA( )
ДЕНЬ( )	DAY( )
ДЕНЬНЕД( )	WEEKDAY( )
ДЕС.В.ВОСЬМ( )	DEC2OCT( )
ДЕС.В.ДВ( )	DEC2BIN( )
ДЕС.В.ШЕСТН( )	DEC2HEX( )
ДИСП( )	VAR( )
ДИСПР( ) .	VARP( )
ДЛИТ( )	DURATION( )
ДЛСТР( )	LEB( )
ДМАКС( )	DMAX( )
ДМИН( )	DMIN( )
ДНЕЙ360( )	DAYS360( )
ДНЕЙКУПОН( )	COUPDAYS( )
ДНЕЙКУПОНДО( )	COUPDAYBS( )
ДНЕЙКУПОНПОСЛЕ( )	COUPDAYSNC( )
ДОБ( )	DB( )
ДОВЕРИТ( )	CONFIDENCE( )
ДОЛЯГОДА( )	YEARFRAC( )
ДОХОД( )	YIELD( )
ДОХОДПЕРВНЕРЕГ( )	ODDFYIELD( )
ДОХОДПОГАШ( )	YIELDMAT( )
ДОХОДПОСЛНЕРЕГ( )	ODDLYIELD( )
ДОХОДСКИДКА( )	YIELDDISC( )
ДОХОДЧЕК( )	TBILLYIELD( )
ДСРЗНАЧ( )	DAVERAGE( )
ДСТАНДОТКЛ ( )	DSTDEV( )
ДСТАНДОТКЛП( )	DSTDEVP( )
ДФОШ( )	ERFC( )
ЕЛОГИЧ( )	ISLOGICAL( )
ЕНД( )	ISNA( )
ЕНЕТЕКСТ( )	ISNONTEXT( )
ЕНЕЧЕТ( )	ISOOD( )
ЕОШ( )	ISERR( )
ЕОШИБКА( )	ISERROR( )

Русская версия	Английсквя версия
ЕПУСТО()	ISBLANK()
ЕСЛИ()	IF()
ЕССЫЛКА()	ISREF()
ЕТЕКСТ()	ISTEXT()
ЕЧЕТН()	ISEVEN()
ЕЧИСЛО()	ISNUMBER()
ЗАМЕНИТЬ()	REPLACE()
ЗНАК()	SIGN()
ЗНАЧЕН()	VALUE()
И()	AND()
ИЛИ()	OR()
ИНДЕКС()	INDEX()
ИНОРМА()	INTRATE()
ИНФОРМ()	INFO()
ИСТИНА()	TRUE()
КВАДРОТКЛ()	DEVSQ()
КВАРТИЛЬ()	QUARTILE()
КВПИРСОН()	RSQ()
КОВАР()	COVAR()
КОДСИМВ()	CODE()
КОМПЛЕКСН()	COMPLEX()
КОНМЕСЯЦА()	EOMONTH()
КОРЕНЬ()	SQRT()
КОРЕНЬПИ()	SQRTP()
КОРРЕЛ()	CORREL()
КПЕР()	NPER()
КРИТБИНОМ()	CRITBINOM()
ЛГРФПРИБЛ()	LOGEST()
ЛЕВСИМВ()	LEFT()
ЛИНЕЙН()	LINEST()
ЛОГНОРМОБР()	LOGINV()
ЛОГНОРМРАСП()	LOGNORMDIST()
ЛОЖЬ()	FALSE()
МАКС()	MAX()
МВСД()	MIRR()
МЕДИАНА()	MEDIAN()
МЕСЯЦ()	MONTH()
МИН()	MIN()
МИНУТА()	MINUTE()
МНИМ.ABS()	IM.ABS()
МНИМ.COS()	IMCOS()
МНИМ.EXP()	IM.EXP()
МНИМ.LN()	IM.LN()
МНИМ.LOG10()	IM.LOG10()
МНИМ.LOG2()	IM.LOG2()
МНИМ.SIN()	IMSIN()

Русская версия	Английсквя версия
МНИМ.АРГУМЕНТ()	IMARGUMENT()
МНИМ.ВЕЩ()	IMREAL()
МНИМ.ДЕЛ()	IMDIV()
МНИМ.КОРЕНЬ()	IMSQRT()
МНИМ.ПРОИЗВЕД()	IMPRODUCT()
МНИМ.РАЗН()	IMSUN()
МНИМ.СОПРЯЖ()	IMCONGUGATE()
МНИМ.СТЕПЕНЬ()	IMPOWER()
МНИМ.СУММ()	IMSUM()
МНИМ.ЧАСТЬ()	IMAGINARY()
МОБР()	MINVERSE()
МОДА()	MODE()
МОПРЕД()	MDETERM()
МУЛЬТИНОМ()	MULTINOMIAL()
МУМНОЖ()	MMULT()
НАИБОЛЬШИЙ()	LARGE()
НАИМЕНЬШИЙ()	SMALL()
НАЙТИ()	FIND()
НАКЛОН()	SLOPE()
НАКОПДОХОД()	ACCRINT()
НАКОПДОХОДПОГАШ()	ACCRINTM()
НД()	NA()
НЕТ()	NOT()
НЕЧЕТ()	ODD()
НОД()	GCP()
НОК()	LCM()
НОМИНАЛ()	NOMINAL()
НОМНЕДЕЛИ()	WEEKNUM()
НОРМА()	RATE()
НОРМАЛИЗАЦИЯ()	STANDARDIZE()
НОРМОБР()	NORMINV()
НОРМРАСП()	NORMDIST()
НОРМСТОБР()	NORMSINV()
НОРМСТРАСП()	NORMSDIST()
НПЗ()	NPV()
ОБЛАСТИ()	AREAS()
ОБЩДОХОД()	CUMPRINC()
DБЩПЛАТ()	CUMIPMT()
ОКРВВЕРХ()	CEILING()
ОКРВНИЗ()	FLOOR()
ОКРУГЛ()	ROUND()
ОКРУГЛВВЕРХ()	ROUNDUP()
ОКРУГЛВНИЗ()	ROUNDDOWN()
ОКРУГЛТ()	MROUND()
ОСНПЛАТ()	PPMT()
ОСТАТ()	MOD()

Русская версия	Английская версия
ОТБР()	TRUNC()
ОТРБИНОМРАСП()	NEGBINOMDIST()
ОТРЕЗОК()	INTERCEPT()
ПДОБ()	VDB()
ПЕРЕСТ()	PERMUT()
ПЕРСЕНТИЛЬ()	PERCENTILE()
ПЕЧСИМВ()	CLEAN()
ПЗ()	PV()
ПИ()	PI()
ПИРСОН()	PEARSON()
ПЛПРОЦ()	IMPT()
ПОВТОР()	REPT()
ПОДСТАВИТЬ()	SUBSTITUTE()
ПОИСК()	SEARCH()
ПОИСКПОЗ()	MATCH()
ПОЛУЧЕНО()	RECEIVED()
ПОРОГ()	GESTER()
ППЛАТ()	PMT()
ПРАВСИМВ()	RIGHT()
ПРЕДСКАЗ()	FORECAST()
ПРЕОБР()	CONVERT()
ПРОИЗВЕД ()	PRODUCT()
ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ.ИТОГИ()	SUBTOTAL()
ПРОПИСН()	UPPER()
ПРОПНАЧ()	PROPER()
ПРОСМОТР()	LOOKUP()
ПРОЦЕНТРАНГ()	PERCENTRANK()
ПСТР()	MID()
ПУАССОН()	POISSON()
РАБДЕНЬ()	WEEKDAY()
РАВНОЧЕК()	TBILLEQ()
РАДИАНЫ()	RADIANS()
РАНГ()	RANK()
РЕГИСТРАТОР.ИД()	REGISTER.ID()
РИМСКОЕ()	ROMAN()
РОСТ()	GROWTH()
РУБЛЬ()	DOLLAR()
РУБЛЬ.ДЕС()	DOLLARDE()
РУБЛЬ.ДРОБЬ()	DOLLARFR()
РЯД.СУММ()	SERIESSUIM()
СЕГОДНЯ()	TODAY()
СЕКУНДЫ()	SECOND()
СЖПРОБЕЛЫ()	TRIM()
СИМВОЛ()	CHAR()
СКИДКА()	DISC()
СКОС()	SKEW()

Русская версия	Английская версия
СЛУЧМЕЖДУ()	RANDBETWEEN()
СЛЧИС()	RAND()
СМЕЩ()	OFFSET()
СОВПАД()	EXACT()
СРГАРМ()	HARMEAN()
СРГЕОМ()	GEOMEAN()
СРЗНАЧ()	AVERAGE()
СРОТКЛ()	AVEDEV()
СТАНДОТКЛОН()	STDEV()
СТАНДОТКЛОНП()	STDEVP()
СТБЮДРАСПОБР()	TINV()
СТЕПЕНЬ()	POWER()
СТОЛБЕЦ()	COLUMN()
СТОШXY()	STEXY()
СТРОКА()	ROW()
СТРОЧН()	LOWER()
СТЬЮДРАСП()	TDIST()
СТЬЮДРАСПОБР()	TINV()
СУММА()	SUM()
СУММЕСЛИ()	SUMIF()
СУММКВ()	SUMSQ()
СУММКВРАЗН()	SUMXMY2()
СУММПРОИЗВ()	SUMPRODUCT()
СУММРАЗНКВ()	SUMX2MY2()
СУММСУММКВ()	SUMX2PY2()
СЦЕПИТЬ()	CONCATENATE()
СЧЕТ()	COUNT()
СЧЕТЕСЛИ()	COUNTIF()
СЧЕТЗ()	COUNTA()
ТДАТА()	NOW()
ТЕКСТ()	TEXT()
ТЕНДЕНЦИЯ()	TREND()
ТИП()	TYPE()
ТРАНСП()	TRANSPOSE()
ТТЕСТ()	TTEST()
УРЕЗСРЕДНЕЕ()	TRIMMEAN()
ФАКТР()	FACT()
ФИКСИРОВАННЫЙ()	FIXED
ФИШЕР()	FISHER()
ФИШЕРОБР()	FISHAERINV()
ФОШ()	ERF()
ФТЕСТ()	FTEST()
ХИ2ОБР()	CHIINV()
ХИ2РАСП()	CHIDIST()
ХИ2ТЕСТ()	CHITEST()
ЦЕЛОЕ()	INT()

Русская версия	Английсквя версия
ЦЕНА()	PRICE()
ЦЕНАПЕРВНЕРЕГ()	ODDFPRICE()
ЦЕНАПОГАШ()	PRICEMAT()
ЦЕНАПОСЛНЕРЕГ()	ODDLPRICE()
ЦЕНАСКИДКА()	PRICEDISC()
ЦЕНАЧЕК()	TBILLPRICE()
Ч()	N()
ЧАС()	HOUR()
ЧАСТНОЕ()	QUOTIENT()
ЧАСТОТА()	FREQUENCY()
ЧЕТН()	EVEN()
ЧИСЛКОМБ()	COMBIN()
ЧИСЛОКУПОН()	COUPNUM()
ЧИСЛСТОЛБ()	COLUMNS()
ЧИСТВНДОХ()	XIRR()
ЧИСТНЗ()	XNVP()
ЧИСТРАБДНИ()	NETWORKDAYS()
ЧСТРОК()	ROWS()
ШЕСТН.В.ВОСЬМ()	HEX2OCT()
ШЕСТН.В.ДВ()	HEX2BIN()
ШЕСТН.В.ДЕС()	HEX2DEC()
ЭКСПРАСП()	EXPONDIST()
ЭКСЦЕСС()	KURT()
ЭФФЕКТ()	RFFRCT()
ЯЧЕЙКА()	CELL()

Соответствие элементов интерфейса русской и английской версий Excel 97

Местоположение	В русской версии	В английской версии
Главное меню	Файл	File
Главное меню	Вид	View
Главное меню	Формат	Format
Главное меню	Сервис	Tools
Главное меню	Данные	Data
Главное меню	Правка	Edit
Главное меню	Вставка	Insert
Главное меню	Окно	Window
Диалоговое окно (Вставка ➤ Имя ➤ Вставить)	Вставка имени	Paste name
Дналоговое окно (Вставка ➤ Имя ➤ Присвоить)	Присвоить имя	Define Name
Диалоговое окно (Вставка ➤ Имя ➤ Создать)	Создать имена	Create names

Местоположение	В русской версии	В английской версии
Диалоговое окно (Данные ➤ Таблица подстановки)	Таблица подстановки	Table
Диалоговое окно (Правка ➤ Специальная вставка)	Специальная вставка	Paste Special
Диалоговое окно (Сервис ➤ Защита ➤ Защитить лист)	Защитить лист	Protect Sheet
Дналоговое окно (Сервис ➤ Параметры)	Параметры	Options
Диалоговое окно (Формат ➤ Выделенная ось)	Формат оси	Format Axis
Диалоговое окно (Формвт ➤ Выделенный ряд)	Формат ряда данных	Format Data Series
Диалоговое окно (Формат ➤ Объект)	Формат объекта	Format Object
Диалоговое окно Формат объекта	Цвета и линии	Patterns
Диалоговое окно Формат объекта	Шрифт	Font
Диалоговое окно Формат объекта, вкладка Шрифт	нижний индекс	Subscript
Диалоговое окно (Формат ➤ Ячейки)	Формат ячеек	Format Cells
Дналоговое окно Защитить лист	содержимого	Contents
Диалоговое окно Мастер диаграмм (шаг t), вкладка Нестандартные, список Тип	Гладкие графики, Графики (2 оси), Логарифмическая, Цветные графики	Smooth lines, Line on 2 axes, Logarith-mic, Colored lines
Диалоговое окно Мастер диаграмм (шаг 1), вкладка Стандартные	Просмотр результатов	Press and hold to view sample
Диалоговое окно Мастер диаграмм (шаг 1), вкладка Стандартные	Тип	Chart typa
Диалоговое окно Мастер диаграмм (шаг 1), вкладка Стандартные, спи-сок Тип	Точечная	XY (Scatter)
Диалоговое окно Мастер диаграмм (шаг 1), вкладка Стандартные, спи-сок Тип	Поверхность	3-D Surface
Диалоговое окно Мастер диаграмм (шаг 1), вкладка Стандартные, спи-сок Тип	График	Line
Диалоговое окно Мастер диаграмм (шаг 2)	Диапазон данных	Data Range
Диалоговое окно Мастер диаграмм (шаг 2)	Ряд	Series in
Диалоговое окно Мастер диаграмм (шаг 2), вкладка Диапазон данных	Диапазон	Range
Диалоговое окно Мастер диаграмм (шаг 2), вкладка Диапазон данных	Ряды в строках Ряды в столбцах	Rows Columns

Местоположение	В русской версии	В английской версии
Диалоговое окно Мастер диаграмм (шаг 2), вкладка Ряд	Ряд	Series
Диалоговое окно Мастер диаграмм (шаг 2), вкладка Ряд	Добавить	Add
Диалоговое окно Мастер диаграмм (шаг 2), вкладка Ряд	Имя	Name
Диалоговое окно Мастер диаграмм (шаг 2), вкладка Ряд	Значения X	X values
Диалоговое окно Мастер диаграмм (шаг 2), вкладка Ряд	Значения Y	Y values
Диалоговое окно Мастер диаграмм (шаг 3)	Заголовки, Оси, Линии сетки, Легенда, Подписи данных (вкладки)	Titles, Axes, Grid lines, Legend, Data labels
Диалоговое окно Мастер диаграмм (шаг 3), вкладка Оси	ось X (категорий)	Value (X) Axes, Category
Диалоговое окно Мастер диаграмм (шаг 3), вкладка Таблица данных	Ключ легенды	Legend Key
Диалоговое окно Параметры	Вычисления	Calculation
Диалоговое окно Параметры	Вид	Patterns
Диалоговое окно Параметры	Правка	Edit
Диалоговое окно Параметры	Вид	View
Диалоговое окно Параметры, вкладка Вид	Сетка	Gridlines
Диалоговое окно Параметры, вкладка Вид	Формулы	Formulas
Диалоговое окно Парамвтры, вкладка Вычисления	автоматически кроме таблиц	Automatic except tables
Диалоговое окно Параметры, вкладка Вычисления	автомвтически	Automatic
Диалоговое окно Параметры, вкладка Вычисления	вручную	Manual
Диалоговое окно Параметры, вкладка Правка	Автозаполнение значений ячеек	Enable Auto-Complete For Cell Values
Диалоговое окно Переместить или скопировать (Правка ➤ Переместить/скопировать лист)	Создавать копию	Create Copy
Диалоговое окно Присвоить имя	Формула	Refers To
Диалоговое окно Присвоить имя	Имя	Names in Workbook
Диалоговое окно Присвоить имя	Добавить	Add
Диалоговое окно Создать имена	В столбце слева	Left Column
Диалоговое окно Специальная вставка	Значения Y в столбцах	Select the columns
Диалоговое окно Специальная вставка	Категории (значения оси X) в первом столбце	Categories (X) in First Column

Местоположение	В русской версии	В английской версии
Диалоговое окно Специальная вставка	новые ряды	Columns
Диалоговое окно Специальная вставка	Транспонироввть	Transpose
Диалоговое окно Таблица	Подставлять значения по строкам в	Column Input Cell
Диалоговое окно Таблица	Подставлять значения по столбцам в	Row Input Cell
Диалоговое окио Формат автофигуры	Цвета и линии	Pattems
Диалоговое окно Формат Области построения	прозрачная	Transparent
Диалоговое окно Формат Области построения	Заливка	Fill
Диалоговое окно Формвт оси	Шкала	Scale
Диалоговое окно Формат оси, вкладка Шкала	минимальное значение	Minimum
Диалоговое окно Формвт оси, вкладка Шкала	логарифмическая шкала	Logarithmic Scale
Диалоговое окно Формат ряда данных	Вид	Pattems
Диалоговое окно Формат ряда данных, вкладка Вид	Линия	Lines
Диалоговое окио Формат ряда данных, вкладка Вид	Маркер	Marker
Диалоговое окно Формат ряда данных, вкладка Вид	отсутствует	None
Диалоговое окно Формвт ряда данных, вкладка Вид	Сглаженная линия	Smoothed line
Диалоговое окно Формвт ряда данных, вкладка Подписи данных	значение	Show Value
Диалоговое окно Формат ячеек	Выравнивание	Alignment
Диалоговое окно Формвт ячеек	Число	Number
Диалоговое окно Формвт ячеек	Шрифт	Font
Диалоговое окно Формат ячеек	Защита	Protection
Диалоговое окно Формвт ячеек, вкладка Выравнивание	по горизонтали	Horizontal
Диалоговое окно Формат ячеек, вкладка Выравнивание , список по горизонтали	По правому краю	Right
Диалоговое окно Формат ячеек, вкладка Защита	Защищаемая ячейка	Locked
Диалоговое окно Формат ячеек, вкладка Защита	Скрыть формулы	Hidden
Диалоговое окно Формат ячеек, вкладка Число	Разделитель групп разрядов	Use 1000 Separator

Местоположение	В русской версии	В английской версии
Диалоговое окно Формат ячеек, вкладка Число	Числовые форматы	Number Category
Диалоговое окно Формат ячеек, вкладка Число	(все форматы)	Custom
Диалоговое окно Формат ячеек, вкладка Число	Тип	Typa
Дналоговое окно Формвт ячеек, вкладка Число, список Числовые форматы	Время	Time
Диалоговое окно Формат ячеек, вкладка Число, список Числовые форматы	Дата	Date
Дналоговое окио Формат ячеек, вкладка Шрифт	Верхний индекс	Superscript
Команда Вставка ➤ Имя	Вставить	Paste
Команда меню Сервис	Защита	Protect Documents
Контекстное меию ячейки	Очистить содержимое	Clear Contents
Меню Вид	Во весь экран	Full Screen
Меню Вид	Панели инструментов	Toolbars
Меню Вид	По размеру окна	Sized With Window
Меню Вставка	Диаграмма	Chart
Меню Вставка	Имя	Name
Меню Вставка	Примечание	Note
Меню Вставка ➤ Имя	Создвть	Create
Меню Вставка ➤ Имя	Присвоить	Define
Меню Данные	Таблица подстановки	Table
Меню Диаграммы	Добавить данные	New Data
Меию Окно	Закрепить области	Freeze Panes
Меню Окно	Снять закрапление областей	Unfreeze Panes
Меню Правка	Вставить	Insert
Меню Правка	Заполнить	Fill
Меню Правка	Копировать	Copy
Меню Правка	Переместить/скопировать лист	Move/Copy Sheet
Меню Правка	Повторить форматирование ячеек	Repaat Formatting
Меню Правка	Специальная вставка	Paste special
Меию Правка ➤ Заполнить	Выровнять	Justify
Меню Правка ➤ Заполнить	Вниз	Down
Меню Сервис	Защита	Protection
Меню Сервис	Параметры	Options
Меню Сервис ➤ Защита	Защитить лист	Protect Sheet
Меию Файл	Закрыть	Close

Местоположение	В русской версии	В английской версии
Меню Файл	Сохранить	Save
Меню Файл	Создать	New
Меню Файл	Сохранить	Save
Меню Файл ➤ Создать	Книга	Workbook
Меню Формвт	Ячейки	Cells
Меню Формвт, прн выделенном рисованном объекте	Автофигура	Selected Object
Меню Формвт, режим диаграммы	Выделенный	Selected
Названне панели нниструментов	Рисование	Drawing
Название панели нниструментов	Стандартная	Standard
Название панели нниструментов	Форматирование	Formatting
Окна мастеров	Далее	Next
Панель инструментов Рисование	Выбор объектов	Selection
Пàнель ннструментов Рисование	Линия	Line
Панель инструментов Рисование	Надпись	Text
Панель инструментов Рисование	Овал	Ellipse
Панель инструментов Рисование, меню Действия	Разгруппировать	Group
Панель инструментов Стандартная	Мастер таблиц	ChartWizard
Панель ииструментов Стандартная	Масштаб	Map
Панель инструментов Стандартная	Рисование	Drawing
Панель инструментов Стандартная	Сохранить	Save
Панель инструментов Стандартная	Формвт по образцу	Format Painter
Панель ннструментов Форматирование	По правому краю	Align Right
Панель инструментов Форматирование	По цантру	Center
Панель ннструментов Формвтирование	Увеличить разрядность	Increase Decimal
Панель ннструментов Формвтирование	Уменьшить разрядность	Decrease Decimal
Панель инструментов Форматирование	Границы	Borders
Панель ииструментов Форматирование	Цвет заливки	Fill Color
Панель инструментов Форматирование	Центрировать по столбцам	Center across columns
Строка формул	Имя	Name

Предметный указатель

Символы

A

D

G-H

I

J-K-L

Q-R

S

T

U-V

W

X-Y-Z

А

Б

Е-З

И

Л

Н

П

Р

С

Т

Х-Ц

Ч-Ш

Э-Я

Оглавление

Глава 2

Приложение В

Функции для ученых и инженеров, включенные в Excel 455

Приложение Г

Использование внешних библиотек в Excel 462

Приложение Д

Соответствие английской и русской версий Excel 97 466

Предметный указатель 482

Учебное издание

Вильям Орвис

EXCEL
для ученых, инженеров и студентов

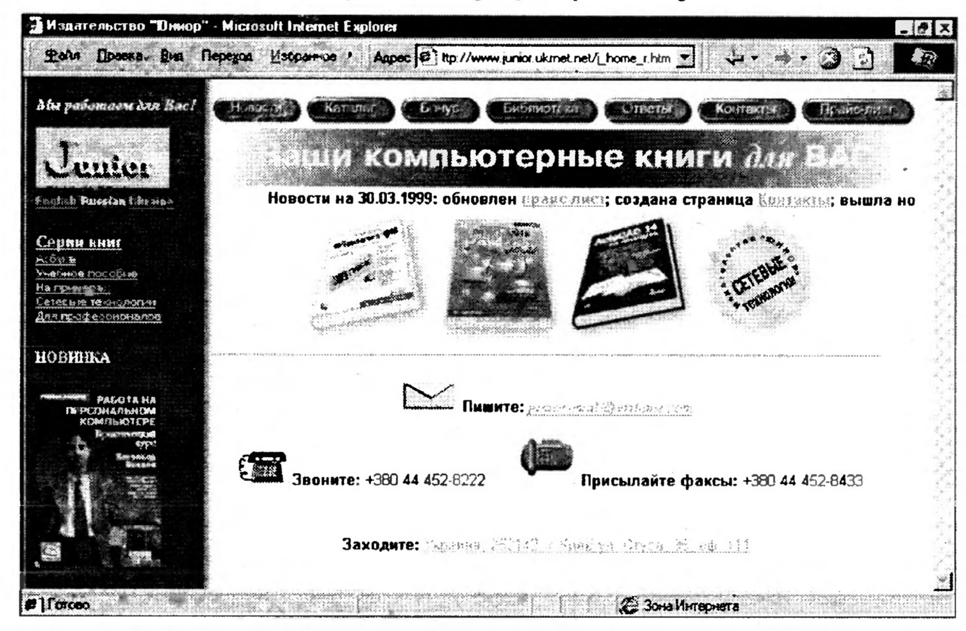
Подписано в печать 24.03.99. Формат 60×84 1/16.
Усл. печ. л. 33. Усл. кр.-отт. 33.
Бумага газетная. Гарнитура TimesET.
Печать офсетная. Заказ № 99069

ООО “ЮНИОР”, 254214, г. Киев, ул. Северная, 22

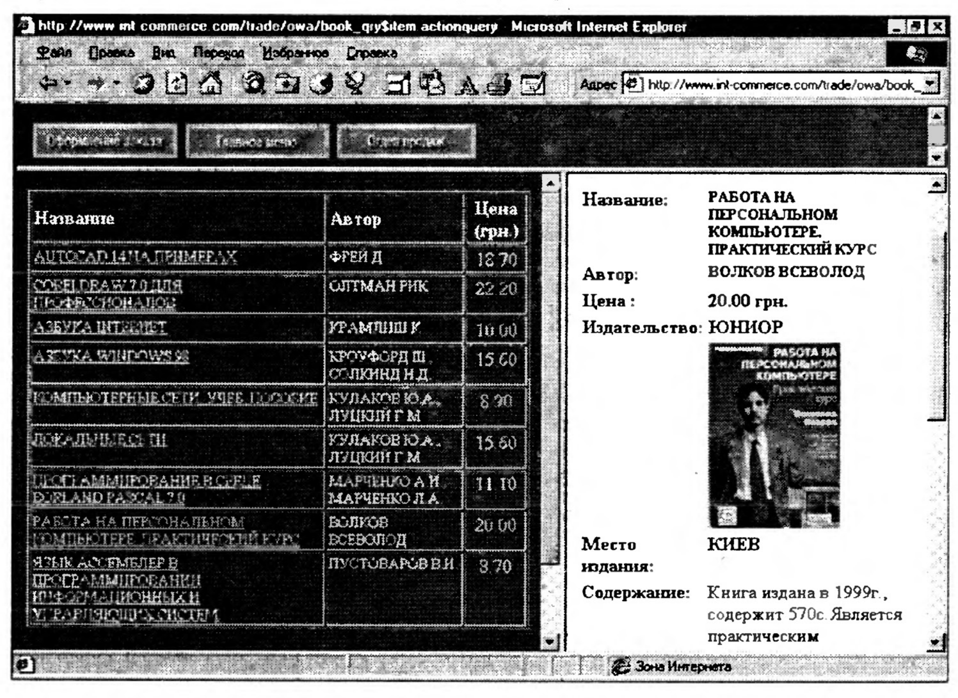
Адрес для корреспонденции:
г. Киев-142, ул. Стуса, 35-37, издательство “Юниор”
телефоны: (044) 452-82-22, 488-29-70
e-mail: junior-mail@writeme.com
Web: http://www.junior.ukrnet.net

Отпечатано АОЗТ “РОТЭКС”
г. Киев, ул. Машиностроительная, 46

Посетите наш Web-узел по адресу **http://www.junior.ukrnet.net**



Наши книги по ценам издательства всегда можно найти в виртуальном магазине компании **INT** по адресу **http://www.int-commerce.com**



Название	Автор	Цена (грн.)
AUTOCAD 14 НА ПРИМЕРАХ	ФРЕЙ Д	18.70
COREL DRAW 7.0 ДЛЯ ПРОФЕССИОНАЛОВ	ОЛТМАН РИК	22.20
АЗБУКА INTERNET	КРАМЛИШ К	10.00
АЗБУКА WINDOWS 98	КРОУФОРД Ш., СОЛКИНД Н.Д.	15.60
КОМПЬЮТЕРНЫЕ СЕТИ. УЧЕБ. ПОСОБИЕ	КУЛАКОВ Ю.А., ЛУЦКИЙ Г.М.	8.90
ЛОКАЛЬНЫЕ СЕТИ	КУЛАКОВ Ю.А., ЛУЦКИЙ Г.М.	15.60
ПРОГРАММИРОВАНИЕ В СРЕДЕ BORLAND PASCAL 7.0	МАРЧЕНКО А.И., МАРЧЕНКО Л.А.	11.10
РАБОТА НА ПЕРСОНАЛЬНОМ КОМПЬЮТЕРЕ. ПРАКТИЧЕСКИЙ КУРС	ВОЛКОВ ВСЕВОЛОД	20.00
ЯЗЫК АССЕМБЛЕР В ПРОГРАММИРОВАНИИ ИНФОРМАЦИОННЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ	ПУСТОВАРОВ В.И.	8.70

Уважаемый читатель!

С помощью приведенной ниже карточки Вы сможете стать нашим зарегистрированным читателем и оперативно получать информацию о новых книгах нашего издательства и приобретать их на выгодных условиях. Мы же, со своей стороны, сможем лучше и быстрее с помощью наших книг оказывать вам помощь в решении ваших проблем.

РЕГИСТРАЦИОННАЯ КАРТОЧКА
читателя издательства "ЮНИОР"

Фамилия ________ Имя ________ Отчество ________

ул. ________ дом. ____ корпус. ____ кв. ____

нас. пункт ________ район ________

область ________ страна ________

контактный телефон и код населенного пункта ________

E-mail: ________

возраст ____ место работы или учебы ________

параметры домашнего компьютера ________

____

Индекс [ ][ ][ ][ ][ ][ ]

EXCEL для ученых, инженеров и студентов

Пожалуйста, заполняйте разборчиво

Почтовый адрес издательства:
252142 г. Киев, ул. Стуса, 35-37, офис 111.
Издательство "Юниор"

Телефон/факс: **(044) 452-82-22; 488-29-70**
e-mail: **junior-mail@writeme.com**
Web: **http://www.junior.ukrnet.net**

Место для фотографии

Приз!!!

Код приза ____________________

Фамилия ____________________

Имя ____________________

Отчество ____________________

Индекс и точный почтовый адрес ____________________

____

Телефон ____________________ e-mail ____________________

	Недорогой	**Средней стоимости**	**Дорогой**
Аппаратные средства			
Лицензионное программное обеспечение			
Годовая подписка на книги ведущих издательств			
Бытовая техника			

Правила заполнения карточки "Приз!!!"

Если в тексте книги вы нашли страницу с кодом приза, заверенную печатью издательства "Юниор" — поздравляем с выигрышем! Вам осталось лишь правильно заполнить данную карточку и прислать ее нам — все остальное сделаем мы. Прежде всего, правильно укажите код приза (*страницу с печатью нашего издательства вырезать и присылать **НЕ НУЖНО** — книга остается у Вас как подтверждение Вашего выигрыша.*) Как только мы получим заполненную карточку, мы свяжемся с Вами и сообщим какой выигрыш Вам достался. Однако при этом мы можем учесть Ваши пожелания. Для этого Вы можете заполнить приведенную выше таблицу.

Призы различаются по стоимости и по виду. Вы можете заполнить любое количество ячеек и даже всю таблицу — это никак не повлияет на стоимость доставшегося Вам выигрыша, но позволит нам как можно более точно учесть Ваши интересы. В графе "Аппаратные средства" укажите параметры необходимых вам устройств, в графе "Лицензионное программное обеспечение" — названия программных продуктов, в графе "Годовая подписка" — интересующую Вас тематику, а в графе "Бытовая техника" — тип, модель и технические параметры того или иного бытового устройства. Разделение по стоимости достаточно условно — мы надеемся на Ваше чувство меры и здравый смысл.

Выигрыш будет только один, но мы постараемся сделать все, чтобы он стал для Вас понастоящему приятным сюрпризом!

Ваша фотография желательна в тех случаях, когда Вы захотите лично приехать в Киев для получения приза.

Благодарим за Ваш выбор, — оставайтесь с нами!

Excel *для* учёных, инженеров и студентов

Excel для учёных, инженеров и студентов — это великолепный источник информации о реализации сложных численных методов с помощью Excel

Воспользуйтесь Excel для проведения вычислений любой сложности. В книге приводится множество примеров, иллюстрирующих методы проведения инженерных и научных расчетов в Excel. В книге рассматриваются следующие вопросы:

- **разработка инженерных таблиц функций одного и нескольких аргументов**, а также калькуляторов функций, облегчающих анализ “что-если”
- **применение встроенных функций Excel для аппроксимации данных**, начиная от простой линейной аппроксимации и заканчивая линейной и полиномиальной регрессией и нелинейной аппроксимацией
- **реализация основных методов интегрирования,** таких как правило прямоугольников, трапеций, Симпсона и метод квадратур Гаусса
- **использование фунций распределения и статистических функций**
- **решение обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных** путем применения новых подходов к работе со стандартными средствами Excel
- **создание новых функций** на языке Visual Basic for Applications

Вместе с Excel к вершинам мастерства:

- численные методы
- сложные вычислительные алгоритмы
- практические примеры, задачи и их решения

Рассмотренные в книге примеры и задачи можно получить по электронной почте по адресу:
junior-mail@writeme.com

или в Web по адресу:
http:\\www.junior.ukrnet.net

Об авторе

Вильям Орвис работает инженером-электронщиком в Национальной лаборатории им. Лоренса Ливермора при Университете Калифорнии, где занимается вопросами, связанными с численным моделированием в области механики твердого тела. Университет Денвера присвоил ему ученые степени бакалавра и магистра по физике и астрономии.

